

УДК 621.923

С.Е. Сазонов, доцент, канд. техн. наук

Севастопольский национальный технический университет

ул. Университетская, 33, г. Севастополь

tm@sevntu.com.ua

ДИНАМИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ШЛИФОВАЛЬНОГО КРУГА С ЗАГОТОВКОЙ ПРИ КРУГЛОМ ВРЕЗНОМ НАРУЖНОМ ШЛИФОВАНИИ

Разработана динамическая модель для процесса круглого шлифования, позволяющая определить взаимосвязь между основными динамическими характеристиками, величинами подачи и фактической глубины резания и состояниями ее равновесия в процессе шлифования.

Ключевые слова: шлифование, динамические характеристики, колебания, глубина резания.

Введение. При протекании процесса шлифования под действием возникающих при этом нагрузок в результате изгиба центров и смещения шпинделя шлифовальной бабки в опорах подшипников может происходить изменение положений центра инструмента и заготовки. Однако существующие расчетные модели не учитывают таких явлений, что делает их не полностью адекватными происходящим явлениям и не позволяет дать качественную оценку параметрам технологического процесса.

Целью данной статьи является определение положения потенциального равновесия для оценки колебаний динамических параметров технологического процесса, которые могут возникать и поддерживаться в силу различных внешних воздействий и/или периодических изменений внутренних параметров в динамической системе круглого наружного шлифования.

Основное содержание работы. При решении поставленной задачи рассматривается двухмассовая динамическая модель процесса круглого наружного шлифования (рисунок 1). С целью упрощения описания, все элементы динамической системы представлены сосредоточенными эквивалентными параметрами.

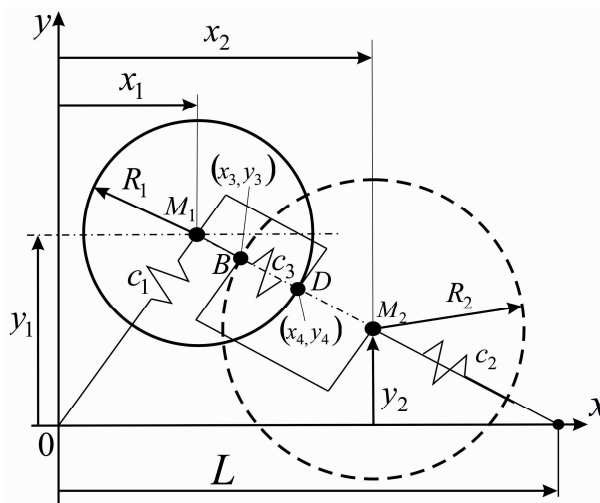


Рисунок 1 – Расчетная схема динамической системы при круглом наружном шлифовании.

Основными компонентами модели механической динамической системы при круглом наружном шлифовании являются:

– инструмент (шлифовальный круг) радиусом, массой M_1 и моментом инерции J_1 , который вращается с угловой скоростью ω_1 вокруг центра с координатами $\{x_1(\tau), y_1(\tau)\}$. Центр вращения инструмента находится на опоре, расположенной между точками $\{x_1(\tau), y_1(\tau)\}$ и $\{0,0\}$. В рамках рассматриваемой модели предполагаются постоянными угловая скорость вращения инструмента ω_1 , что соответствует «жестким» скоростным характеристикам привода, и коэффициент линейной жесткости c_1 , которым обладает опора; – деталь радиусом $R_2(\tau) = R_{0,2}(\omega_2 \cdot (\tau - \tau_{2,0}) + \varphi_{0,2})$, массой M_2 и моментом инерции J_2 , которая вращается с постоянной угловой скоростью ω_2 вокруг центра с текущими координатами $\{x_2(\tau), y_2(\tau)\}$. Между точками $\{L(\tau), 0\}$ и $\{x_2(\tau), y_2(\tau)\}$ размещена опора, имеющая

линейный коэффициент жесткости c_2 . В модели принято, что опоры шлифовального круга и детали имеют малые моменты инерции, которыми возможно пренебречь по сравнению с инерционными свойствами инструмента и заготовки.

В качестве отдельного элемента расчетной схемы системы шлифования, следуя [2], целесообразно выделить и отдельно рассматривать зону резания, в которой осуществляется взаимопроникновение элементов инструмента в тело детали. Глубина такой зоны не превышает t_f и отсчитывается по прямой, проходящей через точки $\{x_1(\tau), y_1(\tau)\}$ и $\{x_2(\tau), y_2(\tau)\}$, начиная с точки, лежащей на расстоянии $R_1(\tau)$ от центра вращения инструмента в сторону центра заготовки (см. рисунок).

