

УДК 621.431.74 – 185.3

**О.П. Радченко, А.Р. Мацкевич**

*Одесская национальная морская академия, ул. Дидрихсона 8, Одесса, Украина, 65029*

*Киевская государственная академия водного транспорта,*

*Севастопольский факультет, ул. Репина 3, Севастополь, Украина, 99045*

*E-mail: rot1643@mail.ru*

## **МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ВЛИЯНИЯ ВЫСОКОЧАСТОТНЫХ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ПОЛЕЙ НА РЕОЛОГИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА СУДОВЫХ ТОПЛИВ**

*Для определения основных реологических характеристик среды предпринята попытка создания математической модели конвективного теплообмена при СВЧ-воздействии на нефтепродукты применительно к межмолекулярным связям тяжелых компаундов углеводородов в составе высоковязких судовых топлив.*

**Ключевые слова:** СВЧ и ВЧ, влияние, судовое топливо, электромагнитное поле, скорость осаждения.

**Введение.** Целью данной работы является определение основных характеристик при построении модели конвективного теплообмена при электромагнитном воздействии на нефтепродукты и микромир взаимодействия межмолекулярных связей тяжелых компаундов углеводородов в составе высоковязких судовых топлив при воздействия на них СВЧ- и ВЧ-энергии.

**Постановка задачи.** Рассмотрена физико-математическая модель процесса воздействия. Учитывая физические свойства эмульсии, применим реологическую модель, основой которой является уравнение Шведова-Бингама. Считаем, что результатом действия СВЧ-поля является появление в материале источника тепла определенной мощности, который соответствует многократному отражению волны в рассмотренном участке топливной среды. Материалы типа судовых топливных эмульсий, характеризуются пределом текучести, ниже которого поведение среды можно моделировать как твердое недеформированное тело (модель Сен-Венана) или как идеально упругое тело Гука (модель Прандтля). При достижении предела текучести можно считать, что среда ведет себя как ньютоновская жидкость.

Свойства пластичности и вязкости среды может быть описано уравнением реологического состояния вязко-пластичного материала (модель Шведова-Бингама)

$$\tau_1 = \tau_0 \pm \nu \frac{\partial V}{\partial n},$$

где  $\nu$  – коэффициент вязкости;  $n$  – нормаль к направлению скорости;  $\tau_1$  – напряжение сдвига;  $\tau_0$  – динамическое напряжение сдвига, которое характеризует вязкопластичную среду топлива;  $V$  – скорость среды.

Как известно, в основу модели Шведова-Бингама положен такой физический механизм, согласно которому в материале есть достаточно жесткая пространственная структура, которая оказывает сопротивление любому напряжению, меньшему  $\tau_0$ . Как только напряжение достигает значения  $\tau_0$ , наступает частичное мгновенное обратимое разрушение структуры, и кажущаяся вязкость при этом уменьшается по причине набора структурой топлива дефектов. Топливо же движется с напряжением сдвига, равным  $\tau_1 - \tau_0$ .

Одним из основных наиболее перспективных методов теплового воздействия для изменения реологических показателей реальных рабочих сред является тепловой электромагнитный нагрев среды. Благодаря глубокому проникновению и прекрасному объемному тепловыделению, электромагнитное излучение предоставляет (по сравнению с традиционными методами) высокую скорость и равномерный нагрев, возможность оптимального управления и автоматизации технологических процессов.

Определение «микроволны», если быть точным, взято на произвольной основе и не отражает сути; тем не менее, в данной работе будет дана попытка приведения математической модели рассеивания электромагнитных волн в рабочем диапазоне от 300 MHz до 300 GHz.

