УДК 621.91.06

А.А. Оргиян, профессор, д-р техн. наук,
И.М. Творищук, инженер
Одесская государственная академия строительства и архитектуры,
ул. Дидрихсона, 4, г.Одесса, Украина
bib@ogasa.org.ua

ПАРАМЕТРИЧЕСКИЕ РЕЗОНАНСЫ ПРИ ПРЕРЫВИСТОМ РЕЗАНИИ

Изучены условия развития параметрических резонансов в замкнутой динамической системе станка при прерывистом резании.

Ключевые слова: *параметрические резонансы, коэффициент связанности, динамические характеристики процесса резания, кусочно-постоянное возбуждение колебаний.*

При тонком точении (растачивании) часто возникает необходимость обработки прерывистых поверхностей. Обобщая результаты исследований по обработке прерывистых поверхностей следует отметить, что многие из этих результатов не учитывают основные положения динамики станков, в частности – замкнутость упруго-диссипативной инерционной системы (УДИС) на процесс резания, а также динамическую характеристику процесса резания (ДХР) [1]. Однако, математические модели прерывистого резания без учета этих положений, не отражают в полной мере особенности динамических взаимодействий [2,3]. Закономерности возбуждения параметрических колебаний развиты в данной работе.

Периодические прерывания процесса резания, приводящие к чередованию замкнутых и незамкнутых состояний динамической системы, являются источниками интенсивных силовых и параметрических воздействий на УДИС. В незамкнутом состоянии система характеризуется параметрами УДИС, в частности, ее декрементом колебаний δ. Декремент колебаний в замкнутом состоянии может быть выражен через параметры звеньев и коэффициент связанности УДИС с процессом резания.

Рассмотрим простейшую УДИС, замкнутую на процесс резания [3]

$$m\frac{d^2y}{dt^2}+b\frac{dy}{dt}=cy=k_1P,\qquad T_P\frac{dP}{dt}+P=-k_2k_py, \tag{1}$$

где y – перемещение режущей кромки инструмента относительно обрабатываемой детали; P – главная составляющая силы резания; m – приведенная масса УДИС; b – коэффициент демпфирования УДИС; c – жесткость УДИС в направлении действия главной составляющей силы резания; $T_P = a/V$ – постоянная времени стружкообразования, а – толщина стружки, V– скорость резания; $k_p = k\cdot d$ – коэффициент резания, k – удельная сила резания, d– ширина стружки; k_1, k_2 – коэффициенты, зависящие от ориентации силы резания относительно главных осей жесткости УДИС; при совпадении направлений силы резания и главных осей жесткости $k_1 = k_2 = 1$.

Используя подстановки

$$\omega_1=\sqrt{\frac{c}{m}}\ \text{ и }\ \tau=\omega_1 t,$$

запишем (1) в виде

$$\frac{d^2y}{d\tau^2}+\frac{b}{m\omega_1^2}\cdot\frac{dy}{d\tau}+\frac{c}{m\omega_1^2}y=\frac{P}{m\omega_1^2},\qquad T_P\omega_1\cdot\frac{dP}{d\tau}+P=-k_Py, \tag{2}$$

где ω_1 – собственная частота УДИС, τ – безразмерное время. Обозначая $\theta=T_P\omega_1$ – безразмерная постоянная стружкообразования, $k=\dfrac{b}{m\omega_1}$ – безразмерный коэффициент диссипации, запишем (2) в виде

$$\frac{d^2y}{d\tau^2}+k\frac{dy}{d\tau}+y=\frac{P}{c},$$
$$\theta\frac{dP}{d\tau}+P=-k_Py. \tag{3}$$

Дифференцируя первое уравнение из (3) и подставив во второе, получаем

$$\theta\frac{d^3y}{d\tau^3}+(1+\theta\cdot k)\frac{d^2y}{d\tau^2}+(\theta+k)\frac{dy}{d\tau}+(1+\gamma)y=0, \tag{4}$$

где $\gamma=k_P/c$ – коэффициент связанности.

Подставим в уравнении движения одномерной динамической системы (4) решение, описывающее переходный процесс, в виде

$$y=\exp(-\frac{\delta\tau}{2\pi})\sin\omega t,$$

где ω - частота возбуждения.