Вследствие взаимодействия режущих элементов инструмента с заготовкой происходит сьем металла с поверхности заготовки и текущее значение ее радиус-вектора изменяется на $\Delta R_2(\tau)$. Сьем металла с поверхности заготовки приводит также к изменению ее массы, однако в силу малости массы стружки по отношению к массе заготовки, изменением массы последней в большинстве случаев целесообразно пренебречь.

В процессе шлифования происходит износ рабочей поверхности инструмента, что приводит к изменению текущего значения его радиус-вектора на $\Delta R_1(\tau)$, которое в большинстве случаев значительно меньше, чем $\Delta R_2(\tau)$.

В процессе обработки происходит диссипация энергии и соответствующее ей повышение температуры инструмента и заготовки, которое приводит к изменению их геометрических размеров. Тепловые эффекты могут быть учтены поправками $\Delta R_1(\tau)$ и $\Delta R_2(\tau)$, соответственно.

Текущее значение параметра $L(\tau)$ – расстояния между опорами, который присутствует в вышеприведенных соотношениях, характеризуется своим начальным значением, а также подачей, и может быть определен из выражения

$$L(\tau) = L(0) - \int_0^{\tau} s(\tau) d\tau. \quad (1)$$

Для упрощения записи уравнений в дальнейшем зависимость переменных от времени τ в большинстве случаев не указывается.

В соответствии с принципом Гамильтона положению покоя (равновесия) системы соответствует минимум ее потенциальной энергии. Однако непосредственное применение теоремы Лагранжа-Дирихле для технологической системы шлифования некорректно, вследствие того, что минимум потенциальной энергии достигается при неположительных значениях t_f . Но при таком решении отсутствует процесс резания. Поэтому целесообразно решать задачу определения положения потенциального равновесия при условии взаимопроникновения инструмента и заготовки на некоторую глубину резания

$$t_f = t_{f0} > 0. \quad (2)$$

При взаимодействии режущих кромок абразивных зерен с материалом заготовки в зоне резания и трения возникает сила трения-резания, вопросу определения которой посвящено большое количество работ. Указывается, что такая сила зависит от глубины резания, материала заготовки инструмента и ряда других параметров, которые, однако, в период обработки одной и той же заготовки одним и тем же инструментом можно считать постоянными. Отмечается, что зависимость силы от глубины зоны резания является нелинейной. Как известно, нелинейную зависимость можно представить соответствующим разложением в ряд Тейлора. В [1] отмечается, что наиболее существенным является квадратичный член разложения:

$$F_3 = c_{32} \cdot t_f^2. \quad (3)$$

Кроме этого, в [3] показано, что при одних и тех же параметрах инструмента, заготовки, СОЖ и др. отношение тангенциальной к нормальной составляющей силы резания может считаться практически неизменным.

Условием, которое должно выполняться при резании является модифицированное уравнение баланса перемещений [3], в котором уже учтены соответствующие температурные поправки

$$R_1 + R_2 - A - t_{f0} - \Delta Y = 0, \quad (4)$$

где

$$A = \sqrt{[(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2]}. \quad (5)$$

Задача определения минимума потенциальной энергии при выполнении этого условия может рассматриваться как задача поиска условного минимума потенциальной энергии системы [5].

Потенциальная энергия поступательных перемещений рассматриваемой механической

системы определится выражением

$$\Pi = \sum_{i=1}^3 \Pi_i + g \cdot \sum_{i=1}^2 M_i y_i, \quad (6)$$

где g – ускорение свободного падения; элементы первой суммы характеризуют работу при перемещении элементов системы из начального положения для опор ($i=1,2$) и потенциальную энергию зоны резания ($i=3$); элементы второй суммы представляют работу при перемещении материальных точек системы (массы детали и круга) в положение $\{x_1, y_1; x_2, y_2\}$.

С учетом ранее введенных обозначений, затраты энергии для изменения состояния опор круга и детали определяются как

$$\Pi_1 = \frac{c_1}{2} (x_1^2 + y_1^2) \quad \text{и} \quad \Pi_2 = \frac{c_2}{2} [(A - x_2)^2 + y_2^2]. \quad (7)$$

В соответствие (3), работу силы резания для обеспечения глубины резания t_{f0} можно записать в форме

$$\Pi_{3P} = \frac{c_{32}}{3} \{ \sqrt{[(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2]} - (r_2 + r_1) \}^3. \quad (8)$$

Следует отметить, что коэффициент квадратической жесткости c_{32} имеет размерность (н/м²), которая отличается от размерностей коэффициентов линейных жесткостей (н/м).

