

УДК 539.3

**В.Л. Красовский, профессор, д-р техн. наук,****В.А. Марченко, аспирант***ДВНЗ «Приднепровская государственная академия строительства и архитектуры»**ул. Чернышевского 24а, г. Днепропетровск, 49600**E-mail: stmeh@inbox.ru***ВЛИЯНИЕ УСЛОВИЙ ЗАКРЕПЛЕНИЯ КРАЕВ ОБОЛОЧКИ НА ЕЕ ПОВЕДЕНИЕ ПРИ ОСЕВОМ СЖАТИИ И ПОПЕРЕЧНОМ ЛОКАЛЬНОМ ВОЗДЕЙСТВИИ**

*Приведены результаты численного геометрически нелинейного анализа деформированного и напряженного состояния продольно сжатых упругих цилиндрических оболочек в области поперечного локального квазистатического возмущения. Исследование выполнено с целью выявления причин существенного отличия поведения рассматриваемых оболочек, связанного с изменениями условий закрепления торцевых сечений цилиндра.*

**Ключевые слова:** упругая цилиндрическая оболочка, осевое сжатие, локальное поперечное воздействие, геометрически нелинейное деформирование, численные методы.

**Введение**

Ряд важных особенностей поведения продольно сжатых упругих круговых цилиндрических оболочек при локальных поперечных квазистатических воздействиях (ЛКВ) был выявлен в конце 60 – начале 70 годов прошлого столетия. Во-первых, экспериментально и теоретически [1-5] была обнаружена устойчивая закритическая форма продольно сжатой оболочки с одной локальной вмятиной и определена область ее существования: нижняя ( $N_+$ ) и верхняя ( $N^-$ ) локальные критические силы. Второй важным результатом этих исследований заключался в получении качественного теоретического и экспериментального [1, 5] решения задачи устойчивости продольно сжатых оболочек при ЛКВ.

Первое теоретическое исследование изучаемой проблемы, позволившее получить надежные количественные результаты, было выполнено на основе анализа условий перехода докритического деформирования продольно сжатых оболочек при локальных воздействиях к локальным закритическим конфигурациям [6], построенным на основе расчетной модели, предложенной в работе [7]. Модель базировалась на геометрическом методе теории оболочек [8]. При этом рассматривались первые 4 схемы приложения и вида продольной сжимающей нагрузки (рисунок 1).

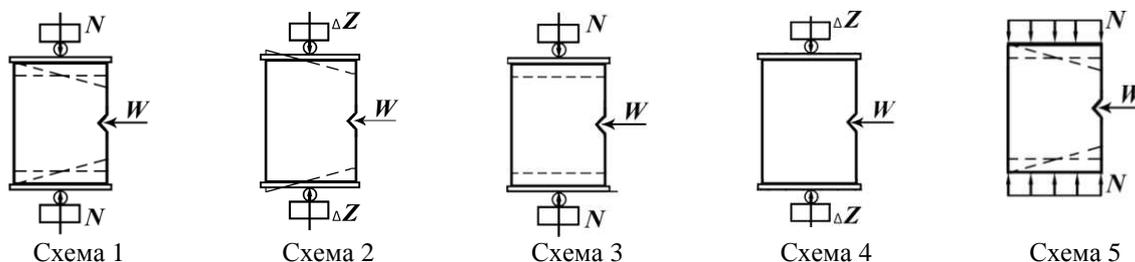


Рисунок 1 – Схемы основного нагружения оболочек

Схема 1 соответствовала случаю силового продольного сжатия (мертвым грузом) со свободным поворотом плоскости торцов оболочки, схема 2 – случаю кинематического (жесткого) сжатия также со свободным поворотом плоскости торцов. Схемы 3 и 4 соответствовали силовому и кинематическому сжатию при полном ограничении поворота плоскостей торцов оболочки, схема 5 – силовому сжатию равномерно распределенными по торцам продольными усилиями. При этом во всех случаях, включая схему нагружения 5, сохранялась на краях исходная круговая форма оболочки.

Поскольку эксперимент предшествовал теории, разработчики последней, моделируя испытания, в которых края оболочек, как правило, приклеивались к торцевым дискам, использовали только схемы нагружения 1-4 (с торцевыми дисками). Характерной общей особенностью этих схем является условие сохранения при нагружении и деформациях оболочки торцевых сечений не только круговыми, но и плоскими. У оболочек, нагруженных по схеме 5, при сохранении круговой формы краев допускается выход их из плоскости. Заметим, что схема нагружения 5 моделирует испытания, в которых нагрузка на торцы, с целью ее равномерного распределения, передается через упругую прокладку [9].

