УДК 630.36

И.Г. Чалаби, доцент, канд. техн. наук
Азербайджанский Технический Университет
проспект Г.Джавида 25, город Баку, Азербайджан. AZ1073
E-mail: iftikhar@pisem.net

ФУНКЦИЯ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ОТКАЗОВ ДЛЯ ОЦЕНКИ ПОКАЗАТЕЛЕЙ НАДЕЖНОСТИ СОВРЕМЕННЫХ МЕХАНИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Анализируются статистические модели для оценки надежности механических систем на основе результатов испытаний и наблюдений во время эксплуатации. Предлагается однопараметрическая функция распределения для оценки показателей надежности и формулы для определения этих параметров.

Ключевые слова: *надежность, вероятность, отказ, наработка, приработка.*

Оценка надежности современных, наиболее сложных технических систем методами прогнозирования на основе прочностных и трибологических расчетов отдельных ее элементов на стадии проектирования, не всегда отражают реальные значения параметров надежности системы в целом. На основе этого предположения, можно заключить, что оценка надежности современных технических объектов на основе статистической обработки результатов испытаний (стендовых, полигонных) и данных эксплуатации может давать более достоверные результаты, несмотря на возрастающий объем, длительную продолжительность и высокую стоимость выполненных работ. Для описания надежности по результатам испытаний и наблюдений методами математической статистики применяется статистическая модель – закон распределения наработки до отказа. С этой целью на практике часто используют различные математические законы распределения случайных величин, как нормальное, экспоненциальное, Вейбулла и т.д. [1]. Но практика показывает, что, несмотря на широкий выбор существующих теоретических законов распределения, не всегда удается описать реальную картину распределения фактических отказов механической системы во время эксплуатации. Выбор теоретического закона распределения наработки до отказа является весьма ответственной задачей, ибо от этого зависит достоверность результатов выполненных расчетов.

Для оценки надежности механической системы методами математической статистики необходимо иметь закон распределения одной из основных показателей надежности. В [2] представлен ряд некоторых практических случаев распределения интенсивности отказов $\lambda(t)$ для различного рода машин и оборудований (рисунок 1). Случай распределения интенсивности отказов по виду ***A*** может встречаться в основном при эксплуатации старых машин, состоящих главным образом из механических элементов. Для математического описания этого случая, срок службы машины делят обычно на три характерных периода – приработка, нормальная эксплуатация и старение, а потом для каждого периода отдельно определяют значения параметров распределения Вейбулла [2]. В [3] для описания данного случая была предложена трехпараметрическая функция распределения отказов.

При оценке надежности машин часто применяют экспоненциальный закон распределения, который соответствует случаю распределения отказов по виду ***E*** на рисунке 1. Но такой случай с постоянной интенсивностью отказов для всего периода срока службы может встречаться на практике очень редко. Поэтому экспоненциальный закон распределения может быть применена только для приближенной оценки показателей надежности или только для отдельных периодов эксплуатации, где интенсивность отказов изменяется несущественно (виды ***A, B, D*** и ***F*** на рисунке 1).

Для описания случая ***C*** можно использовать следующую линейную зависимость интенсивности отказов от времени:

$$\lambda(t) = \lambda_0 + k\,(t - t_0)\,, \tag{1}$$

где t_0 – время безотказной работы; λ_0 – значение интенсивности отказов при $t = t_0$; k – коэффициент пропорциональности. При $t_0 = 0$ и $\lambda_0 = 0$ получается распределение Релея с коэффициентом пропорциональности $k = 1/\sigma^2$. Здесь σ – параметр распределения Релея.

В работе [4] для математического описания случаев ***D, E*** и ***F***, которые часто встречаются при комплексных и электронных изделиях, предложена следующая формула:

$$\lambda(t) = \lambda\left[1 + (\alpha - 1)e^{-\beta(t - t_0)}\right]. \tag{2}$$

Здесь λ – значение интенсивности отказов в периоде нормальной эксплуатации; β – параметр, характеризующий длительность периода приработки; $\alpha = \lambda_0/\lambda$ – параметр формы.