Для определения положения элементов системы применим метод неопределенного множителя Лагранжа [4]. Критерий качества для определения условного минимума потенциальной энергии механической системы в соответствие с методом Лагранжа по соотношениям (6), (7), (8), с учетом (3), (4) имеет вид

$$\begin{aligned} W(x_1, y_1, x_2, y_2, \lambda) = & \frac{c_1}{2} [x_1^2 + y_1^2] + \frac{c_2}{2} [(A - x_2)^2 + y_2^2] + \\ & + \frac{c_{32}}{3} \{ \sqrt{[(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2]} - (R_2 + R_1) \}^3 + \\ & + g(M_1 y_1 + M_2 y_2) + \\ & + \lambda \cdot [R_2 + R_1 - \sqrt{[(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2]} - t_{f0}] \end{aligned} \quad (9)$$

Необходимыми условиями экстремума критерия (9) является система уравнений, вида

$$\frac{\partial W}{\partial q} = 0, \forall q \in \{x_1, y_1, x_2, y_2, \lambda\}. \quad (10)$$

Частные производные (10) записываются в форме

$$\frac{\partial W}{\partial x_1} = c_1 x_1 + \frac{c_{32} \cdot t_{f0}^2 \cdot (x_2 - x_1)}{A} - \frac{\lambda \cdot (x_2 - x_1)}{A} = 0, \quad (11)$$

$$\frac{\partial W}{\partial x_2} = c_2 (x_2 - L) + \frac{c_{32} \cdot t_{f0}^2 \cdot (x_2 - x_1)}{A} - \frac{\lambda (x_2 - x_1)}{A} = 0, \quad (12)$$

$$\frac{\partial W}{\partial y_1} = c_1 y_1 + \frac{c_{32} \cdot t_{f0}^2 \cdot (y_2 - y_1)}{A} - \frac{\lambda \cdot (y_2 - y_1)}{A} + g M_1 = 0, \quad (13)$$

$$\frac{\partial W}{\partial y_2} = c_2 y_2 + \frac{c_{32} \cdot t_{f0}^2 \cdot (y_2 - y_1)}{L} - \frac{\lambda \cdot (y_2 - y_1)}{L} + g M_2 = 0, \quad (14)$$

$$\frac{\partial W}{\partial \lambda} = R_2 + R_1 - L - t_{f0} = 0, \quad (15)$$

где использована подстановка (5)

В силу (5), условие $A = 0$ выполняется только, если одновременно выполняются два соотношения:

$$\begin{cases} x_1 = x_2 \\ y_1 = y_2 \end{cases} \Rightarrow A = 0, \quad (17)$$

что соответствует технологически невыполнимой ситуации совпадения центров вращения инструмента и заготовки. Следовательно, в рассматриваемом случае $A \neq 0$, что позволяет упростить запись (11),...(14).

В силу (17), после умножения левых и правых частей соотношений (11), ..., (14) на A , с учетом тождества (15), можно записать

$$\begin{cases} c_1 x_1 (R_2 + R_1 - t_{f0}) + (c_{32} \cdot t_{f0}^2 - \lambda) \cdot (x_1 - x_2) = 0 \\ c_2 (x_2 - L)(R_2 + R_1 - t_{f0}) + (c_{32} \cdot t_{f0}^2 - \lambda) \cdot (x_2 - x_1) = 0 \\ (c_1 y_1 + gM_1)(R_2 + R_1 - t_{f0}) + (c_{32} \cdot t_{f0}^2 - \lambda) \cdot (y_1 - y_2) = 0 \\ (c_2 y_2 + gM_2)(R_2 + R_1 - t_{f0}) + (c_{32} \cdot t_{f0}^2 - \lambda) \cdot (y_2 - y_1) = 0 \end{cases} \quad (18)$$

Хотя подсистема уравнений(18), также как и исходное представление (11)...(14) включают в себя произведения неизвестных, по принципу суперпозиции эти соотношения являются линейными по каждой из искомым величин в отдельности.

Не претендуя на общность предлагаемого подхода, предлагается вначале решать систему (18), как систему линейных уравнений с неопределенным параметром λ , и затем подставить полученные параметрические решения и выражение (5) в (15). При этом из тождества (15) можно непосредственно определить коэффициент Лагранжа λ .

