УДК 539.3

Ю.В. Костенко, аспирант,
Н.Н. Ткачук, мл. науч. сотрудник, канд. техн. наук,
А.В. Грабовский, доцент, канд. техн. наук,
Н.А. Ткачук, профессор, д-р техн. наук
Национальный технический университет «Харьковский Политехнический Институт», ул. Фрунзе, 21, Харьков, Харьковская область, 61002
E-mail: kostenko.yuriy@gmail.com

ВИБРОУДАРНЫЕ СИСТЕМЫ: ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПЕРИОДИЧЕСКИХ РЕЖИМОВ ДВИЖЕНИЯ

В эксплуатации виброударных машин широкое распространение имеет периодическое многоцикловое ударное взаимодействие корпуса машины с технологическим грузом. В таких системах возможно установление периодических режимов движения. Поиск таких режимов предлагается проводить с использованием итераций в пространстве фазовых переменных.

Ключевые слова: *виброударные системы, периодические режимы, фазовые переменные, характер колебаний.*

Введение

В технике большое распространение получили виброударные машины разнообразного назначения, конструкции и режимов работы.

Одним из наиболее распространенных вариантов является периодическое многоцикловое ударное взаимодействие корпуса машины с технологическим грузом, возбуждаемое внешним гармоническим воздействием от привода. Образуемая виброударная система является существенно нелинейной. В таких системах возможна реализация установившихся периодических режимов движения с разным периодом.

Для определения установившихся периодических движений могут быть применены различные методы их поиска. Они имеют определенные недостатки и границы применимости. В частности, одним из существенных факторов, обусловливающих применимость того или иного метода, является негладкость зависимости силы ударного взаимодействия от фазовых переменных (перемещения и скорости движения элементов виброударной системы).

В работах [1-7] установлено, что в тяжелонагруженных крупногабаритных виброударных машинах возможно установление субгармонических режимов. В этом случае период установившихся колебаний одного из тел T_2 (вызванных периодическим соударением тел) может быть кратен периоду колебаний другого тела T_1, вызванному, в первую очередь, воздействием периодической возмущающей силы. Представляет интерес способ отыскания таких режимов.

Постановка задачи. *Целью данной статьи* является поиск установившихся режимов движения виброударной системы с двумя степенями свободы (рисунок 1).

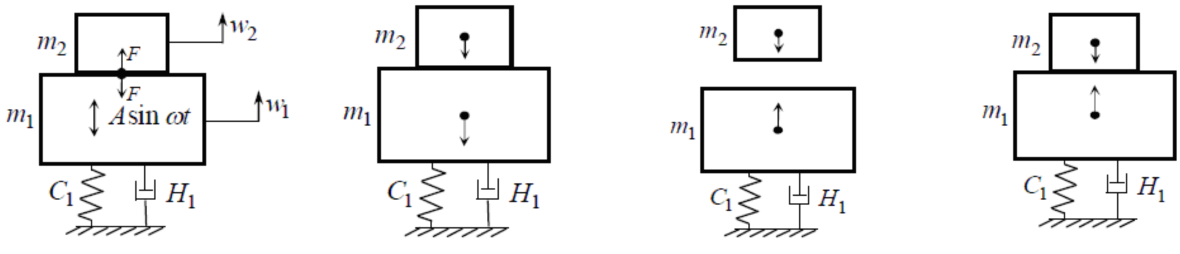

Рисунок 1 – Виброударная система, состоящая из двух тел

Уравнение ее движения:

$$\begin{cases} m_1\ddot{w}_1 + C_1 w_1 + H_1\dot{w}_1 + A\sin\omega t + m_1 g + F = 0; \\ m_2\ddot{w}_2 + m_2 g - F = 0. \end{cases} \quad (1)$$

Здесь w_1 и w_2 – с точностью до направления перемещения тел 1 и 2 с массами m_1, m_2; C_1, H_1 – коэффициенты жесткости и вязкости системы подрессоривания тела 1; A, ω – амплитуда и круговая частота внешней возбуждающей гармонической силы; g – ускорение свободного падения [1].

