

УДК 631.316.022

**З.М. Шанина, доцент, канд. физ.-мат. наук,**

**Л.В. Гальченко, доцент, канд. техн. наук,**

**Л.М. Мартовицкий, доцент, канд. техн. наук**

*Запорожский национальный технический университет*

*ул. Жуковского, 64, г. Запорожье, Украина, 69063*

*E-mail: kafedra\_dm\_ptm@zntu.edu.ua*

## **ОБОСНОВАНИЕ ПАРАМЕТРОВ ЗУБЧАТОГО РАБОЧЕГО ОРГАНА ДЛЯ ОБРАБОТКИ ПОЧВЫ**

*На основе представления почвы как среды с линейным упруго-вязким деформированием, предложена математическая модель зубчатого органа с такой формой рабочей поверхности, который удовлетворяет агротехническим, технологическим и экономическим показателям при обработке почвы. Рабочий орган выполнен в виде блока зубьев. Впадина и выступ зуба в горизонтальной плоскости выполнены по логарифмической спирали, выступы – в виде параболы четвертой степени.*

*Уравнение зубчатого органа представлено в форме сочетания матриц вращения, перемещения и сжатия.*

**Ключевые слова:** почва, выступы и впадины зубьев, логарифмическая спираль, парабола четвертого порядка, линейное упруго-вязкое деформирование

Известно, что определяющим критерием качества обработки почвы является ее крошение. Уровень крошения почвы зависит от геометрии рабочего органа и от кинематики его движения в процессе работы. Исследования показали, что геометрия рабочего органа и кинематика его движения влияют на энергоёмкость обработки почвы, а также на напряженно-деформированное состояние обрабатываемой почвы и инструмента во время его работы. С целью удовлетворения вышеизложенным требованиям к обработке почвы были проведены исследования взаимодействия рабочего органа с почвой. При этом почву можно представить как среду с линейным упруго-вязким деформированием. В случае контакта линейно-упруго-вязких тел вопрос создания математической модели рабочего органа сводится к решению задач методами теории упругости на основе «принципа соответствия».

*Цель исследования* – моделирование рабочего органа для обработки почвы.

В качестве исследуемого объекта рекомендуется первоначально взять рабочий орган для обработки почвы, выполненный в виде блока зубьев.

Взаимодействие зубчатого рабочего органа с почвой можно представить как взаимодействие двух тел на участке контакта, описываемого интегральным уравнением контактной задачи (1)

$$\int_{-a}^a P(t) \ln \frac{1}{|t-x|} dt = f(x), \quad (1)$$

где  $f(x)$  – функция, заданная внутри интервала  $(-a, a)$  и зависящая от формы рабочего органа в горизонтальной плоскости и деформативных постоянных рабочего органа и почвы.

Указанную функцию можно определить из уравнения

$$f(x) = \frac{C - f_1(x) - f_2(x)}{\nu_1 + \nu_2}, \quad (2)$$

где  $f_1(x), f_2(x)$  – функции, описывающие конфигурацию рабочего органа и почвы в горизонтальной плоскости;  $C$  – некоторая постоянная;  $\nu_1, \nu_2$  – деформативные постоянные почвы и рабочего органа.

Для решения задачи взаимодействия зубчатого рабочего органа с почвой следует принять следующие ограничения:

Почва схематично представляется полуплоскостью, что приводит к следующим особенностям геометрии поверхности почвы

$$f_1(x) = f_1'(x) = f_1''(x) = x. \quad (3)$$

Деформативной постоянной рабочего органа  $\nu_2$  можно пренебречь,  $\nu_2 \rightarrow 0$ , так как жесткость рабочего органа по сравнению с почвой выше на несколько порядков. Так, модуль упругости почв не превышает 50–80 МПа, тогда как для металлов модуль упругости равен  $2 \cdot 10^5$  МПа.