Отличие схем нагружения, связанное с возможностью выхода точек торцов оболочки из плоскости, является исключительно важным. Оно определяет особенности деформирования продольно сжатых тонкостенных цилиндров при ЛКВ, которые в полной мере проявляются при типичных

кінематических ЛКВ. Влияние таких возмущений на деформирование сжатых оболочек отражается зависимостями реакции оболочки (поперечной силы)  $Q$  от амплитуды радиального перемещения оболочки в области возмущения  $W$ , полученными при различных значениях основной нагрузки  $N_0$ . Такие зависимости для оболочки определенной геометрии, нагруженной по схемам 1-5, были получены и приведены в работе [10], однако детальное исследование причин отличия поведения этих оболочек не проводилось. Указанное исследование целесообразно провести в среде универсального программного комплекса (ПК) ANSYS. Эффективность использования этого ПК для анализа подобных задач подтверждена в работах [10, 11], выполненных в рамках гранта «Fund of Humboldt grant № 3.4 - Fokoop - UKR/1070297», в которых моделировался физический эксперимент.

Таким образом, цель настоящего исследования заключалась в детальном численном анализе в среде ПК ANSYS напряженно-деформированного состояния (НДС) продольно сжатых (согласно схемам 5 и 3) упругих круговых цилиндрических оболочек при ЛКВ.

## 1. МЕТОДИКА ЧИСЛЕННОГО ИССЛЕДОВАНИЯ

**Обозначения:** относительная основная нагрузка (продольная сжимающая сила) –  $\bar{N} = N/N^{cl}$ ;  $N^{cl}$  – классическое значение критической осевой сжимающей силы для круговой цилиндрической оболочки –  $N^{cl} = 2\pi E h^2 / [3(1-\nu^2)]^{0.5}$ ; параметр кинематического воздействия (относительная амплитуда прогиба оболочки) –  $\bar{W} = W/h$ ; параметр реакции оболочки на воздействие –  $\alpha = Q(R/h)^{0.5} / (Eh^2)$ . Здесь:  $R, h$  – радиус и толщина оболочки;  $E$  и  $\nu$  – модуль Юнга и коэффициент Пуассона материала.

Численное исследование выполнялось для оболочки, результаты испытаний которой приведены в [6, 12]. Характеристики оболочки:  $2R = 86$  мм,  $h = 0.271$  мм ( $R/h = 150$ ), относительная длина  $L/R = 2.0$ , материал – стальная лента X18H9н:  $E = 195$  ГПа,  $\nu = 0.3$ , условный предел текучести  $\sigma_{02} = 800$  МПа.

Для создания конечно-элементной модели оболочки был использован элемент SHELL 281 из стандартной библиотеки конечных элементов (КЭ) ПК ANSYS, предназначенный для расчета оболочек с малой и средней толщиной. Этот КЭ имеет четыре узловые точки, у каждой из которых 6 степеней свободы: три перемещения в направлениях осей  $X, Y, Z$  узловой системы координат и три поворота относительно этих осей. Он применяется для анализа НДС линейных и нелинейных задач теории оболочек с большими перемещениями и углами поворотов. КЭ модель оболочки строилась при помощи генератора сеток ПК. На основании предварительных расчетов все КЭ принимались квадратными в плане с размером стороны 2 мм (число КЭ – 5984).

Для реализации основного нагружения оболочки по схеме 3 к ее торцам посредством неподвижных шарниров крепились тонкие диски большой жесткости, которая обеспечивалась высоким значением модуля упругости его материала. Средствами ПК на дисках устанавливалась специальная точка (через которую проходит ось оболочки). В этих специальных точках прикладывалась продольная нагрузка в виде силы  $N_0$ . По линиям, расположенным на краях наружных поверхностей дисков и торцов оболочки, полностью ограничивались перемещения в горизонтальной плоскости (в обозначениях ПК –  $ux = 0, uy = 0$ ), что обеспечивало полное ограничение поворота плоскости торцов оболочки.

На оболочке, нагруженной по схеме 5, на краях полностью ограничивались радиальные и тангенциальные перемещения, что осуществлялось путем ограничения перемещения точек торцов в их плоскостях. Ограничения на углы поворотов не накладывались. Сжатие оболочки осуществлялось равномерно распределенными в окружном направлении продольными усилиями с равнодействующей  $N$ . Фиксация оболочек, нагруженных по схемам 3 и 5, в продольном направлении ( $uz = 0$ ) осуществлялась в точках, расположенных по окружности среднего поперечного сечения. В этом же сечении (в поперечной плоскости симметрии) прикладывалось ЛКВ.