Выражение для представления неотрицательной силы ударного взаимодействия F в виде функции относительного сближения $\zeta = (w_1 - w_2)$ грузов 1 и 2 и скорости $\dot{\zeta}$:

$$F^{\wedge} = \begin{cases} F^{\wedge} \geq 0 \,, \; \zeta \geq 0; \\ F^{\wedge} = 0 \,, \; \zeta < 0. \end{cases} \tag{2}$$

При этом в первом квадранте $(\zeta > 0, \dot{\zeta} > 0)$ функция F совпадает с ее представлением в виде степенного или иного функционального ряда, в частности, ряда Тейлора:

$$F^{\wedge}(\zeta, \dot{\zeta}) = \alpha_1 \zeta + \alpha_2 \dot{\zeta} + \alpha_3 \zeta \dot{\zeta} + ... \tag{3}$$

Ставится задача определения в этой системе установившихся периодических режимов при варьировании коэффициентов α_i в выражении (3). Введем обозначения: $Z(t) = \{z_1, z_2, z_3, z_4\}^T$ – набор фазовых переменных $w_1, \dot{w}_1, w_2, \dot{w}_2$ соответственно; оператор численного интегрирования $L_\tau : Z(t+\tau) = L(Z(t))$. В качестве фазовых переменных выступают перемещения и скорости двух тел. Оператор L_τ осуществляет перевод начального фазового состояния в состояние через заданное время τ. Эту процедуру можно осуществить методом численного интегрирования. Если обозначить Z_1 – значения фазовых переменных в некоторый момент времени θ, то

$$Z_2 = L_{kT}(Z_1). \tag{4}$$

где $T = 2\pi/\omega$ – период действия возмущающей силы, $k = 1, 2...$ – целое число. Тогда уравнения

$$Z_2 - Z_1 = 0 \tag{5}$$

представляют собой нелинейные уравнения относительно Z_1. Их решение при разных k дает возможность определить различные периодические режимы, в том числе при $k > 1$ – субгармонические. Нелинейные уравнения (5) предлагается решать каким-либо итерационным методом.

Реализация предложенного подхода на конкретном примере. В качестве тестовой задачи взята двухмассовая система, обладающая следующими параметрами: $m_1 = 15960\,кг$, $m_2 = 0{,}5 m_1$, $C = 5280\,кН/м$, $H = 127680\,Н \cdot с/м$, $A = 293\,кН$, $\nu = 16\,Гц$.

Интегрирование проводится методом Рунге-Кутта. Рассматриваемый временной промежуток 1/16 с, что соответствует периоду одного полного колебания системы. На этот временной промежуток в рамках численного интегрирования отводится 5000 шагов (т.е. таким образом конкретизируется оператор L_τ). Для получения решения осталось только предложить какой-то итерационный метод решения уравнения (5). В данном случае предлагается способ последовательного осреднения текущего приближения в начале и в конце периода T, т.е. при этом на каждом s-том шаге итерационного процесса в качестве следующего шага приближения предлагается выбирать среднее между $Z^-(s)$ и $Z^+(s)$: $Z^-(s+1) = (Z^-(s) + Z^+(s))/2$. Естественно, что выделяя периоды разной кратности k к T, можно получить различные решения, которые могут отвечать устойчивым и неустойчивым режимам движения. Кроме того, учитывая произвол в выборе начальной точки интегрирования и наличие связи фазовых переменных на отыскиваемой траектории движения, получаемое решение может соответствовать другой начальной точке $t^{\wedge} \neq \theta$.

Для оценки изменения характера колебательного процесса в системе проводится варьирование фазовых переменных $Z(t) = \{z_1, z_2, z_3, z_4\}^T$ в пределах $\Delta_{i\max} = 0.1\, A_{i\max}$, где $A_{i\max}$ – максимальная величина переменной на установившемся режиме (оценивается путем численного интегрирования уравнений (1) на большем интервале времени $T' >> T$). В качестве варьируемых берутся 4 параметра: перемещения 1-го и 2-го тел, а также их скорости. Диапазон варьирования составляет 5 равных шагов в направлении уменьшения переменной и 5 – в направлении увеличения. Таким образом, базовая точка, которой соответствуют нулевые приращения $\Delta_1 = 0, \Delta_2 = 0, \Delta_3 = 0, \Delta_4 = 0$, является центральной точкой данного диапазона. По результатам расчета для набора переменных Z получены их значения $Z_2 = L_{kT}(Z_1)$, при $k = 1$, $T = 1/16\,с$. Данные величины соответствуют значениям фазовых переменных для рассматриваемой двухмассовой системы, которая совершила одно полное колебание.

