

УДК 621.833

С.В. Шевченко, доцент, канд. техн. наук,**Е.А. Мазнев, доцент, канд. техн. наук***Восточноукраинский национальный университет имени Владимира Даля,**кв. Молодежный 20а, г. Луганск, Украина, 91034**ea-maznev@yandex.ua***ОЦЕНКА НАГРУЗОЧНОЙ СПОСОБНОСТИ ЧЕРВЯЧНЫХ ПЕРЕДАЧ С
ЛОКАЛИЗОВАННЫМ КОНТАКТОМ**

Рассмотрен способ локализации контакта в червячном зацеплении за счет использования стандартной архимедовой фрезы, нарезающей зубья червячного колеса, и стандартного эвольвентного червяка.

Ключевые слова: червячная передача, точечный контакт, эвольвентный червяк, архимедова фреза.

Постановка проблемы. Уровень нагрузочной способности червячных передач в значительной степени зависит от характера касания витков червяка и зубьев червячного колеса. Контакт вогнутых витков с выпуклыми зубьями, при прочих равных условиях, дает меньшую приведенную кривизну в сравнении с вариантом, когда обе эти поверхности выпуклые. Кроме того, выпукло-вогнутый контакт поверхностей снижает влияние деформаций и погрешностей изготовления на прочностные критерии работоспособности передачи. Поэтому выбор рациональной геометрии витков червяка и сопряженных зубьев колеса является актуальной задачей для червячных передач в силовых приводах технологического и транспортного оборудования. В работах [1-3], посвященных решению этой задачи, предусматриваются либо новые типы рабочих и производящих червяков, либо изменения в технологии изготовления червячной пары. Все это требует дополнительных затрат и усложняет процесс изготовления передач.

Иной подход для локализации контакта в червячном зацеплении предложен в работе [4] – с помощью стандартного эвольвентного червяка ZJ и стандартной архимедовой червячной фрезы ZA , нарезающей зубья колеса по обычной технологической схеме. Так как червяк ZJ и фреза ZA образуют жесткую неконгруэнтную пару поверхностей с касанием по винтовой линии, (причем, ZJ будет находиться «внутри» ZA), зубья колеса и витки червяка ZJ будут иметь точечный контакт.

Постановка задачи. Дать сравнительный анализ классической червячной передачи, имеющей линейчатый контакт между витками ZJ и зубьями колеса GJ , нарезанными червячной фрезой ZJ , с червячными передачами, у которых контакт локализованный (точечный). Последние состоят из конвольютного червяка $ZN2$ и колеса GJ , зубья которого нарезаны эвольвентной червячной фрезой ZJ .

Изложение основного материала. Сопоставление указанных передач ведем по приведенным кривизнам, которые предопределяют величину контактных напряжений. В классической передаче производящий червяк (фреза) и рабочий червяк, (в данном случае это геликоид ZJ), являются полностью конгруэнтными поверхностями. Эту передачу назовем $[ZJ + GJ]$. Соответственно, передача с локализованным контактом – $[ZN2 + GJ]$. Для упрощения выкладок рассматриваются осевые сечения червяков $ZN2$ и ZJ в зацеплении с зубьями колеса GJ в его среднем торцевом сечении.

1. Передача $[ZN2 + GJ]$.

Осевое сечение рабочего червяка $ZN2$ в системе координат $S_1(X_1; Z_1)$, жестко связанной с червяком (рисунок1)

$$\vec{r}_{1N} = (r_{w1} - \rho / \cos v) \cdot \vec{i}_1 + (P \cdot v + \rho \cdot \operatorname{tg} \delta \cdot \operatorname{tg} v) \cdot \vec{k}_1. \quad 1)$$

Здесь $\rho = (r_{w1} \cdot \operatorname{tg} \alpha_u - 0,5 \cdot S_p) \cdot \sin \gamma / \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha_u \cdot \sin^2 \gamma}$; $\delta = \arcsin(\sin \alpha_u \cdot \cos \gamma)$; $P = 0,5 \cdot m \cdot q \cdot \operatorname{tg} \gamma$ – параметр винта; α_u – угол наклона режущей кромки резца; $S_p \approx 0,5 \cdot \pi \cdot m \cdot \cos \gamma$ – ширина резца на делительном цилиндре $ZN2$; $r_{w1} = 0,5 \cdot m \cdot (q + 2 \cdot x)$ – начальный радиус $ZN2$, (m, q, x, γ – параметры передачи); v – независимая переменная.