При $\alpha = 1$ получается экспоненциальное распределение (вид ***E*** на рисунке 1), при значениях $\alpha < 1$ получается случай ***F***, а при $\alpha > 1$ случай ***D*** на рисунке 1.

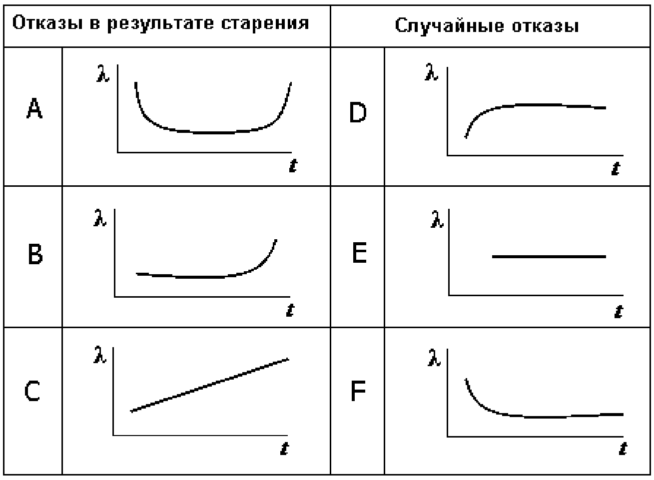


Рисунок 1 – Виды распределения интенсивности отказов (λ)

На рисунке 2 представлена зависимость интенсивности смерти людей от времени [2]. Практика показывает, что изменение интенсивности отказов современных механических и биомеханических систем в зависимости от времени тоже является нелинейным. Даже в периоде нормальной эксплуатации часто встречается случай, когда в результате одновременного проявления внезапных и постепенных отказов, интенсивность отказов $\lambda(t)$ нелинейно возрастает [5]. На основе вышеизложенных предположений можно заключить, что λ-характеристика большинства технических систем, если при их изготовлении не были допущены какие-нибудь систематические дефекты, может иметь вид, который представлен на рисунке 3.

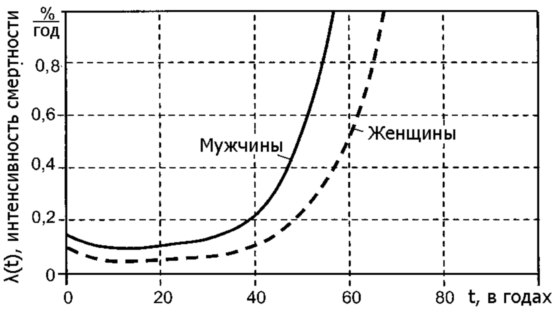


Рисунок 2 – Изменение интенсивности смерти людей [2]

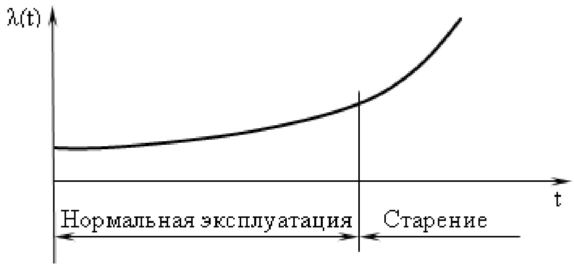


Рисунок 3 – Зависимость интенсивности отказов от времени

В настоящей работе предлагается следующая однопараметрическая функция для описания λ-характеристики механических объектов, соответствующей кривой на рисунке 2:

$$\lambda(t) = \frac{1}{T}\left(1 + e^{\frac{t}{T}}\right), \tag{3}$$

где T – параметр масштаба.

