

УДК 621.9.06. – 233.1

**Ю.М. Данильченко, профессор, д-р техн. наук,**

**А.И. Петришин, инженер**

*Национальный технический университет Украины «Киевский политехнический институт»,  
пр-т Победы, 37, г. Киев, Украина, 03056*

*E-mail: mmi-tm@ukr.net*

## **ТЕОРЕТИКО-ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ШПИНДЕЛЬНОГО УЗЛА**

*Разработана динамическая модель стэнда для исследования шпиндельных узлов. Модель представлена в виде сложной колебательной механической системы, состоящей из четырех подсистем: оправки, шпинделя, корпуса и рамы, упруго закрепленной на основании. Теоретически и экспериментально исследованы тенденции изменения частот собственных колебаний системы при изменении ее комплектации и жесткости крепления рамы.*

**Ключевые слова:** *шпиндельный узел, динамическая модель, частоты собственных колебаний.*

**Постановка проблемы.** Одними из важнейших показателей качества шпиндельных узлов (ШУ) металлорежущих станков являются их динамические характеристики, а именно: частоты собственных колебаний, АЧХ, АФЧХ, динамическая жесткость, формы колебаний на собственных частотах, коэффициенты демпфирования. Комплексно эти характеристики наиболее полно характеризуют виброустойчивость конструкции ШУ, качество их изготовления и сборки [1]. Особое внимание при этом уделяется определению низших частот собственных колебаний, поскольку практическая работа ШУ в резонансных зонах считается недопустимой. Этим же вызвана и обязательность расчета собственных частот ШУ при проектировании. Поэтому обеспечение достоверности расчета частот собственных колебаний ШУ при проектировании является актуальной задачей.

**Анализ исследований.** Расчетные модели и методы оценки динамических характеристик собственно конструкции шпиндельного узла разработаны достаточно полно [1, 2]. Но в реальных условиях ШУ монтируются в специальных корпусах, либо непосредственно на станинах станков, а в самих шпинделях закрепляются инструменты либо заготовки. То есть фактически ШУ в составе металлорежущих станков представляют собой более сложные механические колебательные системы с более широким массивом частот собственных колебаний. Общий подход к расчету частот и форм собственных колебаний таких систем рассмотрен в работах [3, 4]. Следующей задачей является экспериментальная проверка адекватности разработанных динамических моделей.

**Постановка задачи.** Решается задача разработки динамической модели стэнда с ШУ как сложной механической колебательной системы и экспериментальной проверки ее адекватности при исследовании динамических характеристик ШУ.

**Экспериментальный стэнд.** Для экспериментального определения динамических характеристик ШУ разработан стэнд, представляющий собой раму 1, упруго закрепленную на массивном основании 2, с возможностью углового поворота в вертикальной плоскости (рисунок 1). На раме 1 закрепляется шлифовальная головка 3 с оправкой 4. Угловая жесткость рамы регулируется за счет изменения жесткости пружины растяжения 5, вместо которой может устанавливаться жесткий стержень. Шлифовальная головка 3 имеет корпус гильзового исполнения. Шпиндель смонтирован на дуплексированных радиально-упорных шариковых подшипниках.

**Динамическая модель стэнда с ШУ.** При теоретических исследованиях стэнд с ШУ рассматривается как механическая колебательная система, состоящая из четырех подсистем: оправки, шпинделя, гильзового корпуса и рамы (рисунок 2).

Первая подсистема (оправка, индекс  $s=1$ ) рассматривается в виде стержня с распределенной массой, состоящего из двух участков. На переднем конце оправки (сечение  $0^{(1)}$ ) размещена сосредоточенная масса (диск). В сечении  $2^{(1)}$  оправка соединяется со шпинделем (сечение  $0^{(2)}$  шпинделя), что учитывается упругой связью с радиальной  $k_m^r$  и поворотной  $k_m^n$  жесткостями.

Вторая подсистема (шпиндель, индекс  $s=2$ ) рассматривается в виде стержня с распределенной массой, состоящего из шести участков. В сечениях  $1^{(2)}$ ,  $2^{(2)}$ ,  $3^{(2)}$  и  $4^{(2)}$  размещены подшипники опор шпинделя, что учитывается упругими связями с жесткостями  $k_1$ ,  $k_2$ ,  $k_3$  и  $k_4$  соответственно.