Угол между касательной к профилю (1) и осью X_1 :

$$\alpha_{ZN} = \arccos \left(\frac{\dot{X}_1}{\sqrt{\dot{X}_1^2 + \dot{Z}_1^2}} \right); \quad (2)$$

где $\dot{X}_1 = \frac{dX_1}{dv} = -\rho \cdot \frac{\text{tg } v}{\cos v}$; $\dot{Z}_1 = \frac{dZ_1}{dv} = P + \rho \cdot \frac{\text{tg } \delta}{\cos^2 v}$.

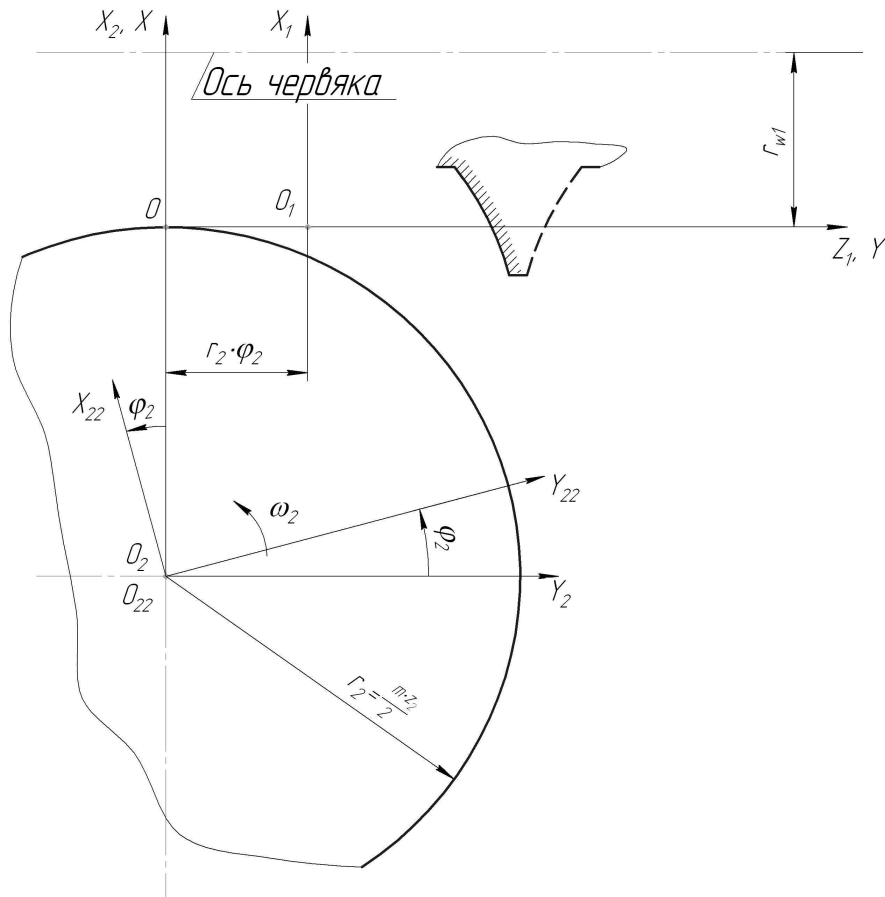


Рисунок 1 – Системы координат к профильным зацеплениям [ZN2+GJ] и [ZJ+GJ]

Радиус кривизны профиля (1):

$$R_{ZN} = \frac{\sqrt{(\dot{X}_1^2 + \dot{Z}_1^2)^3}}{|\dot{X}_1 \cdot \ddot{Z}_1 - \ddot{X}_1 \cdot \dot{Z}_1|}, \quad (3)$$

где $\ddot{X}_1 = \frac{d^2 X_1}{dv^2} = -\rho \cdot \frac{1 + 2 \cdot \text{tg}^2 v}{\cos v}$; $\ddot{Z}_1 = \frac{d^2 Z_1}{dv^2} = 2 \cdot \rho \cdot \text{tg } \delta \cdot \frac{\text{tg } v}{\cos^2 v}$.

2. Передача [ZJ+GJ].