Исключая из уравнений гармонического баланса ω, получим равенство для определения декремента колебаний замкнутой системы

$$\theta\delta^3-2\pi(1+\theta k)\delta^2+\pi^2(\theta+\theta^{-1}+3k+\theta k^2)\delta-\pi^3\Delta\gamma=0, \tag{5}$$

где $\Delta\gamma=\gamma_0-\gamma$ – запас устойчивости системы, а γ_0 – граничное значение коэффициента связанности.

Пренебрегая членами, содержащими δ^3 и δ^2, а также k и k^2 по сравнению с $\theta+\theta^{-1}$, получим расчетную формулу для логарифмического декремента колебаний замкнутой динамической системы

$$\delta=\frac{\pi\Delta\gamma}{\theta+\theta^{-1}}. \tag{6}$$

Исследуем параметрические резонансы при возмущенном значении коэффициента резания $k_P\Phi(t)$, где функция прерывания (рисунок 1) задана соотношениями

$$\phi(t)=\begin{cases}0`при`jT_B<(j+g)T_B\\ 1`при`(j+g)T_B<t<(j+1)\end{cases}(j=0,1,2...) \tag{7}$$

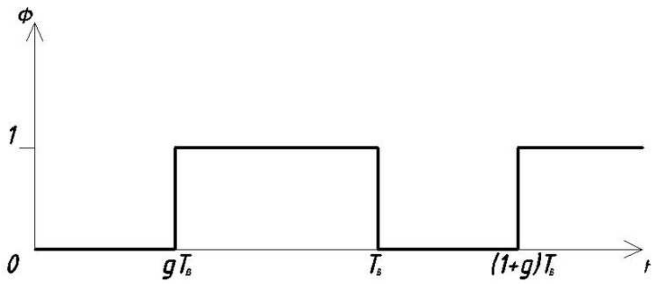

Рисунок 1 – Функция прерываний процесса резания

Здесь $0<g<1$ – параметр временной формы возмущения, определяемый отношением продолжительности прерывания процесса резания к периоду T_B возбуждающего воздействия. Для того, чтобы последующая процедура сшивания решений была не слишком громоздкой, и учитывая, что $\theta+\theta^{-1}\ge 2$, присвоим параметру диссипации значение

$$k^*=\Delta\gamma \tag{8}$$

ограничившись уравнением движения второго порядка

$$\frac{d^2y}{d\tau^2}+k^*\frac{dy}{d\tau}+[1+\gamma\Phi(t)]y=0. \tag{9}$$

Функцию $\Phi(t)$ определяем равенствами (7), подставив в них безразмерное время τ и безразмерный период $T_1=\omega_1 T_B$. Величина T_1 пропорциональна отношению собственной частоты ω_1 к частоте возмущения ω_B, а отношение ω_1/ω_B обычно рассматривают при исследовании параметрических резонансов. Выполнив подстановку Эйлера

$$y = u\exp(-\frac{k*\tau}{2}), \tag{10}$$

получим для функции $u(\tau)$ уравнение Хилла стандартного вида с кусочно-постоянным возмущением

$$\ddot{u} + v^2\left[1 - 2\varepsilon\Phi_1(\tau)\right]u = 0, \tag{11}$$

где введены квадрат приведенной частоты

$$v^2 = 1 + \frac{\gamma}{2} - (\frac{k*\tau}{2})^2; \tag{12}$$

коэффициент возбуждения

$$2\varepsilon = \frac{\gamma}{2(1+\gamma)}; \tag{13}$$

и симметризованная функция прерывания

$$\Phi_1(\tau) = 1 - 2\Phi(t) = \begin{cases} 1`npu`\,jT_B < \tau < (j+g)T_B \\ 0`npu`\,(j+g)T_B < \tau < (j+1)T_B \end{cases} \quad (j = 1,2,3...) \tag{14}$$

Помечая функцию u индексами, соответствующими значениям $\Phi_1(\tau)$, запишем условия сшивания решения

$$\begin{aligned} &u_1(gT_1) = u_{-1}(gT_1); \qquad u_{-1}(gT_1) = Su_1(0); \\ &\dot{u}_1(gT_1) = \dot{u}_{-1}(gT_1); \qquad \dot{u}_1(gT_1) = S\dot{u}_1(0). \end{aligned} \tag{15}$$