Третья подсистема (гильзовый корпус, индекс  $s=3$ ) рассматривается в виде полого стержня с распределенной массой, состоящего из семи участков. В сечениях  $2^{(3)}$ ,  $3^{(3)}$ ,  $4^{(3)}$  и  $5^{(3)}$  корпус

соединяется со шпинделем. В сечениях  $1^{(3)}$  и  $6^{(3)}$  корпус соединяется с рамой, что учитывается упругими связями с жесткостями  $k_{q1}$  и  $k_{q2}$ .

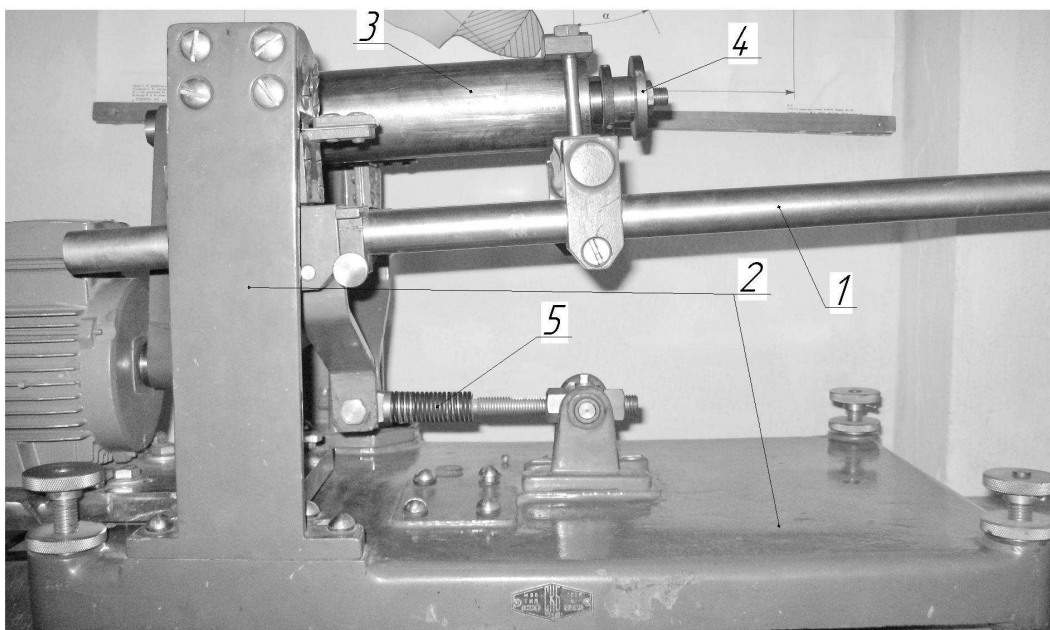


Рисунок 1 – Экспериментальный стенд: 1 – рама; 2 – основание; 3 – шпиндельный узел; 4 – оправка; 5 – пружина растяжения