Деформативные постоянные двух сред можно записать в виде

$$v_1 = \frac{2}{\pi \cdot E_{\partial 1}} (1 - \mu_{b1}),$$

$$v_2 = \frac{2}{\pi \cdot E_{\partial 2}} (1 - \mu_{b2}),$$
(4)

где  $E_{\partial 1}$  – модуль деформации для линейно-деформируемой первой среды (материала рабочего органа – стали);  $E_{\partial 2}$  – модуль деформации для линейно-деформируемой второй среды (почвы);  $\mu_{b1}$  – коэффициент бокового расширения стали;  $\mu_{b2}$  – коэффициент бокового расширения почвы.

Из теории упругости известно, что существует соотношение между модулем сдвига и модулем упругости через коэффициент Пуассона

$$E = 2(1 - \mu_b) G, \quad (5)$$

отсюда

$$\mu_b = \frac{E}{2G} - 1.$$

Используя «принцип соответствия» для линейно-деформируемой среды можно записать

$$\mu_{b2} = \frac{E_{\partial}}{2G_{\partial}}, \quad (6)$$

где  $E_{\partial} = E$  – модуль деформации, равный модулю упругости. Так как  $v_1 \rightarrow 0$ , то  $v_2$  при подстановке (6) в (4) будет равно

$$v_2 = \frac{1 - \mu_{b2}}{\pi \cdot G_{\partial}}. \quad (7)$$

Закон распределения давлений по каждому участку контакта зубчатого рабочего органа зависит от формы участка. При действии на почву зубчатого рабочего органа с клиновидной формой зубьев (уравнение конфигурации клина  $y_2 = f_2(x) = Ax$ ) распределение давления выражается уравнением

$$P(x) = -\frac{P}{\pi a} \ln \frac{a - \sqrt{a^2 - x^2}}{|x|}, \quad (8)$$

где  $P(x)$  – неизвестная функция внутри интервала  $(-a, a)$ , удовлетворяющая уравнению (1);  $a$  – полуширина контакта;  $P$  – усилие, приложенное к рабочему органу.

Максимальное давление, равное бесконечности, развивается у носка клина при  $x=0$  (рисунок 1, с). По литературным данным [1, 4] процесс трещинообразования в почве зависит от характера распределения давлений на участке контакта. Первичные трещины возникают в точках максимальных давлений. В данном случае первичная трещина возникает у вершины клина.

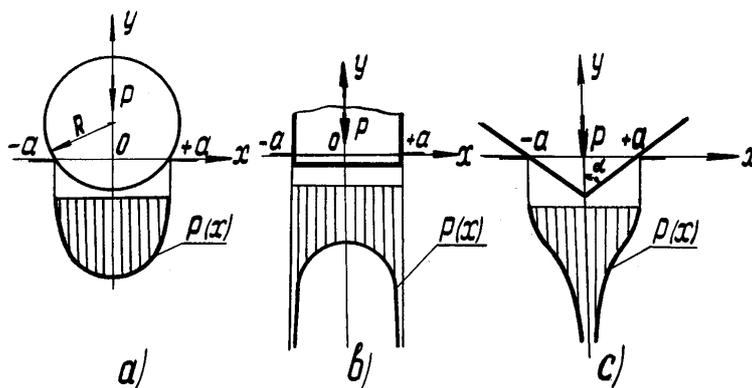


Рисунок 1 – Распределение давлений зубьев различной формы: а) круглый; в) плоский; с) клиновидный

В случае прямоугольных участков контакта создается концентрация давлений, вызывающая напряженно-деформированное состояние в ограниченном объеме почвы. В этом случае распределение давления выражается уравнением

$$P(x) = \frac{P}{\pi \left( \sqrt{a^2 - x^2} \right)}. \quad (9)$$

Аналізуючи рівняння (9), нетрудно помітити, що тиск на краях прямокутних ділянок контакту зубчастого робочого органу при  $x = \pm a$  максимально і прагне до нескінченності (рисунки 1, в). Тріщини утворюються і розвиваються на границях зони контакту.