Параметрическое решение системы (18) можно привести к виду:

$$x_1 = \frac{Lc_2(-c_{32}t_{f0}^2 + \lambda)}{(-c_{32}t_{f0}^2 + \lambda)(c_1 + c_2) - c_1c_2(R_2 + R_1 - t_{f0})}, \quad (19)$$

$$y_1 = \frac{g[\lambda(M_1 + M_2) - c_2M_1(R_2 + R_1 - t_{f0})]}{(-c_{32}t_{f0}^2 + \lambda)(c_1 + c_2) - c_1c_2(R_2 + R_1 - t_{f0})}, \quad (20)$$

$$x_2 = \frac{Lc_2[-c_1(R_2 + R_1) - c_{32}t_{f0}^2 + \lambda + t_{f0}c_1]}{(-c_{32}t_{f0}^2 + \lambda)(c_1 + c_2) - c_1c_2(R_2 + R_1) + c_2c_1t_{f0}}, \quad (21)$$

$$y_2 = \frac{g[\lambda(M_1 + M_2) - c_1M_2(R_2 + R_1 - t_{f0})]}{(-c_{32}t_{f0}^2 + \lambda)(c_1 + c_2) - c_1c_2(R_2 + R_1 - t_{f0})}. \quad (22)$$

Отметим, что уравнения (19),..., (22) имеют одинаковые знаменатели:

$$Z = [(-c_{31}t_{f0} - c_{32}t_{f0}^2 + \lambda)(c_1 + c_2) - c_1c_2(R_1 + R_2 - t_{f0})]. \quad (23)$$

Из соотношений (19), (21) и (20), (22) при учете (23) непосредственно определяется угол φ наклона линии M_1M_2 относительно направления оси OX

$$\varphi = \arctg\left(\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}\right) = \frac{g(c_2M_1 - c_1M_2)}{Lc_1c_2}. \quad (24)$$

При необходимости определения конкретных значений зависимостей $\{x_1, y_1; x_2, y_2\}$ от L , определяемой из (1) и глубины резания возможно следующее продолжение решения.

Подстановка параметрических решений (19),..., (23) в соотношение (15) после соответствующих преобразований приводит к соотношению:

$$\sqrt{\frac{[(c_1c_2A)^2 + g^2(c_1M_2 - c_2M_1)^2]}{Z^2}} = 1, \quad (24)$$

которое, при учете (23), может выполняться только при равенстве числителя и знаменателя подкоренного выражения:

$$[(Lc_1c_2)^2 + g^2(c_1M_2 - c_2M_1)^2] = [(-c_{31}t_{f0} - c_{32}t_{f0}^2)(c_1 + c_2) + \lambda(c_1 + c_2) - c_1c_2(R_2 + R_1) + c_2c_1t_{f0}]^2, \quad (25)$$

и определение множителя Лагранжа сводится к решению квадратного уравнения относительно искомого переменного λ :

$$\begin{aligned} (c_1 + c_2)^2 \lambda^2 + [2(c_1 + c_2)(-c_{31}t_{f0} - c_{32}t_{f0}^2 - c_1c_2(R_2 + R_1) + c_2c_1t_{f0})] \lambda + \\ + [(-c_{31}t_{f0} - c_{32}t_{f0}^2)(c_1 + c_2) - c_1c_2(R_2 + R_1) + c_2c_1t_{f0}] = 0 \end{aligned} \quad (26)$$

Существование двух значений множителя Лагранжа определяет не единственность экстремума для анализируемой функции, т.е. существование не одного, а двух потенциально устойчивых состояний динамической системы круглого наружного шлифования

$$\lambda_{1,2} = \frac{[(c_{32}t_{f0}^2 + c_{31}t_{f0})(c_1 + c_2) + c_1c_2(R_2 + R_1 - t_{f0})]}{(c_1 + c_2)} \pm \frac{[(Ac_1c_2)^2 + g^2(c_1M_2 - c_2M_1)^2]}{(c_1 + c_2)} \quad (27)$$

Подстановка (27) в (18) после ряда преобразований приводит к соотношениям, определяющим состояние равновесия при $\lambda = \lambda_1$

$$x_{1,1} = \frac{Lc_2[(M_2c_1 - c_2M_1)^2g^2 - c_1c_2(R_2 + R_1 - t_{f0} - Lc_1c_2)]}{(c_1 + c_2)[(M_2c_1 - c_2M_1)^2g^2 + (c_1c_2L)^2]} \quad (28)$$

$$y_{1,1} = \frac{[c_2(R_2 + R_1 - t_{f0}) - (M_1 + M_2)(c_1M_2 - c_2M_1)g^2](c_1M_2 - c_2M_1) - (M_1 + M_2)(c_1c_2L)^2}{(c_1 + c_2)[(M_2c_1 - c_2M_1)^2g^2 + (c_1c_2L)^2]}g^2 \quad (29)$$