Моделирование нагружения оболочки проводилось в едином расчетном процессе в два этапа, который обеспечивает ПК ANSYS. На первом этапе в автоматическом режиме пошагового нагружения к оболочке прикладывалась основная продольная сжимающая сила до заданного значения  $N_0$ . На втором этапе задавалось пошагово увеличивающееся кинематическое воздействие  $W$ . При этом на каждом этапе отслеживалась величина реакции оболочки на возмущение  $Q$ , что позволяло построить при заданных значениях  $N_0$  зависимости поперечной силы  $Q$  от радиального перемещения оболочки в области воздействия  $W$  (в относительных величинах – зависимости параметра реакции оболочки на кинематическое ЛКВ от относительной амплитуды прогиба в области воздействия – « $\alpha - \bar{W}$ »).

## 2. РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

Как уже отмечалось, особенности поведения продольно сжатых оболочек при кинематических типичных ЛКВ с двусторонней связью возмущения и оболочки в полной мере отражаются

зависимостями « $\alpha - \bar{W}$ », построенными при различных значениях показателя основного нагружения  $\bar{N}_0$ . Эти зависимости для оболочек, нагруженных по схеме 3 и 5, представлены на рисунке 2, а, б. Здесь же даны относительные значения  $N_0$ , соответствующие номерам кривых. Для оболочек, нагруженных по схемам 1, 2, 4, зависимости « $\alpha - \bar{W}$ », отличаясь количественно, качественно не имеют отличий от зависимости, полученной при нагружении оболочки по схеме 3 (рисунок 2, а) [10].

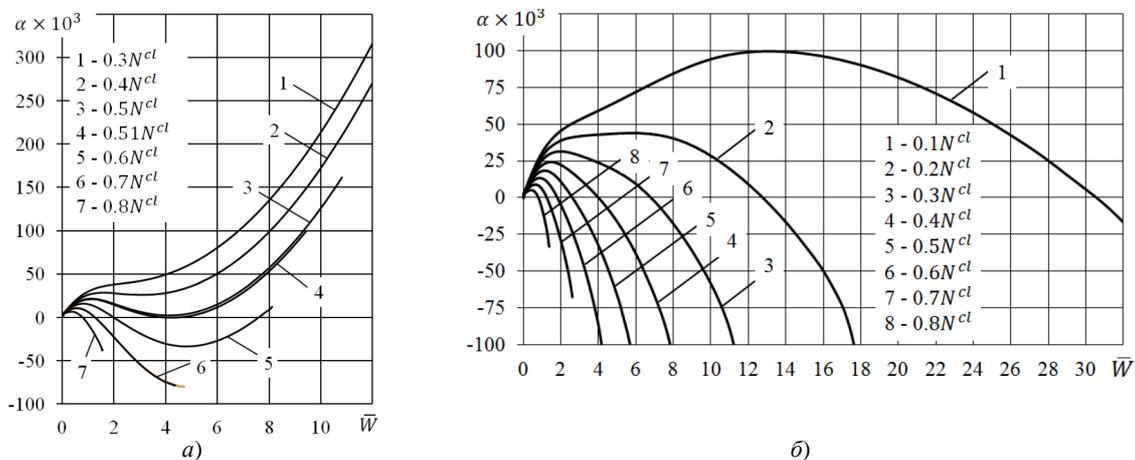


Рисунок 2 – Зависимости « $\alpha - \bar{W}$ » для оболочек, нагруженных по схемам 3 (а) и 5 (б)

В то же время, как видно из рисунка 2, зависимости « $\alpha - \bar{W}$ » для оболочки, нагруженной по схеме 5 (б), кардинально отличаются от соответствующих кривых, полученных для оболочек, нагруженных по схемам 1-4 (а). Отметим эти отличия в рамках рассматриваемых рисунков.

Из приведенных зависимостей видно, что более простым поведением при рассматриваемых ЛКВ отличаются оболочки, нагруженные по схеме 5. Здесь при всех значениях  $\bar{N}_0$ , начиная от величин, близких к нулю, по мере возрастания показателя кинематического воздействия  $\bar{W}$ , параметр реакции оболочки  $\alpha$  вначале увеличивается до своего максимального значения (силового барьера  $\alpha_+$ ), а затем уменьшается до 0 и меняет знак. Равновесные ветви, оставаясь нисходящими, обрываются в области отрицательных величин  $\alpha$  вследствие нарушения сходимости процесса расчета. Значения  $\alpha$ , при которых нарушается сходимость расчета, по мере увеличения основной нагрузки  $\bar{N}_0$  уменьшаются.