Кругла форма выступів зубчастого робочого органу радіуса  $R$  буде мати наступне розподілення тисків

$$P(x) = \frac{2P}{\pi \cdot a^2} \sqrt{a^2 - x^2}. \quad (10)$$

Максимальний тиск розвивається в точці первісного контакту, т.е. при  $x = 0$  і дорівнює

$$P(0) = \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{2\pi}{R \cdot v_2}}. \quad (11)$$

Круглий ділянку контакту зубчастого робочого органу в порівнянні з прямокутним і клиновидним має більш рівномірне розподілення тисків (рисунки 1, а). Таке розподілення тисків викликає утворення декількох тріщин з більш розвинутою центральною.

При взаємодії різних форм зубців з ґрунтом через нерівномірне розподілення контактних тисків на поверхні процес тріщиноутворення відбувається не по всій контактуючій поверхні і це впливає на якість обробки ґрунту. Зубці, виконані в формі клина, прямокутника і кулі в процесі роботи изнашуються. Інтенсивному износу підлягають ділянки з максимальним контактним тиском. Процес износу нерівномірний. Внаслідок цього необхідна така форма зубців, щоб при взаємодії з ґрунтом на поверхні контакту виникали рівномірні тиски. Це призведе за собою рівномірно-розподілене тріщиноутворення в ґрунті. При цьому покращується її розрив і зменшується знос інструменту.

Припустимо, що функції  $f_1(x)$  і  $f_2(x)$ , що визначають конфігурацію робочого органу і ґрунту в горизонтальній площині, мають неперервні похідні першого і другого порядку. В околицях точки  $x = 0$  (1)

$$f_1'(x) = f_2'(x) = 0. \quad (12)$$

Відносно сил, що стискають тіла, будемо вважати, що їх рівнодійні, перпендикулярні осі  $ox$ , направлені до точки первісного дотику стиснутих тіл, т.е. до початку координат. Так як первісний проміжок між стиснутими тілами  $f_1(x) + f_2(x)$  вважається симетричним відносно осі  $oy$ , тиск на поверхнях стиснутих тіл буде також симетричним відносно осі  $oy$ .

Розглянемо випадок, коли сума вторих похідних визначається співвідношенням

$$f_1''(0) + f_2''(0) = 0. \quad (13)$$

Припустимо, що не тільки друга похідна від суми  $f_1(x) + f_2(x)$ , але й всі наступні похідні до  $2n-1$  включительно дорівнюють нулю при  $x = 0$ . Похідна ж  $f_1^{(2n)}(x) + f_2^{(2n)}(x)$  відрізняється від нуля при  $x = 0$ , будучи неперервною в цій точці. В цьому випадку, враховуючи малий ділянку контакту, можна при  $-a \leq x \leq a$  приблизно покласти

$$f_1(x) + f_2(x) = \frac{1}{(2n)!} [f_1^{(2n)}(0) + f_2^{(2n)}(0)] \cdot x^{2n}. \quad (14)$$

Підставляючи (14) в (2) знайдемо

$$f(x) = \alpha - A_n x^{2n}, \quad (15)$$

де

$$A_n = \frac{f_1^{(2n)}(0) + f_2^{(2n)}(0)}{(2n)!(v_1 + v_2)}. \quad (16)$$

Розв'язком основного інтегрального рівняння (1) контактної задачі для випадку, коли права частина представлена в формі (15), буде

$$P(x) = \frac{P}{\pi \cdot a^2} \sqrt{a^2 - x^2} \cdot \left[ \frac{2n}{2n-1} + \frac{2n(2n-2)}{(2n-1)(2n-3)} \cdot \frac{x^2}{a^2} + \frac{2n(2n-2) \dots 2}{(2n-1)(2n-3) \dots 3 \cdot 2 \cdot 1} \cdot \frac{x^{2n-2}}{a^{2n-2}} \right]. \quad (17)$$

Будем считать, что на рабочий орган действует постоянная сила  $P$ , полуширина участка контакта  $a$  известна. Решая уравнение (17), получим распределение давлений под участком зубчатого рабочего органа, форма которого представляет собой параболы четных степеней при изменении  $n$  от 1 до 5. Равномерное распределение давлений получим при  $P(x) = const$ . По этому идеальному случаю будем оценивать действительные распределения давлений, сравнивая отклонения полученных распределений при различном  $n$ , по среднеквадратическому отклонению от средней величины (рисунок 2). При минимальном значении  $\sigma$  получаем оптимальное значение  $n$  и соответствующее распределение  $P(x)$  (рисунок 3).

