

УДК 539.4.014

В.Г. Шевченко, доцент, канд. техн. наук,**О.Г. Попович, асистент***Запорізький національний технічний університет,
вул. Жуковського, 64, м. Запоріжжя, Україна, 69063**E-mail: a_lex_a@zntu.edu.ua***РОЗПОДІЛ НОРМАЛЬНОГО ТИСКУ НА ПЛОЩАДЦІ КОНТАКТУ ПРИ КОЧЕННІ ЖОРСТКОГО ЦИЛІНДРА ПО ПРУЖНО-ПЛАСТИЧНОМУ ПІВПРСТОРУ**

Запропоновано апроксимувати поліномом четвертого степеня залежність контактного тиску від координати точки на смужці контакту. Поліноміальні коефіцієнти виражено через питоме зусилля притискання циліндра до півпростору та ширину смужки контакту.

Ключові слова: контактний тиск, смужка контакту, скінченноелементне моделювання, апроксимація поліномом, поліноміальні коефіцієнти.

Вступ

Визначення розподілу тиску на площадці контакту двох тіл є важливим елементом у розв'язанні контактних задач механіки деформівного твердого тіла. У теорії Герца – Беляєва при пружному стисканні двох тіл розподіл тиску на площадці контакту вважається еліпсоїдальним [1].

У статтях [2, 3] для апроксимації розподілу тиску на площадці контакту при заглибленні жорсткої сфери у пружно-пластичний півпростір застосовують функцію:

$$p(r_{nl}) = p_0 \cdot \left(1 - \frac{r_{nl}^2}{a^2} \right)^\beta,$$

де a – радіус площадки контакту; r_{nl} – плинний радіус; p_0 – тиск у центрі площадки контакту.

Показник степеня β визначається за допомогою кривої залежності між силою, яку прикладають до індентора, та величиною його заглиблення у матеріал деталі та належить інтервалу $0 < \beta < 0,5$. При герцевському розподілу контактного тиску $\beta = 0,5$.

При обробці поверхневим пластичним деформуванням епюра розподілу тиску на площадці контакту не має площини симетрії. Зокрема, під час кочення циліндра по пружно-пластичному півпростору максимум контактного тиску зміщується від серединної площини смужки контакту в той бік, куди котиться циліндр.

Мета нашої роботи – запропонувати вид функції для апроксимації розподілу контактного тиску при коченні циліндра по пружно-пластичному півпростору та вивести формули для визначення параметрів цієї функції.

Зміст і результати дослідження

У наших попередніх дослідженнях [4, 5] ми виконали скінченноелементне моделювання процесу обкочування плоскої поверхні деталі з пружно-пластичного матеріалу циліндричними жорсткими роликми (рисунок 1).

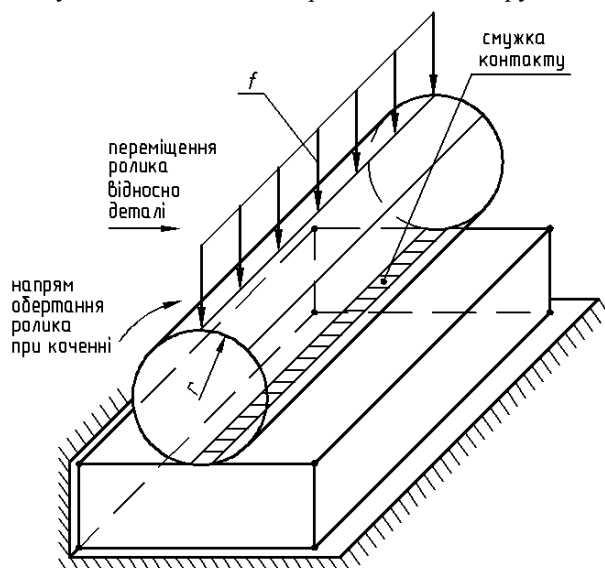


Рисунок 1 – Кочення циліндричного ролика по плоскій деталі

роликми (рисунок 1). Skorиставшись методикою і частково результатами зазначених досліджень, у нинішній роботі ми визначили характер розподілу нормального тиску на площадці контакту жорсткого циліндра та пружно-пластичного півпростору вздовж прямої, паралельної напрямку кочення циліндра.