Осевое сечение червяка ZJ в системе координат S1(X1; Z1) (рисунок)

$$\vec{r}_{1J} = \left(r_{W1} - \frac{r_0}{\cos v} \right) \cdot \vec{i}_1 + P \cdot (\text{tg } v - v) \cdot \vec{k}_1, \quad (4)$$

здесь $r_0 = \frac{0,5 \cdot m \cdot z_1}{\text{tg } \gamma_0}$ – радиус основного цилиндра ZJ; $\gamma_0 = \arccos(\cos \gamma \cdot \cos 20^\circ)$ – основной угол подъема витков ZJ.

Угол осевого профиля витка ZJ – α_{ZJ} , и его радиус кривизны – R_{ZJ} , определяются зависимостями (2) и (3), подразумевая под $\dot{X}_1, \dot{Z}_1, \ddot{X}_1, \ddot{Z}_1$ производные от координат вектор-функции (4):

$$\begin{cases} \dot{X}_1 = -\frac{r_0 \cdot \operatorname{tg} v}{\cos v}; \\ \dot{Z}_1 = P \cdot \operatorname{tg}^2 v. \end{cases} \quad \begin{cases} \ddot{X}_1 = -\frac{r_0 \cdot (1 + 2 \cdot \operatorname{tg}^2 v)}{\cos v} \\ \ddot{Z}_1 = \frac{2 \cdot P \cdot \operatorname{tg} v}{\cos^2 v}. \end{cases}$$

Профиль зубьев колеса GJ в средней торцевой плоскости в системе координат $S_{22}(X_{22}; Z_{22})$, жестко связанной с колесом (рисунок 1)

$$\begin{aligned} \vec{r}_{22} = & [(Z_1 + r_2 \cdot \phi_2) \cdot \sin \phi_2 + (X_1 + r_2) \cdot \cos \phi_2] \cdot \vec{i}_{22} + \\ & + [(Z_1 + r_2 \cdot \phi_2) \cdot \cos \phi_2 - (X_1 + r_2) \cdot \sin \phi_2] \cdot \vec{j}_{22}. \end{aligned}$$

Параметр вращения колеса ϕ_2 находится из уравнения зацепления ZJ с GJ :

$$\vec{n}_1 \cdot \vec{V}_1^{(12)} = 0.$$

После подстановки в это уравнение векторов нормали \vec{n}_1 и относительной скорости $\vec{V}_1^{(12)}$ находится искомое значение ϕ_2 :

$$\phi_2 = \frac{t_1}{r_2 \cdot r_0} - \frac{Z_1}{r_2},$$

где $t_1 = P \cdot (X_1 + r_{w1}) \cdot \sin v$; $r_2 = 0,5 \cdot m \cdot z_2$ – делительный радиус колеса GJ .

Угол профиля зуба GJ – α_{GJ} , и его радиус кривизны – R_{GJ} , определяются зависимостями (2) и (3) при замене производных $\dot{X}_1, \dot{Z}_1, \ddot{X}_1, \ddot{Z}_1$ соответственно на $\dot{X}_{22}, \dot{Y}_{22}, \ddot{X}_{22}, \ddot{Y}_{22}$.

$$\dot{X}_{22} = \frac{\partial X_{22}}{\partial v} = \dot{X}_1 \cdot \cos \phi_2 - (X_1 + r_2) \cdot \dot{\phi}_2 \cdot \sin \phi_2 + (\dot{Z}_1 + r_2 \cdot \dot{\phi}_2) \cdot \sin \phi_2 + (Z_1 + r_2 \cdot \phi_2) \cdot \dot{\phi}_2 \cdot \cos \phi_2;$$

$$\dot{Y}_{22} = \frac{\partial Y_{22}}{\partial v} = -\dot{X}_1 \cdot \sin \phi_2 - (X_1 + r_2) \cdot \dot{\phi}_2 \cdot \cos \phi_2 + (\dot{Z}_1 + r_2 \cdot \dot{\phi}_2) \cdot \cos \phi_2 - (Z_1 + r_2 \cdot \phi_2) \cdot \dot{\phi}_2 \cdot \sin \phi_2.$$

Здесь $\dot{\phi}_2 = \frac{\partial \phi_2}{\partial v} = \frac{\dot{t}_1}{r_2 \cdot r_0} - \frac{\dot{Z}_1}{r_2}$; $\dot{t}_1 = \frac{\partial t_1}{\partial v} = P \cdot [\dot{X} \cdot \sin v + (X + r_{w1}) \cdot \cos v]$.