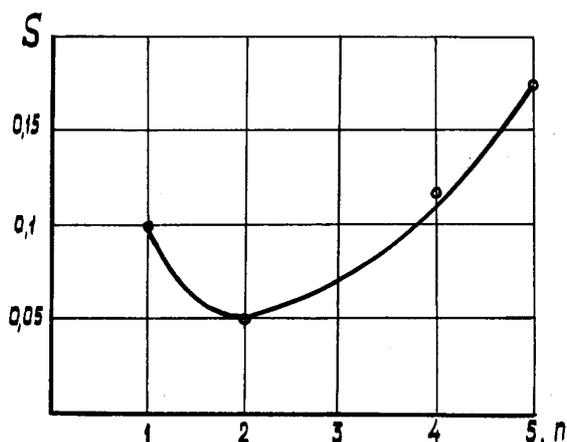


Рисунок 2 – Отклонения от средней величины в зависимости от показателя степени

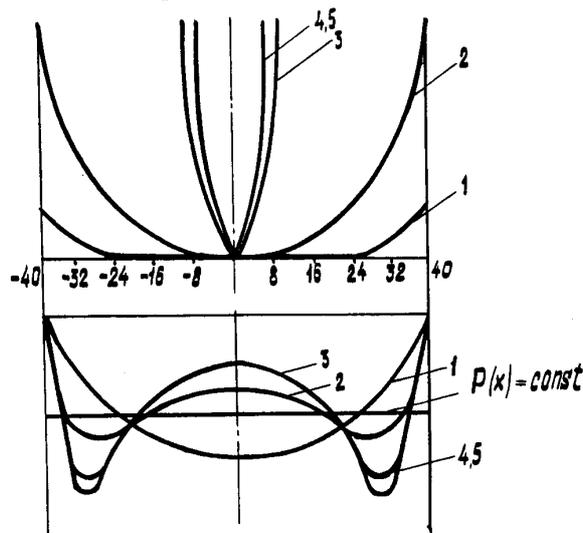


Рисунок 3 – Распределение давлений зуба в зависимости от показателя степени

Из результатов теоретических исследований видно, что для получения более равномерного распределения контактных давлений при действии рабочего органа на почву форма выступов должна представлять собой параболу четвертой степени с вершиной, направленной в сторону движения рабочего органа. В этом случае образование трещин будет происходить по всей контактирующей поверхности выступов более равномерно. Давление на площадке контакта имеет в этом случае вид

$$P(x) = \frac{4P}{3\pi \cdot a^4} \left[ (a^2 + 2x^2) \sqrt{a^2 - x^2} \right]. \quad (18)$$

Задача проектирования зубчатого рабочего органа для почвообрабатывающих машин сводится к выбору такой математической модели, которая удовлетворяла бы всем критериям, предъявляемым к рабочему органу в технологическом и экономическом плане с учетом физико-механических свойств почвы.

Рабочий орган выполнен в виде блока зубьев (рисунок 4), представляющих собой в горизонтальной плоскости впадины, выполненные по логарифмической спирали и выступов, спрофилированных по параболу четвертой степени.

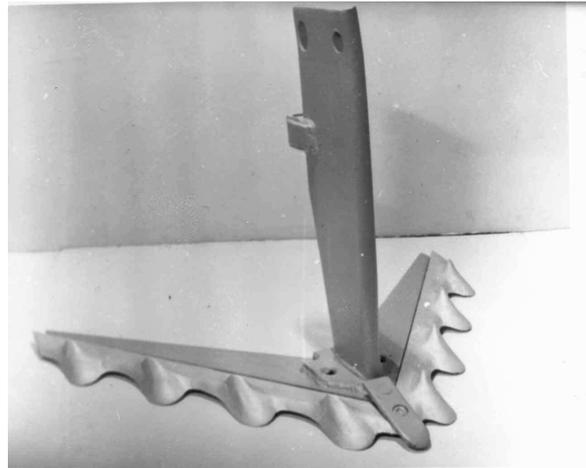


Рисунок 4 – Общий вид зубчатого рабочего органа для обработки почвы

В горизонтально-проецирующих плоскостях сечение зуба представляет собой семейство логарифмических спиралей

$$r_{\psi_i} = r_0 e^{\psi tg\varphi}, \tag{19}$$

где  $r_{\psi_i}$  – текущий радиус-вектор;  $r_0$  – начальный радиус-вектор;  $tg\varphi$  – коэффициент внутреннего трения;  $\psi$  – текущий угол радиуса-вектора спирали .