Как было указано ранее, должно выполняться условие (5), чтобы решение было периодическим. Нужно учитывать тот факт, что поиск Z_2 проводится с помощью численного интегрирования, в который ввиду его численной реализации заложена некоторая погрешность машинного счета. Вследствие этого представляется целесообразным преобразование выражения $Z_2 - Z_1 = 0$ в выражение $\left\| Z_2 - Z_1 \right\| \le \varepsilon$. Таким образом, решение будет периодическим в области минимума функционала I, представленного в виде (6)

$$I = \frac{\left\| Z_1 - Z_2 \right\|^2}{A_{\max}{}^2}. \tag{6}$$

Соответственно, имея в наличии значения Z_1 и Z_2 для каждого из наборов Δ, предлагается построить функционал I, который описывает изменения колебательного процесса в ходе варьирования фазовых переменных $Z(t) = \{z_1, z_2, z_3, z_4\}^T$, чтобы иметь возможность визуально оценить его поведение.

На рисунке 2 представлен характер изменение величины функционала I в ходе приведения его к условию $Z_2 - Z_1 \to 0$ предложенным в статье итерационным методом.

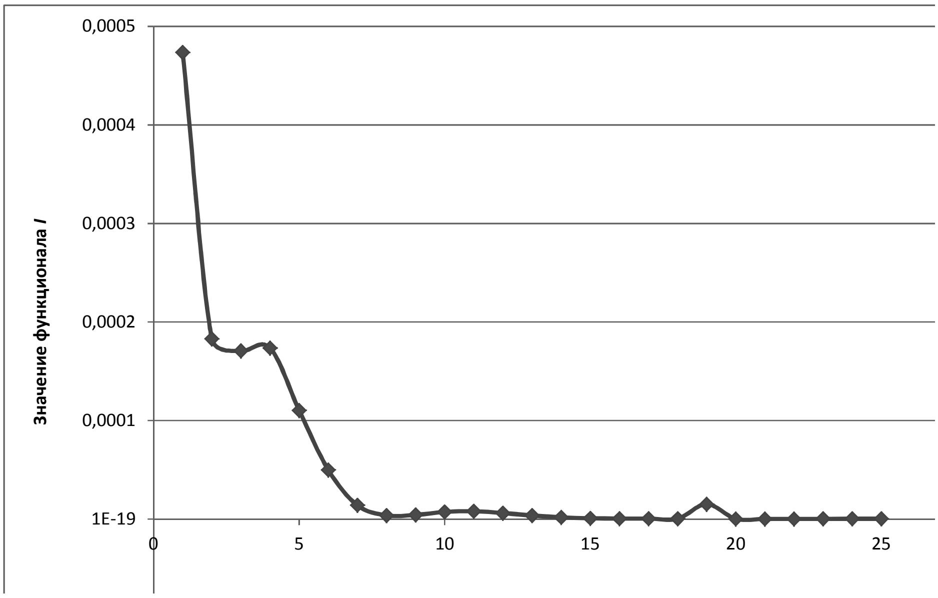

Рисунок 2 – Характер изменение величины функционала I (в зависимости от номера шага итерационного процесса)

Представлены также траектории точек итерационного приближения в пространстве фазовых переменных (рисунок 3).

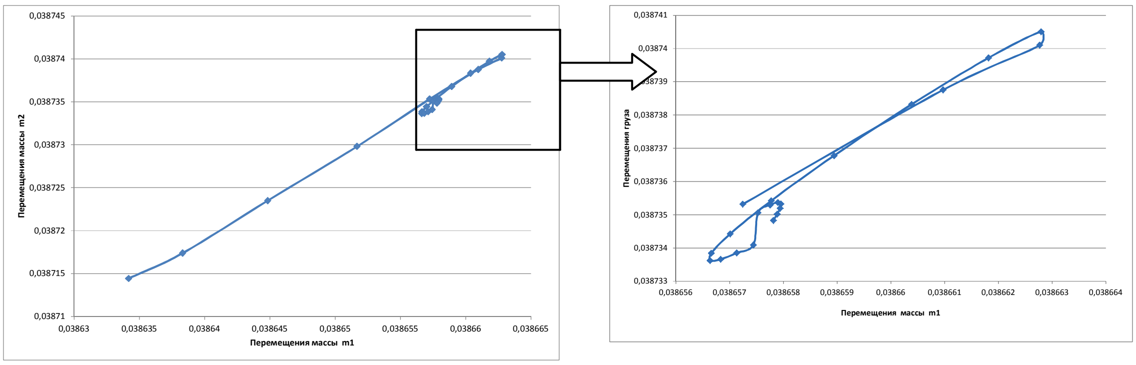

Рисунок 3 – Характер траектории итерационного уточнения решения в пространстве фазовых переменных (сечение z_1 (перемещения машины w_1) – z_2 (перемещение груза w_2))

На рисунках 4-6 представлены сечения функционала (6) при варьировании различных фазовых переменных в окрестности решения.