$$x_{2,1} = \frac{Lc_2[c_1^2(R_2 + R_1 - t_{f0}) + (c_1c_2L)^2 + (c_1M_2 - c_2M_1)^2g^2]}{(c_1 + c_2)[(M_2c_1 - c_2M_1)^2g^2 + (c_1c_2L)^2]} \quad (30)$$

$$y_{2,1} = \frac{(c_1M_2 - c_2M_1)^2g^2(M_1 + M_2) + c_1(c_1M_2 - c_2M_1)(R_2 + R_1 - t_{f0}) + (M_1 + M_2)(c_1c_2L)^2}{(c_1 + c_2)[(M_2c_1 - c_2M_1)^2g^2 + (c_1c_2L)^2]}g \quad (31)$$

Значение $\lambda = \lambda_2$ также определяет набор значений координат системы, характеризующих второе устойчивое состояние потенциального равновесия системы:

$$x_{1,2} = \frac{Lc_2[(M_2c_1 - c_2M_1)^2g^2 + c_1c_2(R_2 + R_1 - t_{f0} - Lc_1c_2)]}{(c_1 + c_2)[(M_2c_1 - c_2M_1)^2g^2 + (c_1c_2L)^2]} \quad (32)$$

$$y_{1,2} = \frac{[c_2(R_2 + R_1 - t_{f0}) - (M_1 + M_2)(c_1M_2 - c_2M_1)g^2](c_1M_2 - c_2M_1) - (M_1 + M_2)(c_1c_2L)^2}{(c_1 + c_2)[(M_2c_1 - c_2M_1)^2g^2 + (c_1c_2L)^2]}g^2 \quad (33)$$

$$x_{2,2} = \frac{c_2L[-c_1^2(R_2 + R_1 - t_{f0}) + (c_1c_2L)^2 + (c_1M_2 - c_2M_1)^2g^2]}{(c_1 + c_2)[(M_2c_1 - c_2M_1)^2g^2 + (c_1c_2L)^2]} \quad (34)$$

$$y_{2,2} = \frac{[c_1(R_2 + R_1 - t_{f0}) - (M_1 + M_2)(c_1M_2 - c_2M_1)g^2](c_1M_2 - c_2M_1) - (M_1 + M_2)(c_1c_2L)^2}{(c_1 + c_2)[(M_2c_1 - c_2M_1)^2g^2 + (c_1c_2L)^2]}g \quad (35)$$

Выводы. Построенные соотношения позволяют определить взаимосвязь между основными динамическими характеристиками системы круглого наружного шлифования, величинами подачи и фактической глубины резания и состояниями ее равновесия в процессе шлифования.

Перспективы дальнейших исследований в данной области. Вышеприведенные математические модели позволяют разработать методики проектирования нового станочного оборудования и разработку технологических процессов круглого наружного шлифования.

Библиографический список использованной литературы

1. Абразивная и алмазная обработка материалов. Справочник / Под ред. проф. А.Н. Резникова. — М.: Машиностроение, 1977. — 390 с.
2. Горяченко В.Д. Элементы теории колебаний / В.Д. Горяченко. — М.: Высшая школа; 2001. — 395 с.
3. Королев А.В. Теоретико-вероятностные основы абразивной обработки. Ч. 2. Взаимодействие инструмента и заготовки при абразивной обработке / А.В. Королев, Ю.К. Новоселов. — Саратов: Изд-во Саратовского ун-та, 1989. — 160 с.
4. Маркеев А.П. Теоретическая механика / А.П. Маркеев. — М.: Наука, 1990. — 418 с.
5. Смирнов В.И. Курс высшей математики. Т. 1. / В.И. Смирнов. — М.: Наука, 1974. — 480 с.

Поступила в редакцию 28.12.2013 г.

Сазонов С.Є. Динамічна модель взаємодії шліфувального круга із заготовкою при круглом врізном зовнішньому шліфуванні

Розроблено динамічну модель для процесу круглого шліфування, що дозволяє визначити взаємозв'язок між основними динамічними характеристиками, величинами подачі і фактичної глибини різання і станами її рівноваги в процесі шліфування.

Ключові слова: шліфування, динамічні характеристики, коливання, глибина різання.

Sazonov S.E. Dynamic model of interaction grinding wheels billet at round flush surface grinding

Developed a dynamic model for cylindrical grinding process, which allows the definition, casting the relationship between the main dynamic characteristics, the values of supply and factor-cal depth of cut and the state of its balance in the grinding process.

Keywords: grinding, dynamic characteristics, vibrations, cutting depth.