Все кривые зависимостей « $\alpha - \bar{W}$ » на ниспадающем участке пересекают ось абсцисс. В точках кривых при  $\alpha = 0$  имеет место равновесное состояние продольно сжатой оболочки с закритической локальной вмятиной. Эти точки принадлежат как зависимостям « $\alpha - \bar{W}$ » при разных  $\bar{N}_0$ , так и неустойчивой ниспадающей ветви диаграммы состояний « $\bar{N} - \bar{W}$ » продольно сжатой оболочки с локальной закритической вмятиной.

Здесь уместно отметить следующее. Между воздействием и оболочкой существует связь. В проводимых расчетах эта связь, как уже отмечалось, полагается двусторонней (двустороннее воздействие в двух противоположных направлениях). Как следствие этого, ниспадающая ветвь зависимости « $\alpha - \bar{W}$ » в расчете является устойчивой. В реальной же ситуации связь может быть как двусторонней, так и односторонней. При проведении эксперимента она, как правило, является односторонней (одностороннее ЛКВ), при которой отсутствует связь, ограничивающая движение поверхности оболочки к ее центру. В точках ниспадающих кривых « $\alpha - \bar{W}$ », где  $\alpha = 0$ , происходит смена знака реакции оболочки на ЛКВ, которая означает, что оболочка вместо сопротивления воздействию тягивает его в себя. При двустороннем ЛКВ, реальная оболочка, как в области положительных значений  $\alpha$ , так и в области отрицательных значений, подчиняясь изменению величины  $\bar{W}$ , деформируется, согласно приведенным зависимостям « $\alpha - \bar{W}$ », и состояние оболочки в обеих областях знака  $\alpha$  будет устойчивым.

В случае же одностороннего ЛКВ при  $\alpha = 0$ , т.е. в момент смены знака реакции на ЛКВ, состояние равновесия оболочки с ЛКВ меняется на неустойчивое, вследствие чего произойдет скачкообразное увеличение перемещений оболочки в области ЛКВ (соответствующая этому моменту величина показателя воздействия является кинематическим барьером  $\bar{W}_+$ ). Особенности состояния, в котором окажется оболочка, зависят от величины основной нагрузки  $\bar{N}_0$  в момент происходящей

трансформации. При этом возможны два исхода. При большой основной нагрузке (в рассматриваемом случае при  $0.23 < \bar{N}_0 \leq 0.8$ ) последовательное увеличение одностороннего ЛКВ вызывает общее выпучивание продольно сжатого тонкостенного цилиндра вследствие бифуркации при достижении параметром  $\bar{W}$  неустойчивой закритической ветви оболочки с одной локальной вмятиной. Поскольку основное нагружение является силовым, общее выпучивание завершится полным разрушением (смятием) оболочки. При малых нагрузках ( $0.1 \leq \bar{N}_0 \leq 0.23$ ) последовательное увеличение ЛКВ приводит к интенсивному развитию закритической неустойчивой вмятины, которая резко увеличивается в размерах, в результате чего оболочка «складывается», теряя несущую способность. Расчет при этом расходится.

Поведение оболочек, нагруженных по схемам 1-4, оказывается более сложным. Здесь в диапазоне рассматриваемого основного нагружения последовательное увеличение одностороннего ЛКВ приводит к четырем исходам. В области больших нагрузок ( $\bar{N}^+ \leq \bar{N}_0 \leq 0.8$ ) при достижении неустойчивого состояния равновесия оболочки с одной закритической вмятиной приводит к общему выпучиванию оболочки, которое завершается ее смятием, как и в случае нагружения оболочки по схеме 5. Второй исход реализуется в области  $\bar{N}_+ \leq \bar{N}_0 < \bar{N}^+$ . Здесь при достижении неустойчивого состояния равновесия оболочки с вмятиной происходит перескок к устойчивому ее состоянию на восходящей закритической ветви « $\alpha - \bar{W}$ ». Дальнейшее увеличение воздействия в области вмятины вызывает бифуркацию оболочки к устойчивой конфигурации в виде группы вмятин, расположенных в одном поясе. Третий исход реализуется при величине  $\bar{N}_0$ , которая меньше, но близка к  $\bar{N}_+$ . В этой области возмущение вызывает бифуркацию докритического деформирования оболочки к форме устойчивого закритического равновесия в виде группы связанных локальных вмятин, расположенных в одном поясе. При основных нагрузках, которые меньше рассмотренных, типичное кинематическое ЛКВ вызывает локальную деформацию оболочки в области воздействия. Здесь упругая оболочка после снятия ЛКВ полностью восстанавливает свою форму.