Уравнение поверхности зубчатого рабочего органа для обработки почвы в общем виде можно представить с помощью матрицы

$$A_{ij} = \left( \begin{array}{ccc|c} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right), \tag{20}$$

где  $\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$  – матрица третьего порядка, описывающая вращение в трехмерном пространстве;

$(a_{14}, a_{24}, a_{34})^T$  – составляющие поступательного перемещения.

Рабочую поверхность будем задавать кинематически, как траектории движения точек производящей логарифмической спирали (рисунок 5), расположенной в плоскости  $OX_2X_3$  и совершающей вращательное и поступательное движения.

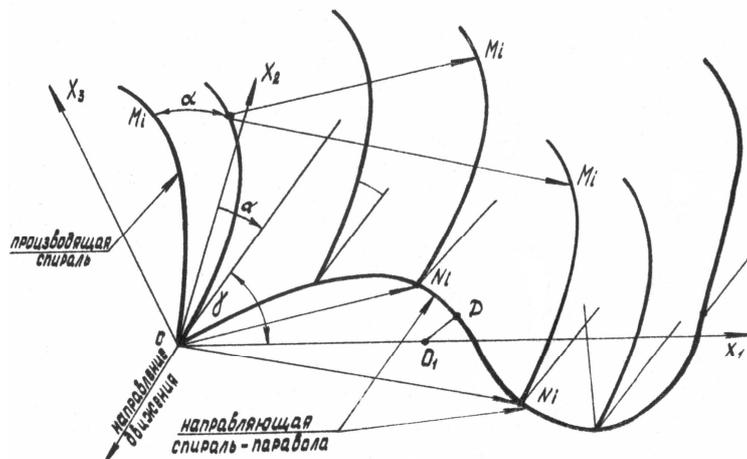


Рисунок 5 – Кинематическая модель поверхности рабочего органа

Вращение точек  $M_i$  спирали вокруг оси  $OX_3$  на угол  $\alpha = 90 - \gamma$  (где  $\gamma$  – угол раствора лапы рабочего органа), описывается матрицей вращения

$$A_{ep} = \begin{pmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha & 0 & 0 \\ \sin \alpha & \cos \alpha & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (21)$$

Координаты текущих точек  $M_i$  производящей логарифмической спирали, определяемые по уравнению (1), при  $\varphi = 45^0$  и  $\psi = -45^0 \dots 50^0$  будут иметь следующие значения (рисунок 6)

$$x_1^G = 0, \quad x_2^G = r_{\psi_i} \sin \psi_i; \quad x_3^G = r_{\psi_i} \cos \psi_i.$$

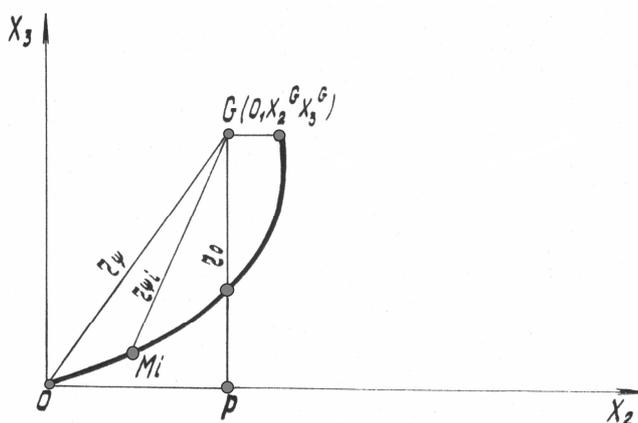


Рисунок 6 – Вид производящей спирали

Координаты текущих точек  $M_i$  производящей спирали в декартовых координатах в зависимости от  $\psi$  запишутся в следующем виде

$$x_1^{r\psi_i} = 0; \quad x_2^{r\psi_i} = OP - r_{\psi_i} \sin \psi_i; \quad x_3^{r\psi_i} = GP - r_{\psi_i} \cos \psi_i. \quad (22)$$