На рисунку 2 наведено графік розподілу нормального контактного тиску при коченні жорсткого циліндра з $R = 0,07$ м, до якого прикладають нормальне до поверхні півпростору зусилля $f_R = 8,75 \cdot 10^5$ Н на 1 м довжини твірної циліндра; властивості пружно-пластичного матеріалу півпростору: $E = 2 \cdot 10^{11}$ Па, $\nu = 0,3$, $\sigma_T = 400$ МПа, $E_T = 0$. На рисунку 3 наведено аналогічний графік розподілу тиску, що виникає у процесі

кочення з параметрами: $r = 0,028$ м , $f = 5,5 \cdot 10^5$ Н на 1 м довжини твірної циліндра; $E = 2 \cdot 10^{11}$ Па , $\nu = 0,28$, $\sigma_T = 430$ МПа , $E_T = 0$.

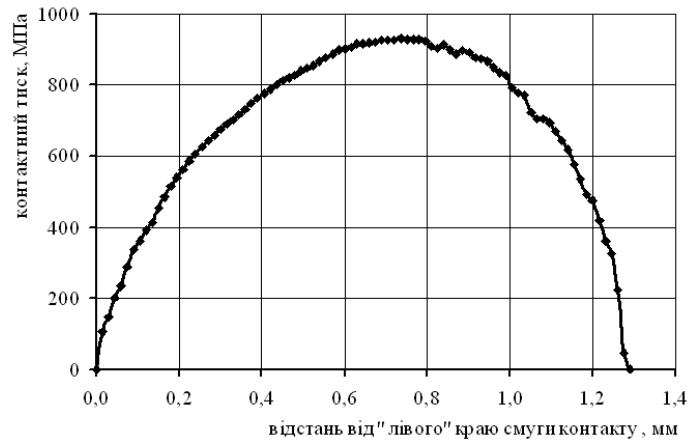


Рисунок 2 – Графік нормального контактної тиску при коченні жорсткого циліндра з $R = 0,07$ м по поверхні пружно-пластичного півпростору з $E = 2 \cdot 10^{11}$ Па , $\nu = 0,3$, $\sigma_T = 400$ МПа , $E_T = 0$; зусилля притискання $f_R = 8,75 \cdot 10^5$ Н на 1 м довжини твірної циліндра

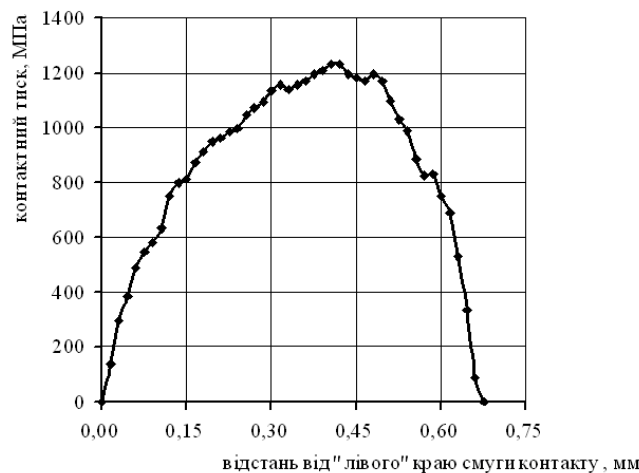


Рисунок 3 – Графік нормального контактної тиску при коченні жорсткого циліндра з $r = 0,028$ м по поверхні пружно-пластичного півпростору з $E = 2 \cdot 10^{11}$ Па , $\nu = 0,28$, $\sigma_T = 430$ МПа , $E_T = 0$; зусилля притискання $f = 5,5 \cdot 10^5$ Н на 1 м довжини твірної циліндра

Графіки розподілу контактної тиску, отримані нами для випадків кочення циліндрів з різними радіусами, з прикладанням до них різних зусиль, мають спільні особливості, які схематично показані на рисунку 4:

1) від „лівого” краю смужки контакту, розташованого з боку вже обкоченої частини поверхні деталі, контактний тиск швидко зростає від нуля;

2) на відстані від „лівого” краю, яка становить приблизно $\left(\frac{1}{5} \cdot s_{\text{конт}}\right)$, де $s_{\text{конт}}$ – ширина смужки контакту, темп зростання контактної тиску зменшується;

3) на відстані від „лівого” краю, яка становить приблизно $\left(\frac{3}{5} \cdot s_{\text{конт}}\right)$, нормальний контактний тиск досягає максимальної величини;

4) після досягнення максимуму нормальний тиск зменшується до нуля на „правому” краю смужки контакту, розташованому з боку ще не обкоченої ділянки поверхні деталі;

5) величина контактної тиску на відстані $\left(\frac{1}{5} \cdot s_{\text{конт}}\right)$ від „лівого” краю складає приблизно 2/3 від максимальної величини контактної тиску.