Используя основное уравнение надежности [1], после некоторых преобразований получим формулу для вероятности безотказной работы $P(t)$:

$$P(t) = \exp\left\{-\int_0^t \lambda(t)\,dt\right\} = \exp\left(1 - \frac{1}{T} - e^{\frac{t}{T}}\right). \tag{4}$$

Функция вероятности отказов $F(t)$ может определяться следующим образом:

$$F(t) = 1 - P(t) = 1 - \exp\left(1 - \frac{1}{T} - e^{\frac{t}{T}}\right). \tag{5}$$

А одну из важнейших характеристик надежности – плотности распределения отказов $f(t)$ следует определить формулой

$$f(t) = \lambda(t)\cdot P(t) = \frac{1}{T}\left(1+e^{\frac{t}{T}}\right)\cdot \exp\left(1-\frac{1}{T}-e^{\frac{t}{T}}\right) . \qquad (6)$$

На рисунке 3 были представлены графики изменения по времени основных показателей надежности с использованием предложенной функции распределения при различных значениях параметра T. Как видно из рисунка, график изменения интенсивности отказов соответствует кривой на рисунке 2. Это свидетельствует, предложенный закон распределения может быть использован на практике для оценки надежности технических систем.

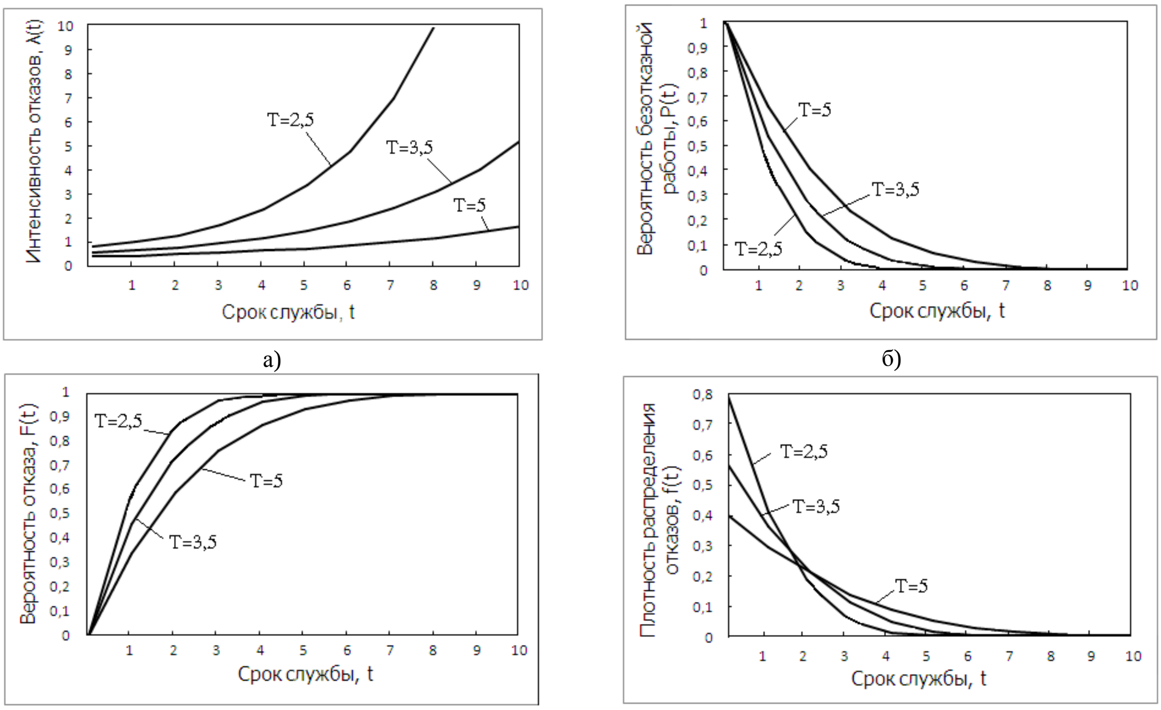


Рисунок 3 – График изменения интенсивности отказов (а), вероятности безотказной работы (б), вероятности отказов (в) и плотности распределения отказов (г) по времени

Одним из основных достоинств предложенного распределения является то, что оно определяется только одним параметром T. Этот параметр характеризует значение срока службы, при котором ($t = T$) всегда получается $P(T) = 0{,}066$.