Поступательное перемещение точек  $M_i$  на участке впадины или выступа, описывается матрицей перемещения.

$$A_n = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \Delta x_1^{N_i} \\ 0 & 1 & 0 & \Delta x_2^{N_i} \\ 0 & 0 & 1 & \Delta x_3^{N_i} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (23)$$

где  $\Delta x_1^{N_i}, \Delta x_2^{N_i}, \Delta x_3^{N_i}$  – составляющие вектора.

Таким образом, общее перемещение точек производящей логарифмической спирали определится путем скалярного перемножения матриц

$$A = A_n \cdot A_{ep} = \begin{pmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha & 0 & \Delta x_1^{N_i} \\ \sin \alpha & \cos \alpha & 0 & \Delta x_2^{N_i} \\ 0 & 0 & 1 & \Delta x_3^{N_i} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (24)$$

Тогда уравнение поверхности зубчатого рабочего органа может быть представлено в виде

$$Y_i = A \cdot X_i, \quad (25)$$

где  $X_i$  – координаты текущей точки  $M_i$  на производящей спирали, определяемые уравнениями (22);  $Y_i$  – координаты точек поверхности зубчатого рабочего органа, зависящие от параметра  $\psi_i$  – производящей логарифмической спирали и величины вектора  $ON_i$ , определяемые положением текущей точки  $N_i$  на впадине или выступе кромки режущего лезвия.

Для участка впадины координаты текущей точки  $N_i$  вектора перемещения по логарифмической спирали (рисунок 7) определяются по уравнениям

$$x_1^{N_i} = x_1^{O_1} + r_{\theta_i} e^{\theta_i \operatorname{tg} \varphi} \cos \theta_i; \quad x_2^{N_i} = r_{\theta_i} e^{\theta_i \operatorname{tg} \varphi} \sin \theta_i; \quad x_3^{N_i} = 0, \quad (26)$$

где  $\theta_i = 180^\circ$  – исходные углы;  $\bar{\theta}_i = 20^\circ + \theta_i$  – координаты точки  $O_1(s/2, 0, 0)$ ;  $S$  – шаг расстановки зубьев.

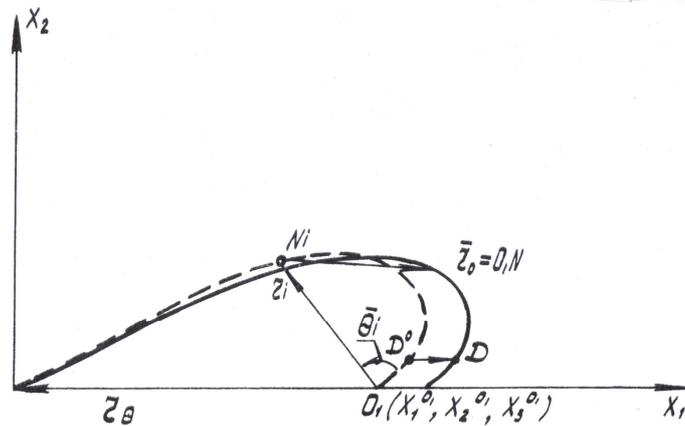


Рисунок 7 – Преобразования спирали впадины

В связи с удлинением логарифмической спирали профиля впадины по оси  $OX_1$  вводится коэффициент  $\kappa = \frac{1}{\cos \alpha}$ , а преобразование удлинения запишется матрицей

$$A_{впад}^y = \begin{pmatrix} \kappa & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (27)$$

С учетом уравнения (27) координаты точек вектора поступательного перемещения можно определить

$$\Delta x_i = A_{впад}^y \cdot x_i; \quad \Delta x_1^{N_i} = \kappa x_1^{N_i}; \quad \Delta x_2^{N_i} = x_2^{N_i}; \quad \Delta x_3^{N_i} = 0. \quad (28)$$