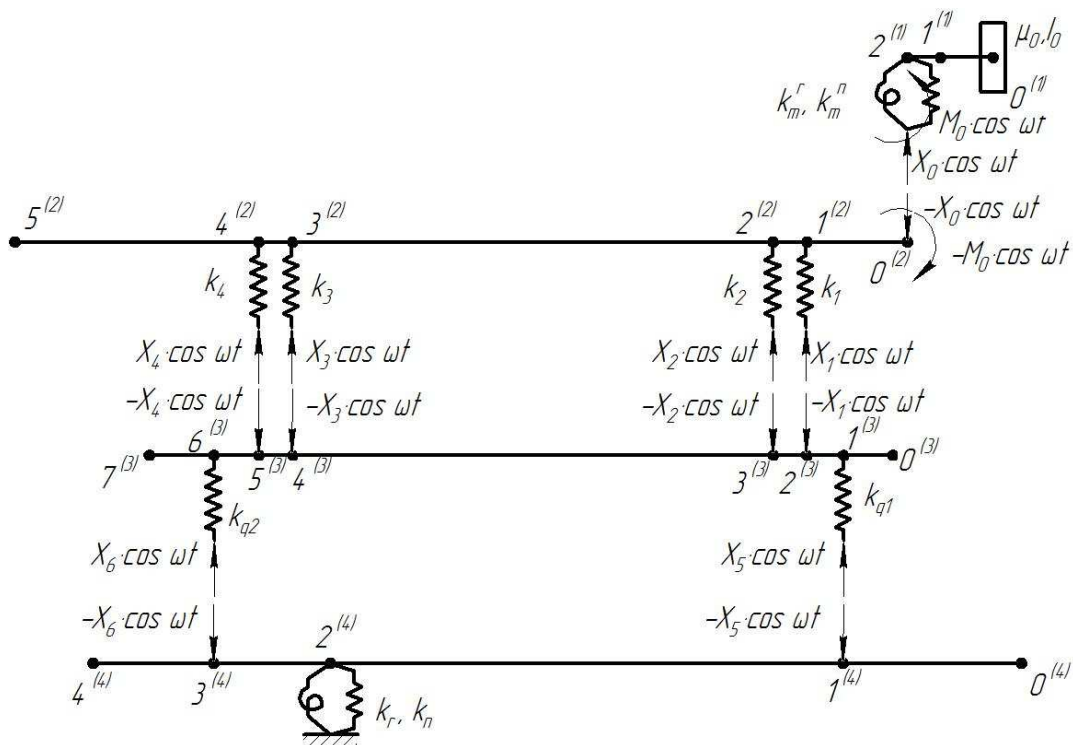


Рисунок 2 – Расчетная схема экспериментального стенда: (1) – оправка, (2) – шпиндель, (3) – гильзовый корпус, (4) – рама

Четвертая подсистема (рама, индекс  $s = 4$ ) рассматривается в виде эквивалентного стержня, состоящего из четырех участков с распределенной массой. В сечениях  $1^{(4)}$ ,  $3^{(4)}$  к раме присоединен

шпиндельный узел. В сечении  $2^{(4)}$  рама крепится к основанию стенда, что учитывается упругими связями с радиальной  $k_r$  и угловой  $k_n$  жесткостями.

Для расчета частот собственных колебаний вышеописанной системы используется метод динамических податливостей [3]. Согласно этому методу, в направлении отброшенных связей прикладывают их реакции, которые затем определяют из условия совместности деформаций подсистем, а именно условий равенства амплитуд обобщенных перемещений (линейных и угловых) в точках замыкания подсистем:

- для подсистем 1 и 2:

$$\begin{cases} \alpha_{00}^{12} \cdot X_0 + \gamma_{00}^{12} \cdot M_0 - \alpha_{01}^{(2)} \cdot X_1 - \alpha_{02}^{(2)} \cdot X_2 - \alpha_{03}^{(2)} \cdot X_3 - \alpha_{04}^{(2)} \cdot X_4 = 0 \\ \beta_{00}^{12} \cdot X_0 + \varphi_{00}^{12} \cdot M_0 - \beta_{01}^{(2)} \cdot X_1 - \beta_{02}^{(2)} \cdot X_2 - \beta_{03}^{(2)} \cdot X_3 - \beta_{04}^{(2)} \cdot X_4 = 0 \end{cases} \quad (1)$$

- для подсистем 2 и 3 в точке замыкания  $i$ :

$$\begin{cases} -\alpha_{10}^{(2)} \cdot X_0 - \gamma_{10}^{(2)} \cdot M_0 + \alpha_{11}^{23} \cdot X_1 + \alpha_{12}^{23} \cdot X_2 + \alpha_{13}^{23} \cdot X_3 + \alpha_{14}^{23} \cdot X_4 - \alpha_{21}^{(3)} \cdot X_5 - \alpha_{26}^{(3)} \cdot X_6 = 0 \\ -\alpha_{20}^{(2)} \cdot X_0 - \gamma_{20}^{(2)} \cdot M_0 + \alpha_{21}^{23} \cdot X_1 + \alpha_{22}^{23} \cdot X_2 + \alpha_{23}^{23} \cdot X_3 + \alpha_{24}^{23} \cdot X_4 - \alpha_{31}^{(3)} \cdot X_5 - \alpha_{36}^{(3)} \cdot X_6 = 0 \\ -\alpha_{30}^{(2)} \cdot X_0 - \gamma_{30}^{(2)} \cdot M_0 + \alpha_{31}^{23} \cdot X_1 + \alpha_{32}^{23} \cdot X_2 + \alpha_{33}^{23} \cdot X_3 + \alpha_{34}^{23} \cdot X_4 - \alpha_{41}^{(3)} \cdot X_5 - \alpha_{46}^{(3)} \cdot X_6 = 0 \\ -\alpha_{40}^{(2)} \cdot X_0 - \gamma_{40}^{(2)} \cdot M_0 + \alpha_{41}^{23} \cdot X_1 + \alpha_{42}^{23} \cdot X_2 + \alpha_{43}^{23} \cdot X_3 + \alpha_{44}^{23} \cdot X_4 - \alpha_{51}^{(3)} \cdot X_5 - \alpha_{56}^{(3)} \cdot X_6 = 0 \end{cases} \quad (2)$$