$$\begin{aligned} \ddot{X}_{22} = \frac{\partial^2 X_{22}}{\partial v^2} = & [\ddot{X}_1 + 2 \cdot \dot{\phi}_2 \cdot (\dot{Z}_1 + r_2 \cdot \dot{\phi}_2)] \cdot \cos \phi_2 + (\ddot{Z}_1 + r_2 \cdot \ddot{\phi}_2 - 2 \cdot \dot{X}_1 \cdot \dot{\phi}_2) \cdot \sin \phi_2 - \\ & - (X_1 + r_2) \cdot (\ddot{\phi}_2 \cdot \sin \phi_2 + \dot{\phi}_2^2 \cdot \cos \phi_2) + (Z_1 + r_2 \cdot \phi_2) \cdot (\ddot{\phi}_2 \cdot \cos \phi_2 - \dot{\phi}_2^2 \cdot \sin \phi_2); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \ddot{Y}_{22} = \frac{\partial^2 Y_{22}}{\partial v^2} = & -[\ddot{X}_1 + 2 \cdot \dot{\phi}_2 \cdot (\dot{Z}_1 + r_2 \cdot \dot{\phi}_2)] \cdot \sin \phi_2 + (\ddot{Z}_1 + r_2 \cdot \ddot{\phi}_2 - 2 \cdot \dot{X}_1 \cdot \dot{\phi}_2) \cdot \cos \phi_2 - \\ & - (X_1 + r_2) \cdot (\ddot{\phi}_2 \cdot \cos \phi_2 - \dot{\phi}_2^2 \cdot \sin \phi_2) - (Z_1 + r_2 \cdot \phi_2) \cdot (\ddot{\phi}_2 \cdot \sin \phi_2 + \dot{\phi}_2^2 \cdot \cos \phi_2) \end{aligned}$$

Здесь $\ddot{\phi}_2 = \frac{\partial^2 \phi_2}{\partial v^2} = \frac{\ddot{t}_1}{r_2 \cdot r_0} - \frac{\ddot{Z}_1}{r_2}$; $\ddot{t}_1 = \frac{\partial^2 t_1}{\partial v^2} = P \cdot [(\ddot{X}_1 - X_1 - r_{w1}) \cdot \sin v + 2 \cdot \dot{X} \cdot \cos v]$.

3. Приведенные кривизны профилей $[ZN2 + GJ]$ и $[ZJ + GJ]$ – $\chi_{1 \text{ в } (1)}$ и $\chi_{1 \text{ в } (2)}$ соответственно:

$$\chi_{1 \text{ в } (1)} = \chi_{GJ} - \chi_{NJ} = \frac{1}{R_{GJ}} - \frac{1}{R_{ZN}}; \quad \chi_{1 \text{ в } (2)} = \chi_{GJ} + \chi_{ZJ} = \frac{1}{R_{GJ}} + \frac{1}{R_{ZJ}}.$$

Знак « \leftrightarrow » в выражении для $\chi_{1 \text{ в } (1)}$ обусловлен тем, что в паре $[ZN2 + GJ]$ контактируют вогнутый профиль $ZN2$ с выпуклым GJ . В паре $[ZJ + GJ]$ оба профиля выпуклые, поэтому между кривизнами χ_{GJ} и χ_{ZJ} стоит знак « $+$ ».

Переходя от рассматриваемых зацеплений для профилей $ZN2$, ZJ , GJ к реальным червячным передачам $[ZN2+GJ]$ и $[ZJ+GJ]$, следует учесть, что контакт червяка $ZN2$ с червячным колесом GJ будет точечным, так как витки $ZN2$ и зубья GJ являются сопряженными поверхностями, но не взаимоогibaемыми. Контакт между витками ZJ зубьями GJ будет осуществляться по линиям, поскольку здесь реализован 2-й метод Оливье (производящий и рабочий червяки образуют конгруэнтную пару поверхностей). Из этого следует, что контактные напряжения $\sigma_{Y(1)}$ в паре $[ZN2+GJ]$ будут пропорциональны величине $\chi_{PP(1)}^{-1/3}$, а в паре $[ZJ+GJ]$ значения $\sigma_{Y(2)}$ будут пропорциональны $\chi_{PP(2)}^{-1/2}$.