Очевидно, что столь существенное отличие поведения сжатых оболочек, нагруженных по схемам 1-4 и по схеме 5 при типичных ЛКВ, обусловлено особенностями НДС оболочек, которое в существенной степени зависит от условий закрепления краев оболочки. Основное отличие условий закрепления связано с возможностью для схемы 5 перемещений точек краев оболочки из плоскости, которые для схем нагружения 1-4 полностью исключены. Это отражалось на деформациях оболочки.

На рисунке 3 приведен в увеличенном масштабе вид формы и положения верхних торцов оболочек для схем нагружения 3 (а), и 5 (б), при одинаковой величине основной продольной сжимающей нагрузки и одинаковом значении кинематического ЛКВ, приложенного в плоскости XZ. Для нижних торцов оболочек, которые на рисунках не изображены, имеет место симметрия, в паре с верхними торцами, относительно горизонтальной плоскости, параллельной плоскости XY. На приведенных рисунках четко проявляются существенные перемещения точек торцов оболочки вдоль продольной оси Z при основном ее нагружении по схеме 5. Развертка верхней кромки этой оболочки дана на рисунке 3 (в). Здесь по оси ординат откладываются относительные значения продольного перемещения точек кромки оболочки, по оси абсцисс – угол развертки.

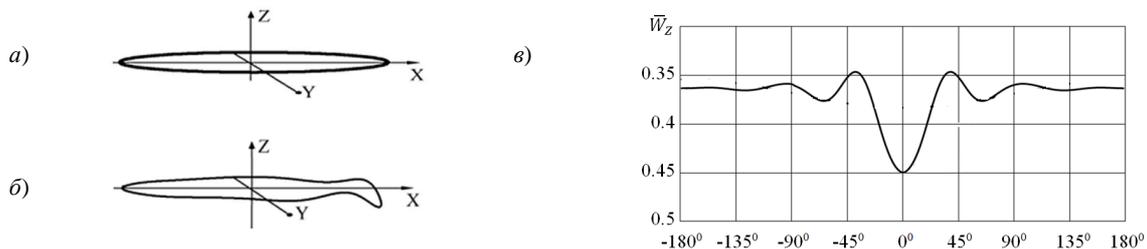


Рисунок 3 – Вид формы верхних торцов оболочек при нагружении по схемам 3 (а), и 5 (б), а также развертка верхней кромки оболочки, нагруженной по схеме 5 (в)

Сравнительный анализ зависимостей, представленных на рисунках 2, а и 2, б показывает, что уже на начальных этапах ЛКВ (на восходящей докритической ветви зависимости « $\alpha - \bar{W}$ ») деформированное состояние оболочки, нагруженной по схеме 5, представляется более опасным. В частности, более чем в 1.5 раза увеличивается податливость оболочки по отношению к силовому типичному ЛКВ.

Неблагоприятным оказывается также напряженное состояние продольно сжатой оболочки в области ЛКВ. На рисунке 4, а приведены зависимости « $\alpha - \bar{W}$ » для двух оболочек рассматриваемой геометрии, одна из которых нагружена по схеме 5 (сплошная кривая), другая – по схеме 3 (штриховая кривая). В обоих рассматриваемых случаях основная осевая сжимающая сила была одинакова и

составляла  $\bar{N}_0 = 0.51$ . Вертикальной чертой на рисунке отмечена величина типичного кинематического ЛКВ –  $\bar{W} = 3.8$ , при которой исследовалось НДС рассматриваемых оболочек. Здесь видно, что величина  $\bar{W}$  для обоих случаев основного нагружения оболочки была взята на нисходящих ветвях равновесных состояний, причем, если для случая нагружения по схеме 3 поперечная реакция оболочки была близка к нулю, то в случае нагружения по схеме 5 реакция была отрицательной (направлена внутрь оболочки), и величина ее была весьма значительной ( $\alpha = -30 \times 10^{-3}$ ).