- для подсистем 3 и 4 в точке замыкания  $i$ :

$$\begin{cases} -\alpha_{12}^{(3)} \cdot X_1 - \alpha_{13}^{(3)} \cdot X_2 - \alpha_{14}^{(3)} \cdot X_3 - \alpha_{15}^{(3)} \cdot X_4 + \alpha_{11}^{34} \cdot X_5 + \alpha_{16}^{34} \cdot X_6 = 0 \\ -\alpha_{62}^{(3)} \cdot X_1 - \alpha_{63}^{(3)} \cdot X_2 - \alpha_{64}^{(3)} \cdot X_3 - \alpha_{65}^{(3)} \cdot X_4 + \alpha_{61}^{34} \cdot X_5 + \alpha_{66}^{34} \cdot X_6 = 0 \end{cases} \quad (3)$$

Для определения частот собственных колебаний системы из уравнений (1), (2) и (3) составляется матрица гармонических коэффициентов влияния  $[D(\omega)]$ :

$$D(\omega) = \begin{pmatrix} \alpha_{00}^{12} & \gamma_{00}^{12} & -\alpha_{01}^{(2)} & -\alpha_{02}^{(2)} & -\alpha_{03}^{(2)} & -\alpha_{04}^{(2)} & 0 & 0 \\ \beta_{00}^{12} & \varphi_{00}^{12} & -\beta_{01}^{(2)} & -\beta_{02}^{(2)} & -\beta_{03}^{(2)} & -\beta_{04}^{(2)} & 0 & 0 \\ -\alpha_{10}^{(2)} & -\gamma_{10}^{(2)} & \alpha_{11}^{23} & \alpha_{12}^{23} & \alpha_{13}^{23} & \alpha_{14}^{23} & -\alpha_{21}^{(3)} & -\alpha_{26}^{(3)} \\ -\alpha_{20}^{(2)} & -\gamma_{20}^{(2)} & \alpha_{21}^{23} & \alpha_{22}^{23} & \alpha_{23}^{23} & \alpha_{24}^{23} & -\alpha_{31}^{(3)} & -\alpha_{36}^{(3)} \\ -\alpha_{30}^{(2)} & -\gamma_{30}^{(2)} & \alpha_{31}^{23} & \alpha_{32}^{23} & \alpha_{33}^{23} & \alpha_{34}^{23} & -\alpha_{41}^{(3)} & -\alpha_{46}^{(3)} \\ -\alpha_{40}^{(2)} & -\gamma_{40}^{(2)} & \alpha_{41}^{23} & \alpha_{42}^{23} & \alpha_{43}^{23} & \alpha_{44}^{23} & -\alpha_{51}^{(3)} & -\alpha_{56}^{(3)} \\ 0 & 0 & -\alpha_{12}^{(3)} & -\alpha_{13}^{(3)} & -\alpha_{14}^{(3)} & -\alpha_{15}^{(3)} & \alpha_{11}^{34} & \alpha_{16}^{34} \\ 0 & 0 & -\alpha_{62}^{(3)} & -\alpha_{63}^{(3)} & -\alpha_{64}^{(3)} & -\alpha_{65}^{(3)} & \alpha_{61}^{34} & \alpha_{66}^{34} \end{pmatrix},$$