Расчеты, выполненные по приведенному алгоритму для девяти червячных передач с различными комбинациями исходных параметров, показали следующее. Приведенные кривизны в парах $[ZN2+GJ]$ меньше, чем в $[ZJ+GJ]$. Причем, с увеличением заходности червяков, (и, соответственно, угла подъема витков), растет преимущество по приведенным кривизнам в $[ZN2+GJ]$ перед $[ZJ+GJ]$. Так, при $z_1 = 1$ соотношение кривизн $\frac{\chi_{PP(1)}}{\chi_{PP(2)}} \approx 0,91 \dots 0,94$. При $z_1 = 2$ преимущество по кривизнам более существенно:

$\frac{\chi_{PP(1)}}{\chi_{PP(2)}} \approx 0,68 \dots 0,85$. Наконец, при $z_1 = 4$: $\frac{\chi_{PP(1)}}{\chi_{PP(2)}} \approx 0,1 \dots 0,43$. То есть, с ростом z_1 от 1 до 4

приведенные кривизны передачи $[ZN2+GJ]$ уменьшаются по сравнению с $[ZJ+GJ]$ от 6...9 % до 57...90 %. Это, в свою очередь, приводит к снижению контактных напряжений. Учитывая эти соотношения по приведенным кривизнам, а также различный характер контакта рабочих поверхностей в $[ZN2+GJ]$ и $[ZJ+GJ]$, (вогнутой и выпуклой – в первой паре, и двух выпуклых – во второй), контактные напряжения $\sigma_{Y(1)}$ будут на 20...24 % меньше $\sigma_{Y(2)}$ при $z_1 = 1$. При $z_1 = 2$ и $z_1 = 4$ это преимущество существенно возрастает.

Выводы. В развитие метода локализации контакта [4] предложено червячное зацепление, в котором реализуется точечный контакт между витками рабочего червяка $ZN2$ и зубьями колеса GJ , нарезанными производящим червяком ZJ . Показано преимущество пары с локализованным контактом $[ZN2+GJ]$ перед классической парой $[ZJ+GJ]$ по приведенным кривизнам и, как следствие, по контактным напряжениям. Кроме того, контакт вогнутых витков $ZN2$ с выпуклыми зубьями GJ делает передачу $[ZN2+GJ]$ менее чувствительной к деформациям и погрешностям изготовления в сравнении с $[ZJ+GJ]$. Следует также отметить, что указанные преимущества передачи $[ZN2+GJ]$ обеспечиваются без усложнения технологии изготовления и дополнительных затрат, так как используются стандартные фрезы ZJ и червяки $ZN2$, а также существующие методы изготовления червячных передач с цилиндрическими червяками.

Библиографический список использованной литературы

1. Niemann G., Winter G. Maschinenelemente, Band 2, Getriebe, Kupplungen. Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, 1985. – 536 p.
2. Бернацкий И.П. Исследование червячной передачи повышенной грузоподъемности с конволютным червяком новой разновидности / И.П. Бернацкий // Тр. Ленингр. политехн. ин-та. — 1965. — № 254. — С. 42–53.
3. А.с. № 904410 СССР МКИ F16H 1/16. Червячная передача / С.В. Шевченко, В.П. Шишов, В.И. Подройко. — 2911046/25-28; Заявл. 21.04.1980; опубл. в бюл. № 15, 1982.
4. Шевченко С.В. Локализация контакта в червячном зацеплении на базе стандартных элементов передачи / С.В. Шевченко, П.Н. Ткач // Подъемно-транспортная техника. — Днепропетровск, 2010. — № 1. — С. 49–55.

Поступила в редакцию 12.12.2013 г.

Шевченко С.В., Мазнев Є.А. Оцінка навантажувальної здатності черв'ячних передач із локалізованим контактом

Розглянутий спосіб локалізації контакту в черв'ячному зачепленні за рахунок використання стандартної архімедової фрези, що нарізає зуб'я черв'ячного колеса, та стандартного евольвентного черв'яка.

Ключові слова: черв'ячна передача, точечний, евольвентний черв'як, архімедова фреза.

Shevchenko S.V., Maznev E.A. Assessment of load ability of worm gears with the localized contact

The way of localization of contact in worm gearing due to use of the standard Archimedean mill cutting teeth of a worm wheel, and a standard evolvent worm is considered.

Keywords: worm gear, dot contact, evolvent worm, archimedean worm.