На рисунке 4 приведены также формы вмятин в продольном (б) и окружном (в) амплитудных сечениях. Здесь и далее, как и на рисунке 4, а показатели НДС оболочек, нагруженных по схеме 5 и 3, представлены соответственно сплошными и штриховыми линиями.

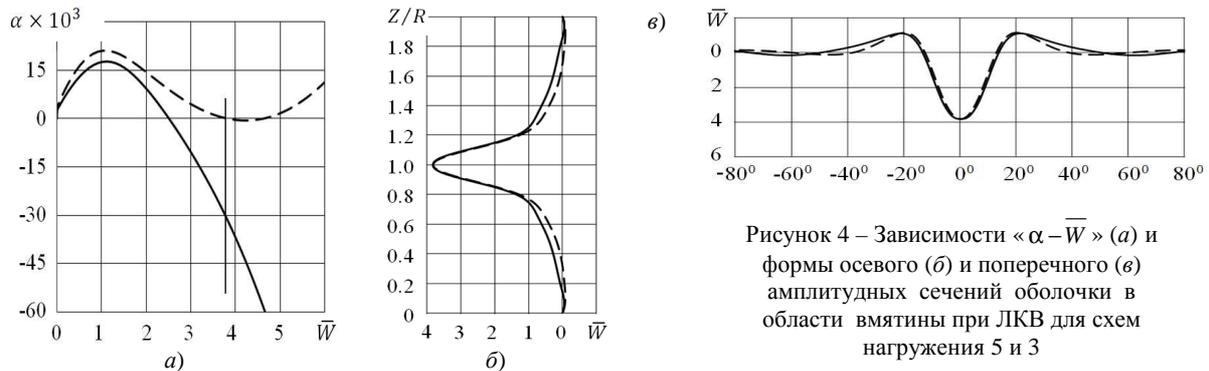


Рисунок 4 – Зависимости « $\alpha - \bar{W}$ » (а) и формы осевого (б) и поперечного (в) амплитудных сечений оболочки в области вмятины при ЛКВ для схем нагружения 5 и 3

Из приведенных зависимостей видно, что при одинаковой амплитуде  $\bar{W}$ , в области собственно вмятин, форма их в амплитудных сечениях также одинакова. Отличия в продольном и окружном направлениях отмечаются не в самой вмятине, а в ее окрестности. Проявляются эти отличия в виде увеличенной кривизны поверхности оболочки, нагруженной по схеме 3.

На рисунке 5 в продольном (а, б) и поперечном (в, г) амплитудных сечениях оболочки в области вмятины представлены соответственно эпюры мембранных нормальных продольных ( $\sigma_z$ ) (а, в) и окружных ( $\sigma_y$ ) (б, г) напряжений. Продольные напряжения  $\sigma_z$  для всех локализаций оболочки оказались сжимающими, окружные напряжения  $\sigma_y$  в области вмятины – сжимающими, в области гребней, ограничивающих вмятину – растягивающими. Значения положительных напряжений, по сравнению с доминирующими сжимающими напряжениями, невелики.

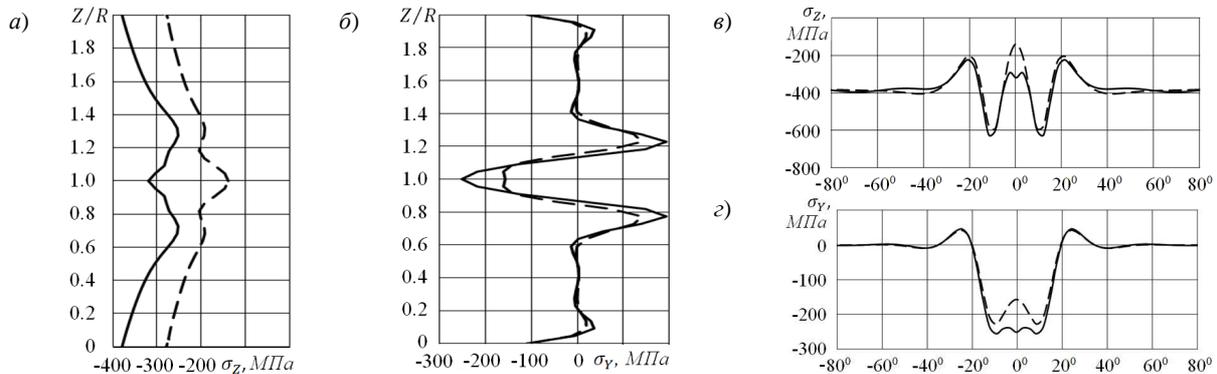


Рисунок 5 – Эпюры нормальных продольных  $\sigma_z$  (а, в) и окружных  $\sigma_y$  (б, г) напряжений в амплитудных продольном (а, б) и поперечном (в, г) сечениях оболочки в области вмятины для схем нагружения 5 и 3