где  $\alpha_{00}^{12} = \alpha_{22}^{(1)} + \alpha_{00}^{(2)} + \frac{1}{k_m^r}$ ;  $\beta_{00}^{12} = \beta_{22}^{(1)} + \beta_{00}^{(2)}$ ;  $\gamma_{00}^{12} = \gamma_{22}^{(1)} + \gamma_{00}^{(2)}$ ;  $\varphi_{00}^{12} = \varphi_{22}^{(1)} + \varphi_{00}^{(2)} + \frac{1}{k_m^n}$ ;

$\alpha_{11}^{23} = \alpha_{11}^{(2)} + \alpha_{22}^{(3)} + \frac{1}{k_1}$ ;  $\alpha_{12}^{23} = \alpha_{12}^{(2)} + \alpha_{23}^{(3)}$ ;  $\alpha_{13}^{23} = \alpha_{13}^{(2)} + \alpha_{24}^{(3)}$ ;  $\alpha_{14}^{23} = \alpha_{14}^{(2)} + \alpha_{25}^{(3)}$ ;  $\alpha_{21}^{23} = \alpha_{21}^{(2)} + \alpha_{32}^{(3)}$ ;

$\alpha_{22}^{23} = \alpha_{22}^{(2)} + \alpha_{33}^{(3)} + \frac{1}{k_2}$ ;  $\alpha_{23}^{23} = \alpha_{23}^{(2)} + \alpha_{34}^{(3)}$ ;  $\alpha_{24}^{23} = \alpha_{24}^{(2)} + \alpha_{35}^{(3)}$ ;  $\alpha_{31}^{23} = \alpha_{31}^{(2)} + \alpha_{42}^{(3)}$ ;  $\alpha_{32}^{23} = \alpha_{32}^{(2)} + \alpha_{43}^{(3)}$ ;

$\alpha_{33}^{23} = \alpha_{33}^{(2)} + \alpha_{44}^{(3)} + \frac{1}{k_3}$ ;  $\alpha_{34}^{23} = \alpha_{34}^{(2)} + \alpha_{45}^{(3)}$ ;  $\alpha_{41}^{23} = \alpha_{41}^{(2)} + \alpha_{52}^{(3)}$ ;  $\alpha_{42}^{23} = \alpha_{42}^{(2)} + \alpha_{53}^{(3)}$ ;  $\alpha_{43}^{23} = \alpha_{43}^{(2)} + \alpha_{54}^{(3)}$ ;

$\alpha_{44}^{23} = \alpha_{44}^{(2)} + \alpha_{55}^{(3)} + \frac{1}{k_4}$ ;  $\alpha_{11}^{34} = \alpha_{11}^{(3)} + \alpha_{11}^{(4)} + \frac{1}{k_{q1}}$ ;  $\alpha_{16}^{34} = \alpha_{16}^{(3)} + \alpha_{13}^{(4)}$ ;  $\alpha_{61}^{34} = \alpha_{61}^{(3)} + \alpha_{31}^{(4)}$ ;

$\alpha_{66}^{34} = \alpha_{66}^{(3)} + \alpha_{33}^{(4)} + \frac{1}{k_{q2}}$ ;

$\alpha_{ij}^{(s)}$ ,  $\beta_{ij}^{(s)}$ ,  $\gamma_{ij}^{(s)}$ ,  $\varphi_{ij}^{(s)}$  – коэффициенты влияния (локальные динамические податливости) в точках замыкания системы на подсистемы  $s$  ( $s = 1, 2, 3, 4$ ).

Значения собственных частот колебаний системы определяются из условия  $\det[D]=0$ .

Для расчета локальных динамических податливостей подсистем используется метод начальных параметров в матричной форме (метод переходных матриц) [3]. Согласно этому методу стержневая система рассматривается в виде последовательно соединенных участков постоянного сечения с распределенной массой с учетом возможного наличия в  $i$ -м сечении сосредоточенной массы, опоры или гармонической нагрузки.

В общем случае переходная матрица  $\Pi_i$   $i$ -го сечения равна произведению всех переходных матриц в этом сечении:

$$\Pi_i = G_i \cdot R_i \cdot U_i,$$

где  $G_i$  – матрица массово-инерционных характеристик сосредоточенной массы;  $R_i$  – матрица упруго-диссипативной линейно-поворотной опоры;  $U_i$  – матрица участков стержня с распределенной массой.