Рисунок 4 – Функционал *I* при варьировании перемещений и скорости 1-го тела

Рисунок 5 – Функционал *I* при варьировании скоростей 1-го и 2-го тел

Рисунок 6 – Функционал *I* при варьировании перемещений 1-го и 2-го тел

Заключение. По представленным результатам можно утверждать, что минимум функционала I находится в окрестности базовой точки ($\Delta_1 = 0, \Delta_2 = 0, \Delta_3 = 0, \Delta_4 = 0$), соответствующей установившемуся режиму в реальной системе. Рассмотрение и исследование режимов при $k > 1$ послужит объектом дальнейших исследований.

Библиографический список использованной литературы

1. Барчан Е.Н. Экспериментальное исследование динамических процессов в выбивной машине с дебалансным приводом / Е.Н. Барчан, Н.А. Ткачук, А.В. Грабовский // Вісник Нац. техн. ун-ту "ХПІ". Зб. наук. пр. Тематичний випуск: "Машинознавство та САПР". — Харків: НТУ „ХПІ", 2007. — № 3. — С. 17–23.
2. Экспериментальное исследование динамических процессов в оптимизированной выбивной машине / Е.Н. Барчан, В.А. Шкода, В.В. Просянок [та ін.] // Вісник Нац. техн. ун-ту "ХПІ". Зб. наук. пр. Тематичний випуск: "Машинознавство та САПР. — Харків: НТУ „ХПІ", 2007. — № 23. — С. 26–32.
3. Барчан Є. Моделювання динаміки вибивної машини з дебалансним приводом / Є. Барчан, М. Ткачук, А. Грабовський // 8-й міжнародний симпозіум українських інженерів-механіків у Львові. Праці. Львів, 23–25 травня 2007 р. — Львів : КІНПАТРІ ЛТД, 2007. — С. 79.
4. Комп'ютерне моделювання динаміки і напружено-деформованого стану просторових конструкцій / Є. М. Барчан, А. В. Грабовський, О. В. Мартиненко [та ін.] // Актуальні проблеми механіки суцільного середовища і міцності конструкцій: тези доповідей Міжнародної науково-технічної конф. пам'яті академіка НАН України В.І. Моссаковського, Дніпропетровськ , 17-19 жовтня 2007 р. — Дніпропетровськ: ДНУ, 2007. —— С. 236–238.
5. Tkachuk M.A. An Approach to Identification of Impact Interaction Model for a Vibroimpact System / M.A. Tkachuk, A.V. Grabovsky, M.M. Tkachuk // Proceedings of the 3d International Conference on Nonlinear Dynamics. — P. 207–212. (p. 14 of program).
6. Грабовський А.В. Методы и алгоритмы верификации сил ударного взаимодействия в виброударных системах / А.В. Грабовський // Восточно-Европейский журнал передовых технологий. — Харьков, 2010. — № 3/9 (45). — С. 42–46.
7. Численное определение влияния вида силы ударного взаимодействия на характер динамических процессов в виброударных системах / Ю.В. Костенко, Н.А. Ткачук, А.В. Грабовский, Н.Н. Ткачук // Математические методы в технике и технологиях (ММТТ-25): сб. докл. на XXV Международной научной конференции, 2-4 октября 2012 г. — С. 94–98.

Поступила в редакцию 29.04.2013 г.

Костенко Ю.В., Ткачук М.М., Грабовський А.В., Ткачук М.А. Віброударні системи: визначення періодичних режимів руху

В експлуатації віброударних машин широке поширення має періодична багатоциклова ударна взаємодія корпусу машини з технологічним вантажем. У таких системах можливе встановлення періодичних режимів руху. Пошук таких режимів пропонується проводити з використанням ітерацій у просторі фазових змінних.

Ключові слова: віброударні системи, періодичні режими, фазові змінні, характер процесу коливань.

Kostenko Y., Tkachuk M.M., Grabovsky A., Tkachuk M.A. Vibro-impact systems – determination of periodical modes of movement

There is a periodic multicycle impact interaction of the machine body with technological goods in operation of vibro-impact machines. In such systems can be established periodic modes of motion. It is proposed to search such periodic modes using of iterations in area of the state variables.

Keywords: vibro-impact systems, periodical modes, phase variables, character of oscillation process.