Из распределения напряжений  $\sigma_z$  в окружном направлении (рисунок 5, в) следует, что эти напряжения в продольном амплитудном сечении снижены по сравнению со средними значениями в невозмущенной области оболочки, которые составляют  $\sim -400$  МПа. В значительно большей степени это снижение проявляется для оболочки, нагруженной по схеме 3. Так в центре вмятины напряжения  $\sigma_z$  в случае нагружения по схеме 5 оказались более чем вдвое больше по сравнению с этими напряжениями у оболочки, нагруженной по схеме 3. Этот факт четко отражается эпюрами  $\sigma_z$ , представленными на рисунке 5, а. В то же время эти напряжения далеки от максимальных. Из рисунка 5, в следует, что в области вмятины, в обоих случаях нагружения оболочки, наибольших значений напряжения  $\sigma_z$  достигают в продольных сечениях, симметрично смещенных относительно центра вмятины на угол  $12.5^\circ$ . Наименьшие же величины напряжений  $\sigma_z$  характерны для гребней вмятины, расположенных под

углом  $22^\circ$ . Эпюры этих напряжений даны на рисунке 6. Здесь картина распределения напряжений для оболочек, нагруженных по схемам 5 и 3, одинакова, причем во всех случаях величина напряжений в оболочках, нагруженных по схеме 5, оказалась больше, хотя и незначительно.

Максимальные сжимающие окружные мембранные напряжения  $\sigma_y$  у оболочек, нагруженных по схеме 5, реализуются в центре вмятины (рисунок 5, з). При нагружении по схеме 3 значения этих напряжений меньше и они смещены симметрично относительно центра вмятины на угол  $\sim 10^\circ$ . Здесь, кроме сжимающих напряжений  $\sigma_y$ , возникают также соизмеримые с ними растягивающие напряжения  $\sigma_x$ , которые локализуются в области верхней и нижней границ собственно вмятины.

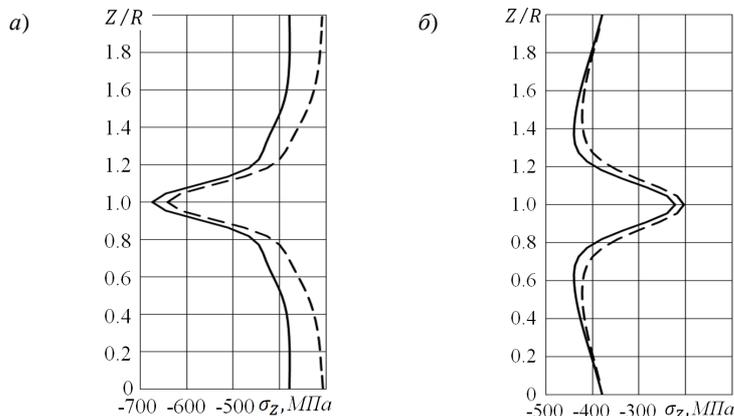


Рисунок 6 – Эпюры напряжений  $\sigma_z$  в продольных сечениях, расположенных под углами  $12.5^\circ$  (а) и  $22^\circ$  (б) к оси вмятины

### Заключение

Таким образом, описанный выше характер НДС оболочки в области вмятины, обусловленной кинематическим ЛКВ при одинаковом показателе возмущения  $\bar{W}$ , показал, что значения продольных  $\sigma_z$  и кольцевых  $\sigma_y$  мембранных сжимающих напряжений, действующих в области вмятины, при основном нагружении оболочки по схеме 5 оказались больше, чем в случае нагружения оболочки по схеме 3. Наиболее существенное отличие напряжений  $\sigma_z$  (более чем вдвое) имеет место в центре вмятины. В этой же области максимальных значений достигают окружные напряжения  $\sigma_y$ , величина которых у оболочки, нагруженной по схеме 5, оказалась более чем полтора раза выше, чем в случае нагружения по схеме 3. Очевидно, что описанное выше НДС оболочки при ее нагружении по схеме 3, по сравнению со схемой 5, оказывается для оболочки более благоприятным, что способствует сохранению ее несущей способности при рассматриваемом ЛКВ путем перехода к устойчивой закритической конфигурации с одной локальной вмятиной.