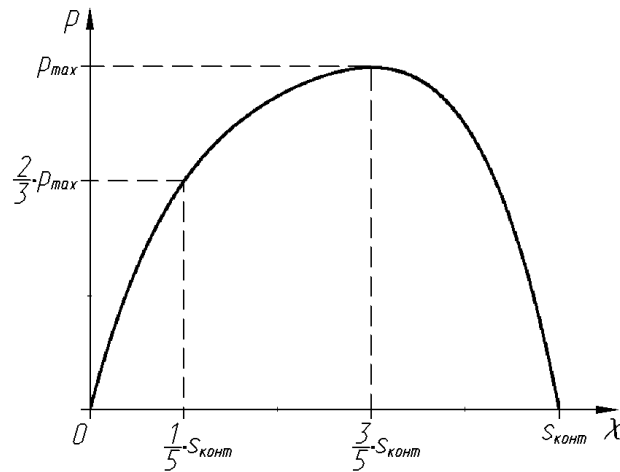


Рисунок 4 – Схематичний графік нормального тиску на смужці контакту

Апроксимуємо розподіл контактного тиску поліномом четвертого степеня відносно координати χ , яку будемо відраховувати від „лівого” краю смужки контакту в напрямку кочення циліндра:

$$p(\chi) = C_4 \cdot \chi^4 + C_3 \cdot \chi^3 + C_2 \cdot \chi^2 + C_1 \cdot \chi + C_0. \quad (1)$$

Запишемо математично зазначені вище особливості графіку нормального контактного тиску:

$$p|_{\chi=0} = 0, \quad (2)$$

звідки одразу випливає, що $C_0 = 0$;

$$p|_{\chi=s_{\text{конт}}} = 0; \quad (3)$$

$$\frac{dp}{d\chi} \Big|_{\chi=\frac{3}{5} \cdot s_{\text{конт}}} = 0; \quad (4)$$

$$p|_{\chi=\frac{1}{5} \cdot s_{\text{конт}}} = \frac{2}{3} \cdot p|_{\chi=\frac{3}{5} \cdot s_{\text{конт}}}. \quad (5)$$

Крім цього, врахуємо, що інтеграл від нормального тиску $p(\chi)$ по координаті χ , яка змінюється від 0 до $s_{\text{конт}}$, дорівнює величині нормального до поверхні півпростору зусилля, яке припадає на одиницю довжини твірної циліндра:

$$\int_0^{s_{\text{конт}}} p(\chi) d\chi = f. \quad (6)$$

Для визначення поліноміальних коефіцієнтів C_4 , C_3 , C_2 , C_1 підставимо в рівняння (3)...(6) вираз (1) для $p(\chi)$; маємо:

$$\begin{aligned} C_4 \cdot s_{\text{конт}}^4 + C_3 \cdot s_{\text{конт}}^3 + C_2 \cdot s_{\text{конт}}^2 + C_1 \cdot s_{\text{конт}} &= 0; \\ C_4 \cdot 4 \cdot \left(\frac{3}{5} \cdot s_{\text{конт}}\right)^3 + C_3 \cdot 3 \cdot \left(\frac{3}{5} \cdot s_{\text{конт}}\right)^2 + C_2 \cdot 2 \cdot \frac{3}{5} \cdot s_{\text{конт}} + C_1 &= 0; \\ C_4 \cdot \left(\frac{1}{5} \cdot s_{\text{конт}}\right)^4 + C_3 \cdot \left(\frac{1}{5} \cdot s_{\text{конт}}\right)^3 + C_2 \cdot \left(\frac{1}{5} \cdot s_{\text{конт}}\right)^2 + C_1 \cdot \frac{1}{5} \cdot s_{\text{конт}} &= \\ = \frac{2}{3} \cdot \left(C_4 \cdot \left(\frac{3}{5} \cdot s_{\text{конт}}\right)^4 + C_3 \cdot \left(\frac{3}{5} \cdot s_{\text{конт}}\right)^3 + C_2 \cdot \left(\frac{3}{5} \cdot s_{\text{конт}}\right)^2 + C_1 \cdot \frac{3}{5} \cdot s_{\text{конт}} \right); \\ C_4 \cdot \frac{1}{5} \cdot s_{\text{конт}}^5 + C_3 \cdot \frac{1}{4} \cdot s_{\text{конт}}^4 + C_2 \cdot \frac{1}{3} \cdot s_{\text{конт}}^3 + C_1 \cdot \frac{1}{2} \cdot s_{\text{конт}}^2 &= f. \end{aligned}$$