### **А. Скалярное представление возбуждения электромагнитного поля**

Нагрев посредством СВЧ излучения определяется по Максвеллу для простого электромагнитного излучения:

$$\nabla \cdot E = \frac{\rho_c}{\epsilon}; \quad \nabla \times E = -\frac{\partial(\mu H)}{\partial t}; \quad \nabla \times H = J_c + J_s + \frac{\partial(\epsilon \cdot E)}{\partial t}. \quad (1)$$

Отсюда возможно получение уравнения, характеризующего модель волнового распространения электромагнитного излучения:

$$\nabla^2 E = \mu \left[ \frac{\partial^2 (\varepsilon \cdot E)}{\partial t^2} + \frac{1}{2} \frac{\partial (\sigma_c E)}{\partial t} + \frac{\partial J_s}{\partial t} \right] + \nabla \left( \frac{\rho_c}{\varepsilon^*} \right). \quad (2)$$

Уравнение (2) включает себя 3 подмодели, характеризующие проникновение волн в рабочую среду:

$$\nabla^2 E = \mu \left[ \frac{\partial^2 (\varepsilon \cdot E)}{\partial t^2} + \frac{1}{2} \frac{\partial (\sigma_c E)}{\partial t} \right] - \text{слагаемое характеризует затухание волны в обрабатываемом}$$

материале;

$\mu \frac{\partial J_s}{\partial t}$  – значения, меняющиеся для каждого промежутка времени для каждой точки интереса, производимой затухающими электромагнитными волнами; и

$\nabla \left( \frac{\rho_c}{\varepsilon^*} \right)$  – характеризует значения для каждого статического элемента поля воздействия волны, сопряженного с потерями для каждой точки интереса.

При условии, что все поле лежит за пределами мест воздействия волн на рабочий материал и возникшее монохроматичное микроволновое поле с угловой частотой  $\omega$ , тогда уравнение (2) примет вид:

$$\nabla^2 E + f^2 E = 0, \quad (3)$$

где

$$f = \frac{\omega}{c} \sqrt{k' \left[ 1 - J \frac{\left( \frac{2}{\omega} \frac{\partial k'}{\partial t} + k'' \right)}{k'} \right] - \left( \frac{1}{\omega^2} \frac{\partial k'}{\partial t^2} + \frac{1}{\omega} \frac{\partial k''}{\partial t} \right)}. \quad (4)$$

Так как угловая частота  $\omega$  значительно больше микроволновых частот, уравнение (4) упрощается до вида:

$$f = \frac{\omega}{c} \sqrt{k' \left[ 1 - J \frac{k''}{k'} \right]}. \quad (5)$$

Перегруппировав (5), получаем следующую зависимость:

$$f = \alpha + J\beta, \quad (6)$$

где

$$\alpha = \frac{\omega}{c} \sqrt{\frac{k'}{2} \left( \sqrt{1 + \left( \frac{k''}{k'} \right)^2} + 1 \right)} \quad (7)$$

и

$$\beta = \frac{\omega}{c} \sqrt{\frac{k'}{2} \left( \sqrt{1 + \left( \frac{k''}{k'} \right)^2} - 1 \right)}. \quad (8)$$

Форма оператора Лапласа  $\nabla^2$  в уравнении (3) зависит от геометрии возникновения массива электромагнитного излучения (волн).

В сущности, численное моделирование процесса микроволнового нагрева это совокупный анализ нескольких физических связей. Математическая модель таких процессов по крайней мере должна состоять из уравнения электромагнитного поля (т.е. уравнения Максвелла) и уравнения переноса тепла (теплообмен). В рассмотренных случаях нагрева реальные процессы взаимосвязаны и перетекают один в другой.

Неоднородный член уравнения теплообмена определяется как источник нагрева рабочей среды при действии рассеиваемой мощности СВЧ. А между тем, изменение температура в процессе нагрева может привести к изменению комплексной диэлектрической проницаемости, которая также влияет на

места и время изменения электромагнитного поля. Следовательно, для выполнения расчета мат. модели, необходимо скомпоновать систему двух уравнений, а потом решать их с помощью численных методов.

В некоторых случаях возможно выполнение более сложных сценариев, соединение несколько видов дифференциальных уравнений. В качестве же ключевых методов численного моделирования процессов, ключевые ступеньки будут составлять следующие утверждения, представленные ниже.