Исследование проведено в рамках гранта фонда Гумбольдта № 3.4 – Fokoop – UKR/1070297.

### Библиографический список использованной литературы

1. Тринчер В.К. Новый метод определения закритического равновесия цилиндрической оболочки при осевом сжатии / В.К. Тринчер // Вестник МГУ. Серия Матем., механ. — 1965. — № 1. — С. 76–82.
2. Ricardo O.G.S. An experimental investigation of the radial displacements of a thin walled cylinder / O.G.S. Ricardo // NASA CR rep. 934. — Pasadena, Calif., California Inst. of Technolog, 1967.
3. Экспериментальное исследование местной потери устойчивости цилиндрической оболочки при осевом сжатии / С.А. Владимиров, В.И. Конох, В.И. Моссаковский и др. // Изв. АН СССР. МТТ. — 1969. — № 4. — С. 158–161.
4. Тринчер В.К. Экспериментальное исследование устойчивости цилиндрических оболочек к конечным возмущениям / В.К. Тринчер // Науч. тр. ин-та механ. МГУ. — 1971. — № 8. — С. 42–46.
5. Панферов В.М. Об одном подходе к теоретическому и экспериментальному исследованию устойчивости оболочек по отношению к конечным возмущениям / В.М. Панферов, В.К. Тринчер // Научн. тр. Ин-та механ. МГУ. — 1971. — № 8. — С. 35–41.
6. Евкин А.Ю. Устойчивость продольно сжатых цилиндрических оболочек при локальных квазистатических воздействиях / А.Ю. Евкин, В.Л. Красовский, Л.И. Маневич // Изв. АН СССР. МТТ. — 1978. — 6. — С. 96–100.
7. Моссаковский В.И. К исследованию закритических форм равновесия сжатой цилиндрической оболочки / В.И. Моссаковский, Л.И. Маневич, А.Ю. Евкин // Прикл. механ. — 1975. — № 11. — С. 24–30.
8. Погорелов А.В. Геометрические методы в нелинейной теории упругих оболочек / А.В. Погорелов. — М: Наука, 1967. — 280 с.

9. Амиро И.Я. Ребристые цилиндрические оболочки / И.Я. Амиро, В.А. Заруцкий, П.С. Поляков. — Киев: Наукова думка, 1973. — 248 с.

10. Krasovsky V.L. Influence of manner of applying axial compression on the behavior of a cylindrical shell under local action / V.L. Krasovsky, V.A. Marchenko, R. Schmidt // Stability of Structures, XIII-th Symposium. — Zakopane, 2012. — P. 389–396.

11. Krasovsky V.L. Deforming and buckling of axially compressed cylindrical shells with local loaded in numerical simulation and experiments / V.L. Krasovsky, V.A. Marchenko, R. Schmidt // Thin-Walled Structures 49. — 2011. — P. 576–580.

12. Конох В.И. Влияние внешних локальных возмущений на докритическое поведение и устойчивость продольно сжатых цилиндрических оболочек / В.И. Конох, В.Л. Красовский // Тр. IX Всес. конф. по теор. обол. и пласт. — Л.: Судостроение, 1975. — С. 377–380.

*Поступила в редакцию 26.03.2013 г.*

**Красовський В.Л., Марченко В.А. Вплив умов закріплення торців оболонки на її поведінку при осьовому стиску та поперечному локальному впливі**

Наведено результати чисельного геометрично нелінійного аналізу деформованого і напруженого стану поздовжньо стиснутих пружних циліндричних оболонок в області поперечного локального квазістатичного впливу. Дослідження виконано з метою виявлення причин суттєвої відмінності поведінки розглянутих оболонок, пов'язаного із змінами умов закріплення торцевих перерізів циліндра.

**Ключові слова:** пружна циліндрична оболонка, осьовий стиск, локальний поперечний вплив, геометрично нелінійне деформування, чисельні методи.

**Krasovsky V.L., Marchenko V.A. The influence of boundary conditions on the behavior of an axially compressed shell with quasi-static lateral perturbation**

The results of numerical analysis of geometrically nonlinear deformation and stress state of longitudinally compressed elastic cylindrical shells with a quasi-static lateral perturbation load are obtained. The study is performed to identify the reasons of the significant differences of the shell behavior caused by the changes of boundary conditions at the edges of a cylinder.

**Keywords:** elastic cylindrical shell, axial compression, the local lateral-impact, geometrically nonlinear deformation, numerical methods.