Для определения параметра T достаточно иметь статистические данные об отказах в какой нибудь период эксплуатации. Допустим, что известны сведения об отказах в интервале Δt_i, после времени эксплуатации t_i. Тогда интенсивность отказов в этот момент времени будет равно приближенно

$$\lambda(t_i) = \frac{1}{N_i}\cdot\frac{\Delta N(t_i)}{\Delta t_i} , \qquad (7)$$

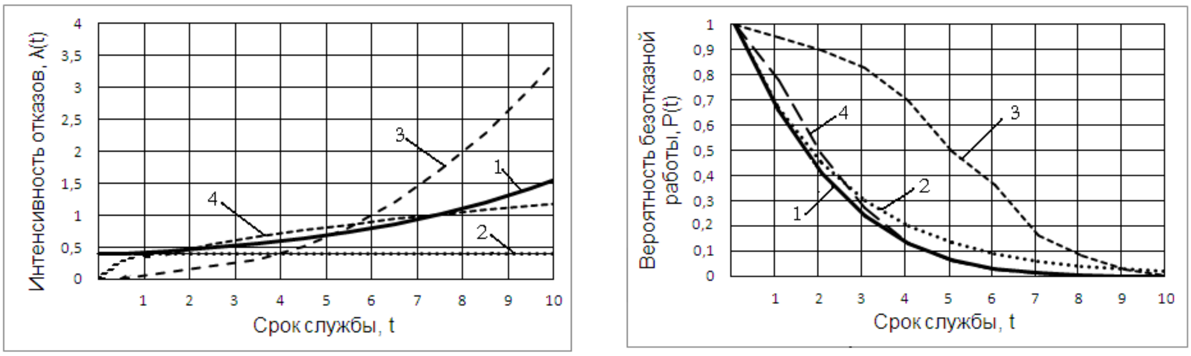
где N_i – число исправных изделий к моменту времени t_i; $\Delta N(t_i)$ – количество отказов в интервале Δt_i.

Используя формулу (3), получим

$$\lambda(t_i)\cdot T = 1+e^{\frac{t_i}{T}} . \qquad (8)$$

Полученное смешанное уравнение можно решить графическим способом или с помощью специальных компьютерных программ и определить T. При известном T по формулам (3) – (6) могут вычисляться другие показатели надежности для любого момента эксплуатации.

Для сравнительного анализа предложенного распределения (с параметром $T = 5$) с другими известными распределениями – экспоненциального (при $\lambda = 0{,}4$), нормального (при $\mu = 5$ и $\sigma = 1$) и Вейбулла (при $b = 1{,}5$ и $T = 2{,}5$) были построены графики (рисунок 4) зависимостей интенсивности отказов и вероятности безотказной работы от времени.



а) б)

Рисунок 4 – Графики зависимостей интенсивности отказов (а) и вероятности безотказной работы (б) для предложенного (1), экспоненциального (2), нормального (3) распределения и распределения Вейбулла (4) от времени

Вводя дополнительный параметр a, можно написать формулу (3) в более общем виде следующим образом:

$$\lambda(t) = \frac{1}{T}\left(1 + a \cdot e^{\frac{t}{T}}\right). \tag{9}$$

Другие параметры этого двухпараметрического распределения могут быть определены соответственно формулам (4) – (6). Вероятность безотказной работы

$$P(t) = \exp\left[a\left(1 - e^{\frac{t}{T}}\right) - \frac{t}{T}\right], \tag{10}$$