Переходная матрица стержневой системы равна произведению переходных матриц всех участков:

$$\Pi = \prod_{i=u}^0 \Pi_i,$$

где  $u$  – общее число участков.

Согласно схеме размыкания системы (рис. 2), переходные матрицы  $\Pi^{(s)}$  подсистем будут иметь вид:

- для оправки ( $s = 1, u = 2$ )

$$\Pi^{(1)} = \prod_{i=2}^0 \Pi_i^{(1)} = U_2^{(1)} \cdot U_1^{(1)} \cdot G_0^{(1)}$$

- для шпинделя ( $s = 2, u = 6$ )

$$\Pi^{(2)} = \prod_{i=6}^0 \Pi_i^{(2)} = U_6^{(2)} \cdot G_5^{(2)} \cdot U_5^{(2)} \cdot U_4^{(2)} \cdot U_3^{(2)} \cdot U_2^{(2)} \cdot U_1^{(2)}$$

- для гильзового корпуса ( $s = 3, u = 7$ )

$$\Pi^{(3)} = \prod_{i=7}^0 \Pi_i^{(3)} = U_7^{(3)} \cdot R_6^{(3)} \cdot U_6^{(3)} \cdot U_5^{(3)} \cdot U_4^{(3)} \cdot U_3^{(3)} \cdot U_2^{(3)} \cdot R_1^{(3)} \cdot U_1^{(3)}$$

- для рамы ( $s = 4, u = 4$ )

$$\Pi^{(4)} = \prod_{i=4}^0 \Pi_i^{(4)} = U_4^{(4)} \cdot U_3^{(4)} \cdot R_2^{(4)} \cdot U_2^{(4)} \cdot U_1^{(4)}$$

Процедура непосредственного расчета локальных динамических податливостей приведена в [3].

При расчете частот собственных колебаний вышеописанной системы принято: жесткости опор (подшипников) шпинделя  $k_1 = k_2 = k_3 = k_4 = 115 \cdot 10^6 \text{ Н/м}$ , жесткости опор гильзы  $k_{q1} = k_{q2} = 780 \cdot 10^6 \text{ Н/м}$ , параметры стыка оправка-шпиндель: радиальная жесткость  $k_m^r = 17,75 \cdot 10^6 \text{ Н/м}$ , угловая жесткость  $k_m^n = 5,37 \cdot 10^3 \text{ Н} \cdot \text{м/рад}$ ; жесткости закрепления рамы на основе: радиальная жесткость  $k_r = 215 \cdot 10^6 \text{ Н/м}$ , угловая жесткость при закрепленном стержне  $k_n = 40 \cdot 10^3 \text{ Н} \cdot \text{м/рад}$ , при закрепленной пружине  $k_n = 776 \text{ Н} \cdot \text{м/рад}$ .

Результаты расчетов для разных вариантов комплектации стенда приведены на рисунке 4.

**Экспериментальное исследование.** Измерения колебаний элементов стенда проводились путем регистрации гармонического отклика системы на ударную нагрузку с помощью пьезоэлектрического датчика мод. PCB 353B15, сигнал преобразовывался с помощью аналогово-цифрового преобразователя NI USB-9215, откуда поступал на ПК (рисунок 3). Экспериментальные значения частот собственных колебаний определялись для четырех различных комплектаций системы: 1) стенд с закрепленной шлифовальной головкой 3, присоединенной оправкой 4 и пружиной растяжения 5 (рисунок 1); 2) стенд без шлифовальной головки и с пружиной растяжения; 3) стенд с закрепленной шлифовальной головкой, присоединенной оправкой и жестким стержнем вместо пружины растяжения; 4) стенд без шлифовальной головки и с жестким стержнем вместо пружины растяжения. Для всех вариантов комплектации системы ударная нагрузка прикладывалась к раме. Для первого и третьего вариантов измерялись колебания конца оправки (рисунок 3, а). Для второго и четвертого вариантов измерялись колебания рамы в месте ее

соединения с гильзовым корпусом (рисунок 3, б). Полученные спектры колебаний представлены на рисунке 4. Верхние значения частот собственных колебаний соответствуют экспериментальным результатам, нижние – расчетным.