Для участка выступа координаты текущей точки  $N_i$  (рисунок 8) вектора поступательного перемещения по параболу  $x_2 = x_1^4$  определяются как произведение следующих преобразований:

а) сжатия вдоль оси  $OX_2$  с коэффициентом  $\mu$ , описываемого матрицей

$$A_{выст}^{сж} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mu & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad (29)$$

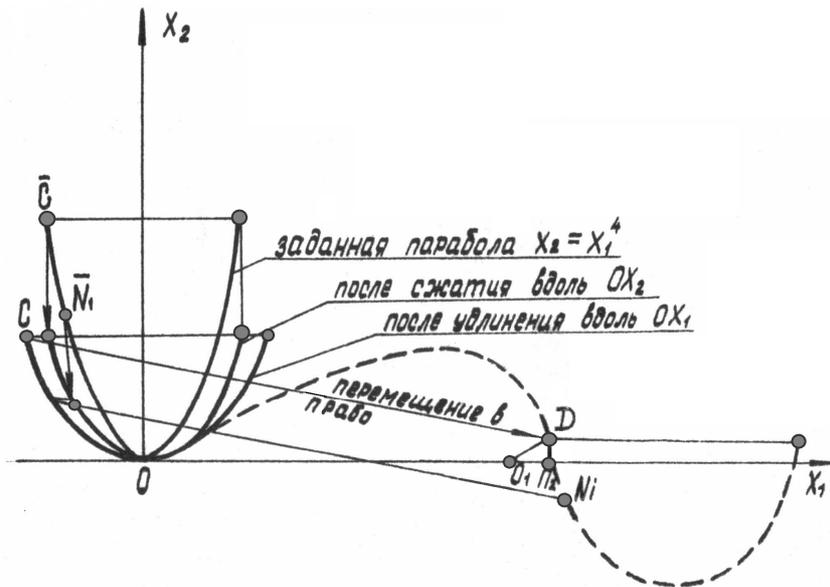
б) удлинения вдоль оси  $OX_1$  с коэффициентом  $k$ , описываемого матрицей (27);

в) поступательного перемещения вдоль вектора  $CD$ , описываемого матрицей (23).

Тогда общее преобразование параболы опишется матрицей

$$A_{общ.} = A_n \cdot A_y \cdot A_{сж};$$

$$A_{общ.} = \begin{pmatrix} k & 0 & 0 & \Delta x_1^{CD} \\ 0 & \mu & 0 & \Delta x_2^{CD} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (30)$$

Рисунок 8 – Координаты текущих точек  $N_i$  параболы на участке выступов

Координаты текущей точки  $N_i$  на параболе будут иметь следующий вид в матричной форме

$$\Delta x_i = A_{\text{общ.}} \cdot X_i, \quad (31)$$

где  $X_i$  – координаты точек исходной параболы  $x_2 = x_1^4$ ;  $\Delta x_i$  – координаты точек преобразованной параболы, которые определяются в следующем виде:

$$\Delta x_1 = kx_1 + \Delta x_1^{CD}; \quad \Delta x_2 = \mu x_2 + \Delta x_2^{CD}; \quad \Delta x_3 = 0. \quad (32)$$

Уравнение поверхности зубчатого рабочего органа (25) в матричной форме может быть представлено как

$$\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha & 0 & \Delta x_1^{N_i} \\ \sin \alpha & \cos \alpha & 0 & \Delta x_2^{N_i} \\ 0 & 0 & 1 & \Delta x_3^{N_i} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1^{M_i} \\ x_2^{M_i} \\ x_3^{M_i} \\ 1 \end{pmatrix}, \quad (33)$$

где  $x_1^{M_i}, x_2^{M_i}, x_3^{M_i}$  – координаты точек производящей спирали;  $\Delta x_1^{N_i}, \Delta x_2^{N_i}, \Delta x_3^{N_i}$  – координаты точек режущего лезвия.

Данное уравнение описывает поверхность зуба на участках впадин и выступов.