функция вероятности отказов

$$F(t) = 1 - \exp\left[a\left(1 - e^{\frac{t}{T}}\right) - \frac{t}{T}\right]. \tag{11}$$

и плотность распределения отказов

$$f(t) = \frac{1}{T}\left(1 + a \cdot e^{\frac{t}{T}}\right) \cdot \exp\left[a\left(1 - e^{\frac{t}{T}}\right) - \frac{t}{T}\right]. \tag{12}$$

На рисунке 5 был представлен график изменения по времени интенсивности отказов с использованием двухпараметрического распределения при различных значениях параметра a. Как видно из рисунка, параметр a не меняет форму кривой. Выбирая различные значения для параметра a, можно изменять значение $P(T)$, которое не зависит от T. При $a = 0{,}25$ по формуле (10) получим $P(T) = 0{,}24$, а при $a = 0{,}5$ получим $P(T) = 0{,}156$.

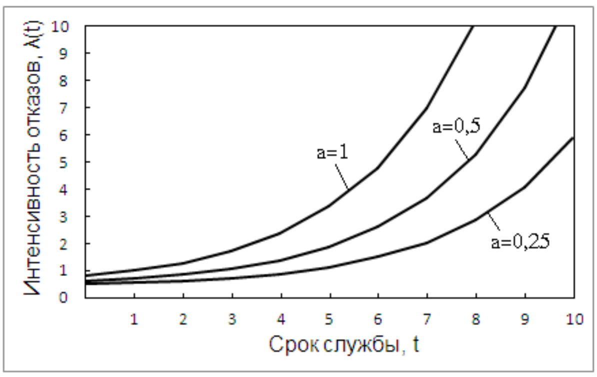


Рисунок 5 – График изменения интенсивности отказов по времени при $T = 5$

Как видно из вышеуказанных формул и графиков, предложенная функция распределения отказов может быть успешно использована для оценки различных механических систем, изменение интенсивности отказов для которых соответствует графику на рисунке 3.

Библиографический список использованной литературы

1. Решетов Д.Н. Надежность машин / Д.Н. Решетов, А.С. Иванов, В.З. Фадеев. — М.: Высшая школа, 1988. — 237 с.

2. Bertsche B. Zuverlässigkeit im Fahrzeug- und Maschinenbau / B. Bertsche, G. Lechner. — Berlin, Heidelberg: Springer, 2004. — 495 s.

3. Абдуллаев А.И. Оценка показателей надежности машин и конструкций на основе закона распределения отказов / А.И. Абдуллаев, И.Г. Чалаби // Ученые Записки АзТУ. — Баку, 2006. — № 2. — С. 5–8.

4. Tschalabi I.G. Lebensdauerverteilung zur Beschreibung des Ausfallverhaltens von elektronischen Geräten und komplexen Bauteilen / I.G. Tschalabi // 22 Konferenze Technische Zuverlässigkeit, VDI Verlag GmbH, 7-8 April 2005, Stuttgart. — S. 259–270.

5. Проников А.С. Параметрическая надежность машин / А.С. Проников. — М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2002. — 560 с.

Поступила в редакцию 15.05.2013 г.

Чалабі І.Г. Функція розподілу відмов для оцінки показників надійності сучасних механічних систем

Аналізуються статистичні моделі для оцінки надійності механічних систем на основі результатів випробувань і спостережень під час експлуатації. Пропонується однопараметрична функція розподілу для оцінки показників надійності і представляються формули для визначення цих параметрів.

Ключові слова: надійність, вірогідність, відмова, напрацювання, приробітку.

Chalabi I.G. A function of failure distribution for estimation of the reliability of modern mechanical system characteristics

Statistical models to estimate the reliability of mechanical systems based on the results of tests and observations during the service are analyzed. A one-parameter function of distribution for the reliability estimation is offered and formulas for the determination of these parameters are presented.

Keywords: reliability, probability, failure, operating time, burn-in.