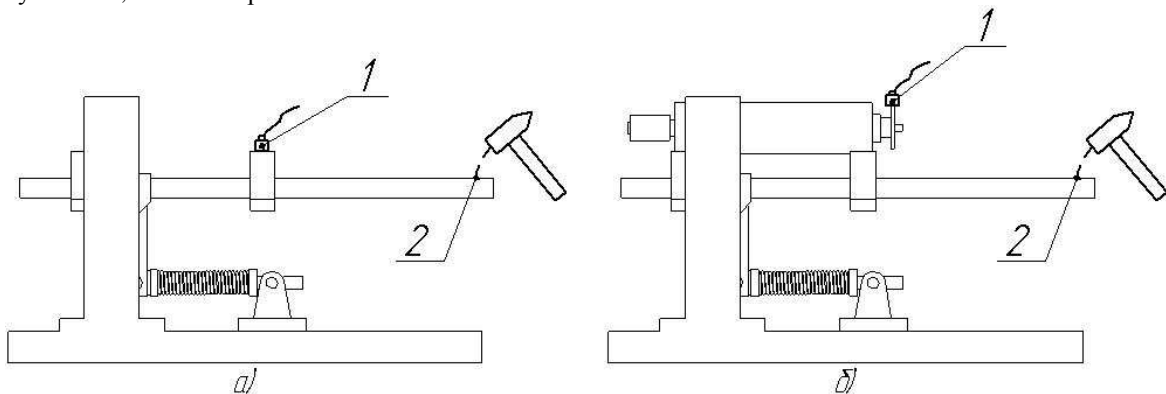


Рисунок 3 – Схемы точек расположения датчика (1) и приложения нагрузки (2) при измерении колебаний: а – на конце оправки; б – на раме

Как видно из рисунков 4, б и 4, г, при замене пружины растяжения жестким стержнем частоты собственных колебаний рамы возрастают. При закреплении на стенде шлифовальной головки с оправкой (рисунки 4, а и 4, в) частоты собственных колебаний рамы незначительно снижаются. Вместе с тем проявляются частоты собственных колебаний шпинделя и комбинированные частоты. Эти же тенденции наблюдается и по результатам расчета.