Величина S, описывающая нарастание решения уравнения (11) за период возмущения, удовлетворяет характеристическому уравнению

$$S^2 + 2SN + 1 = 0, \tag{16}$$

$$\begin{aligned} N = {} & \cos\left[gvT_1(1+2\varepsilon)^{\frac{1}{2}}\right]\cos\left[(1-g)vT_1(1-2\varepsilon)^{\frac{1}{2}}\right]\sin\left[gvT_1(1+2\varepsilon)^{\frac{1}{2}}\right]\cdot \\ & \cdot\sin\left[(1-g)vT_1(1-2\varepsilon)^{\frac{1}{2}}\right]/(1-4\varepsilon^2)^{\frac{1}{2}}. \end{aligned} \tag{17}$$

Учитывая зависимость (10), получаем условие устойчивости

$$\left|N\right| < ch(\frac{k^* T_0}{2}) \tag{18}$$

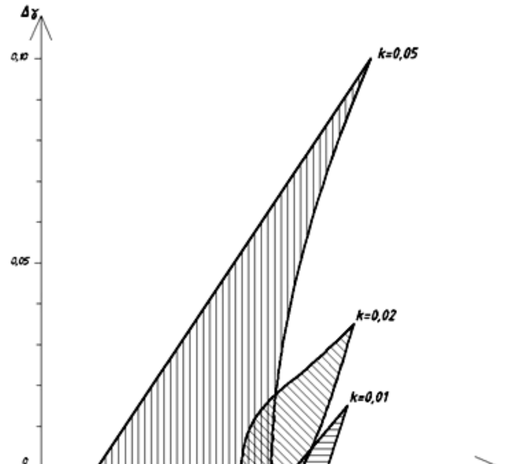

Рисунок 2 - Области главного параметрического резонанса при кусочно-постоянном возбуждении коэффициента связанности динамической системы(θ=1; g=0.5)

Рационально представить свойства параметрических резонансов динамической системы в плоскости параметров $T_1, \Delta\gamma$. Примером такого представления результатов расчетов является рисуноке 2, где показан главный параметрический резонанс при $g = 0.5$ для трех значений k. Наблюдаемое расширение области параметрической неустойчивости на шкале частот при уменьшении запаса устойчивости $\Delta\gamma$ исходной стационарной системы вполне естественно. Максимально возможное значение $\Delta\gamma$ равно значению γ_0, возрастающему вместе с k. При $\Delta\gamma \to \gamma_0$ обращается в нуль γ_0, то есть разрывается обратная связь в динамической системе. Поэтому прерывания процесса резания перестают влиять на УДИС, и область неустойчивости на шкале при $\Delta\gamma \to \gamma_0$ считывается в точку. Параметрические резонансы при прерывистом резании несколько иначе представлены в [3].

Библиографический список использованной литературы

1. Кудинов В.А. Динамика станков / В.А. Кудинов. — М.: Машиностроение, 1967. — 360 с.

2. Линчевский П.А. Задачи динамики в технологии машиностроения / П.А. Линчевский, А.А. Оргиян, В.М. Кобелев // Вісник інженерної академії України. — 2001. — № 3 (4.2). — С. 32–36.

3. Копелев Ю.Ф. Колебания при тонком растачивании прерывистых поверхностей / Ю.Ф. Копелев, А.А. Оргиян // Станки и инструменты. — 1972. — № 10. — С. 13–15.

Поступила в редакцию 23.03.2013 г.

Оргіян О.А., И.М. Творіщук И.М. Параметричні резонанси при переривчастому різанні

Вивчені умови розвитку параметричних резонансів у замкнутій динамічній системі верстата при переривчастому різанні.

Ключові слова: параметричні резонанси, коефіцієнт зв'язаності, динамічні характеристики процесу різання, кусково-постійне порушення коливань.

Orgiyan A.A., Tvorishuk I.M. Parametric resonances by discontinuous cutting

Conditions of parametric resonances development in a closed dynamic system of the machine during the discontinuous cutting are sdudied.

Keywords: parametric resonances, the coefficient of coupling, the dynamic characteristics of the cutting process, piecewise constant violation of the oscillations.