Отримано систему чотирьох лінійних рівнянь з чотирма невідомими C_4, C_3, C_2, C_1 ; її розв'язком є

$$C_4 = -12 \cdot \frac{f}{s_{\text{конт}}^5}, \quad C_3 = \frac{108}{5} \cdot \frac{f}{s_{\text{конт}}^4}, \quad C_2 = -\frac{84}{5} \cdot \frac{f}{s_{\text{конт}}^3}, \quad C_1 = \frac{36}{5} \cdot \frac{f}{s_{\text{конт}}^2}.$$

Тоді поліном, який відображає залежність $p(\chi)$, набуде вигляду:

$$p(\chi) = -12 \cdot \frac{f}{s_{\text{конт}}^5} \cdot \chi^4 + \frac{108}{5} \cdot \frac{f}{s_{\text{конт}}^4} \cdot \chi^3 - \frac{84}{5} \cdot \frac{f}{s_{\text{конт}}^3} \cdot \chi^2 + \frac{36}{5} \cdot \frac{f}{s_{\text{конт}}^2} \cdot \chi. \quad (7)$$

Залежність (7) зручно написати у безрозмірному вигляді:

$$\frac{p}{f/s_{\text{конт}}} = -12 \cdot \left(\frac{\chi}{s_{\text{конт}}}\right)^4 + \frac{108}{5} \cdot \left(\frac{\chi}{s_{\text{конт}}}\right)^3 - \frac{84}{5} \cdot \left(\frac{\chi}{s_{\text{конт}}}\right)^2 + \frac{36}{5} \cdot \frac{\chi}{s_{\text{конт}}}. \quad (8)$$

Безрозмірний комплекс $\frac{p}{f/s_{\text{конт}}}$ у лівій частині (8) є відношенням нормального тиску в розглядуваній точці смужки контакту до середнього по цій смужці нормального тиску. У правій частині рівності (8) – поліном четвертого степеня відносно безрозмірної координати $\frac{\chi}{s_{\text{конт}}}$, яка відрховується від „лівого” краю смужки контакту.

Висновки

Отримана залежність може бути використана у розрахунках глибини пластично деформованого поверхневого шару, яка є однією із основних характеристик якості поверхні деталей.

Бібліографічний список використаної літератури

1. Расчеты на прочность в машиностроении. Т. 2. / С.Д. Пономарев, В.Л. Бидерман, К.К. Лихарев [и др.]; под ред. С.Д. Пономарева. — М.: Машгиз, 1958. — 974 с.
2. Огар П.М. Развитие инженерных расчетов характеристик контакта жесткой сферы с упруго-пластическим полупространством / П.М. Огар, В.А. Тарасов, А.В. Турченко // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. — 2012. — №1. — С. 80–87.
3. Огар П.М. О некоторых общих закономерностях упругопластического внедрения сферического индентора / П.М. Огар, В.А. Тарасов, А.А. Дайнеко // Системы. Методы. Технологии. — 2010. — № 8. — С. 38–43.
4. Шевченко В.Г. Дослідження та вдосконалення розподілу залишкових напружень у деталях, зміцнених поверхневим пластичним деформуванням / В.Г. Шевченко, О.Г. Попович // Вісник двигунобудування. — 2012. — № 1. — С. 174–180.
5. Попович О.Г. Вплив дотичної складової зусилля деформування на залишкові напруження у зміцнених деталях / О.Г. Попович, В.Г. Шевченко // Вісник двигунобудування. — 2012. — № 2. — С. 236–241.

Надійшла до редакції 17.05.2013 р.

Шевченко В. Г., Попович А. Г. Распределение нормального давления на площадке контакта при качении жесткого цилиндра по упруго-пластическому полупространству

Предложено аппроксимировать полиномом четвертой степени зависимость контактного давления от координаты точки на полоске контакта. Полиномиальные коэффициенты выражены через удельное усилие прижатия цилиндра к полупространству и ширину полоски контакта.

Ключевые слова: контактное давление, полоска контакта, конечноэлементное моделирование, аппроксимация полиномом, полиномиальные коэффициенты.

Shevchenko V.G., Popovich A.G. Normal pressure distribution on the contact area when rolling of a rigid cylinder along an elastic-plastic half-space

Approximation of dependency between contact pressure and point coordinate on the contact strip by the fourth power polynomial is proposed. Polynomial coefficients are expressed in terms of specific force pressing the cylinder to the half-space and of contact strip width.

Keywords: contact pressure, contact strip, finite element modeling, polynomial approximation, polynomial coefficients.