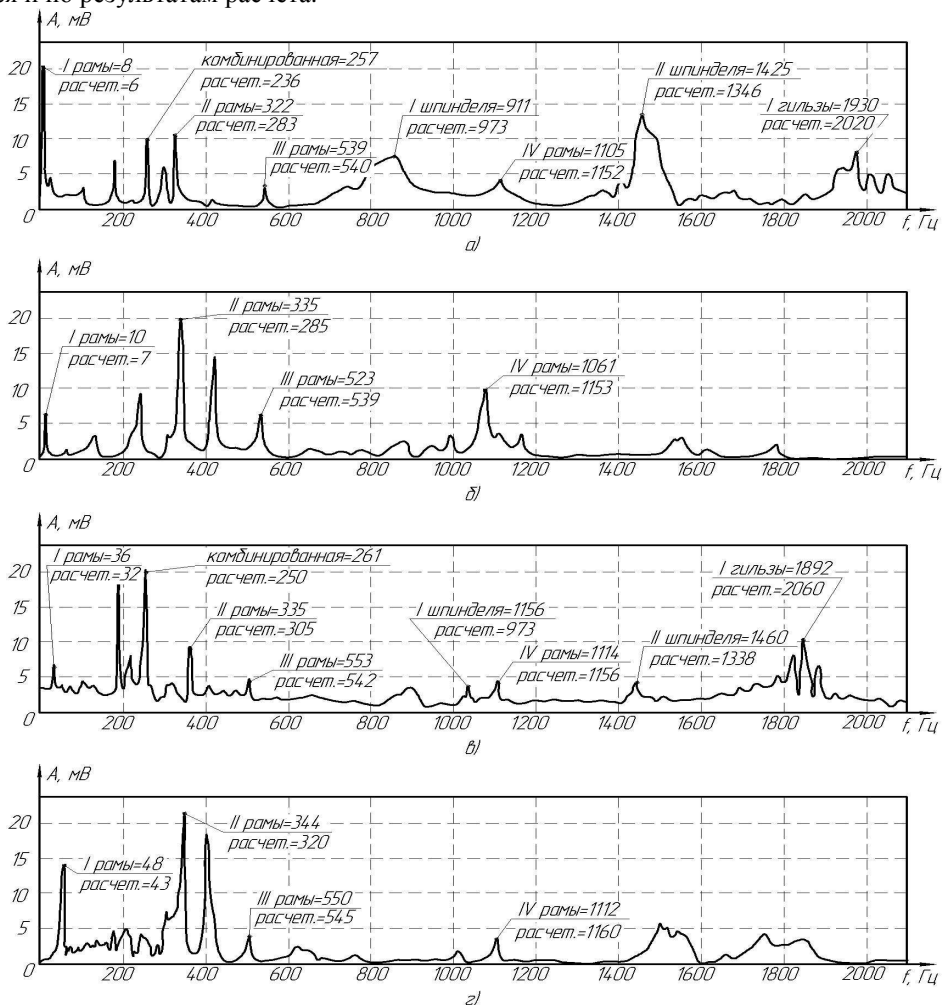


Рисунок 4 – Спектры колебаний элементов стенда для комплектаций: а) стенд со шлифовальной головкой и пружиной; б) стенд с пружиной без шлифовальной головки; в) стенд со шлифовальной головкой и стержнем; г) стенд со стержнем без шлифовальной головки

**Выводы**

1. Сравнение расчетных и экспериментальных значений частот собственных колебаний станда показывает высокий уровень совпадения результатов, что свидетельствует об адекватности разработанной динамической модели и правильном задании жесткостей упругих связей подсистем. Это подтверждает правильность ранее разработанного подхода к расчету динамических характеристик ШУ, как сложных механических колебательных систем.

2. Соответствие тенденций изменения частот собственных колебаний станда по результатам измерения и расчета позволяет расширить область применения разработанных динамических моделей ШУ путем их использования не только при проектировании ШУ, но и при идентификации результатов экспериментальных исследований их динамических характеристик.

**Библиографический список использованной литературы**

1. Проектирование металлорежущих станков и станочных систем: Справочник-учебник. В 3-х т. Т.2. Ч.1. / Под общ. ред. А.С.Проникова. – М.: Машиностроение, 1995. – 371 с.
2. Хомяков В.С. Моделирование и расчет динамических характеристик шпиндельных узлов / Хомяков В.С., Кочинев Н.А., Сабиров Ф.С. // Вестник УГАТУ. – Уфа: УГАТУ. – 2009. – Т.12. – № 2(31). – С. 69 – 75.
3. Данильченко Ю.М. Динамический анализ механической колебательной системы «шпиндельный узел» металлорежущего станка / Данильченко Ю.М., Петришин А.И. // Вісник НТУУ "КПІ". Серія машинобудування. – 2012. – № 64. – С. 27 – 34.
4. Данильченко Ю.М. Моделирование форм колебаний механической колебательной системы «шпиндельный узел» металлорежущего станка / Данильченко Ю.М., Петришин А.И. // Вісник НТУУ "КПІ". Серія Машинобудування. – 2012. – № 66. – С. 46 – 50.

*Поступила в редакцию 20.03.2013 р.*

**Данильченко Ю.М., Петришин А.И. Теоретико-экспериментальне дослідження динамічних характеристик шпиндельного вузла**

Розроблена динамічна модель станда для дослідження шпиндельних вузлів. Модель подано у вигляді складної механічної коливальної системи, що складається з чотирьох підсистем: оправки, шпинделя, корпусу та рами, пружно закріпленої на основі. Теоретично і експериментально досліджені тенденції зміни частот власних коливань системи при зміні її комплектації та жорсткості кріплення рами.

**Ключові слова:** шпиндельний вузол, динамічна модель, частоти власних коливань

**Danylchenko Yu.M., Petryshyn A.I. Theoretical and experimental research of spindle unit dynamical characteristics**

Dynamical model of test rig for spindle units investigation has been developed. Model is considered as complex mechanical vibratory system, which consists of four subsystems: mandrel, spindle, spindle quill and frame, elastically mounted on foundation. Tendency of natural frequencies change due to system kitting and stiffness of frame support varying have been studied both theoretically and experimentally.

**Keywords:** spindle unit, dynamical model, natural frequencies.