В конечном виде координаты точек поверхности зуба можно записать для участка впадины

$$\begin{aligned} y_1 &= \sin \alpha (OP - r_{\psi_i} \sin \psi_i) + k \left( \frac{s}{2} + r_{\theta_i} \cos \bar{\theta}_i \right); \\ y_2 &= \cos \alpha (GP - r_{\psi_i} \sin \psi_i) + r_{\theta_i} \sin \bar{\theta}_i; \\ y_3 &= GP - r_{\psi_i} \cos \psi_i, \end{aligned} \quad (34)$$

и для участка выступа

$$\begin{aligned} y_1 &= \sin \alpha (OP - r_{\psi_i} \sin \psi_i) + kx_i + \Delta x_1^{CD}; \\ y_2 &= \cos \alpha (GP - r_{\psi_i} \sin \psi_i) + \mu x_2 + \Delta x_2^{CD}; \\ y_3 &= GP - r_{\psi_i} \cos \psi_i. \end{aligned} \quad (35)$$

### Вывод

Полученная математическая модель (34), (35) для описания поверхности зубчатого рабочего органа позволяет для различных условий с учетом глубины обработки, агротехнических требований к

качеству крошения почвы, физико-механических свойств почвы, геометрии режущей кромки и числа зубьев получить семейство зубчатых почвообрабатывающих органов, которые будут работоспособными в конкретных условиях. Формы поверхностей рабочих органов зависят от значений функциональных параметров  $k, \mu, \theta, \psi$ .

Дальнейшие исследования связаны с широким численным экспериментом с использованием полученных аналитических зависимостей.

#### **Бібліографічний список використаної літератури**

1. Бауков А.В. Определение линии скольжения в почве перед деформатором / А.В. Бауков, А.С. Кушнарв // Науч. тр. Укр. с.-х. акад. — 1976. — Вып. 151. — С. 21–26.
2. Ефимов А.Б. Осесимметричная контактная задача для линейных вязко-упругих тел / А.Б. Ефимов // Вестник МТУ. — № 2. — С. 82–91.
3. Штаерман И.Л. Контактные задачи теории упругости / И.Л. Штаерман. — М., 1949. — С. 37–45.
4. Кушнарв А.С. Механико-технологические основы процесса взаимодействия рабочих органов почвообрабатывающих машин и орудий на почву: автореф. дис... д-ра техн. наук / А.С. Кушнарв. — Челябинск, 1981. — 50 с.

*Поступила в редакцию 20.03.2013 г.*

#### **Шанина З.М., Гальченко Л.В., Мартовицкий Л.М. Обґрунтування параметрів зубчастого робочого органу для обробки ґрунту**

На основі представлення оброблюваного ґрунту, як середовища з лінійним пружно-в'язким деформуванням запропоновано математичну модель зубчастого органу з такою формою робочої поверхні, який задовольняє агротехнічним, технологічним і економічним показникам при обробці ґрунту. Робочий орган виконано у вигляді блоку зубців. Западина і виступ зуба в горизонтальній площині виконані за логарифмічною спіраллю, виступи – у вигляді параболи четвертого ступеня.

Рівняння зубчастого органу представлено у формі поєднання матриць обертання, переміщення і стиснення.

**Ключові слова:** ґрунт, виступи і западини зубів, логарифмічна спіраль, парабола четвертого порядку, лінійна пружно-в'язка деформація.

#### **Shanina Th.M., Galchenko L.V., Martovitski L.M. Statement of parameters for toothed labor body for soil treatment**

A mathematical model of a surface of a flexible toothed labor body (TLB) is proposed. The model is put to certain constraints and it allows to detect such TLB form that satisfies agrotechnical, technological and economic factors of its work on soil progressing.

The form of the body is made as a block of teeth. The cavities and the surface of the teeth in the horizontal plane are made as a logarithmic spiral. The flanges are made as a forth-degree parabola.

Equation of the labor body is represented in matrix form: a matrix of rotation, translation and tension.

**Keywords:** soil, ledges and cavities of points, logarithmic spiral, parabola of fourth order, linear resiliently-viscid deformation.