### ***В. Численное моделирование. Уравнение Максвелла. Векторная форма***

Ведущее уравнение вектора электромагнитного поля базируется на известном уравнении Максвелла, как говорилось ранее. Дифференциальные и интегральные формы уравнения Максвелла для более удобного использования в системе численного моделирования процессов могут быть выражены как

$$\nabla \times \bar{E} = -\frac{\partial \bar{B}}{\partial t}, \quad \oint_C \bar{E} \cdot d\bar{l} = -\int_S \frac{\partial \bar{B}}{\partial t} \cdot d\bar{S}, \quad (9)$$

$$\nabla \times \bar{H} = \bar{J} + \frac{\partial \bar{D}}{\partial t}, \quad \oint_C \bar{H} \cdot d\bar{l} = \int_S \bar{J} \cdot d\bar{S} + \int_S \frac{\partial \bar{D}}{\partial t} \cdot d\bar{S}, \quad (10)$$

$$\nabla \cdot \bar{D} = \rho, \quad \oint_S \bar{D} \cdot d\bar{S} = \int_V \rho \cdot dV, \quad (11)$$

$$\nabla \cdot \bar{B} = 0, \quad \oint_S \bar{B} \cdot d\bar{S} = 0, \quad (12)$$

где  $\bar{E} = \bar{E}(x, y, z, t)$  – векторное задание электрических полей,  $\bar{H} = \bar{H}(x, y, z, t)$  – векторное задание соответственно магнитного поля,  $\bar{D} = \bar{D}(x, y, z, t)$  – плотности потока,  $\bar{B} = \bar{B}(x, y, z, t)$  – плотности магнитного потока,  $\bar{J} = \bar{J}(x, y, z, t)$  – плотности тока и  $\bar{\rho} = \bar{\rho}(x, y, z, t)$  – плотности заряда.

Граничные соотношения между некоторыми из упомянутых векторных полей заданы в следующем виде

$$\bar{D} = \epsilon \bar{E}, \quad \bar{B} = \mu \bar{H}, \quad \bar{J} = \sigma \bar{E}, \quad (13)$$

и

$$\nabla \cdot \bar{J} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0, \quad \oint_S \bar{J} \cdot d\bar{S} = -\frac{d}{dt} \int_V \rho \cdot dV, \quad (\text{непрерывность действия эл. тока}) \quad (14)$$

где  $\epsilon$  – является диэлектрической постоянной (или константой электрической проницаемости),  $\mu$  – магнитная проницаемость и  $\sigma$  – электропроводимость.

### ***С. Уравнение теплообмена рабочей среды***

Уравнение теплообмена, часто называемое уравнением теплопроводности или теплопередачи в рабочем слое, которое описывает пространство и время, поведение температурного поля:

$$\rho_m C_m \frac{\partial T}{\partial t} - V \cdot (k_t \nabla T) = P, \quad (15)$$

где  $\rho_m$ ,  $C_m$  и  $k_t$  обозначает соответственно плотность материала, удельная теплоемкость и тепловую проводимость.  $T = T(x, y, z, t)$  – характеризует абсолютную температуру среды,  $P = P(x, y, z, t)$  – показатель мощности СВЧ-излучения, рассеиваемой в единице объема рабочей среды. Для простоты в решении подобного уравнения, параметры  $\rho_m$ ,  $C_m$  и  $k_t$ , как правило, принимаются как постоянные, не зависящие от положения поля, времени и температуры.

В соответствии с законом сохранения энергии (Ньютона), для описания граничного условия конвективного теплообмена на поверхности рабочих материалов используются следующее равенство:

$$h(T_a - T) = k_t \frac{\partial T}{\partial n}, \quad (16)$$

для описания граничных условий (исходя из условий опыта), используют уравнение:

$$\frac{\partial T}{\partial n} = 0, \quad (17)$$

где  $h$  – коэффициент конвективного теплообмена;  $T$  – температура окружающей среды. Кроме того, не стоит забывать, что при начальных условиях работы модели, представленные данные используются в уравнении (15), с заданным условием расчета:

$$T(x, y, z, t)|_{t=0} = T_{init}(x, y, z). \quad (18)$$

***D. Сопряжение представленных процессов в модель электромагнитного-нагрева***

Неоднородная плотность мощности  $P$  электромагнитного поля в уравнении (15) определяется как показатель рассеивания СВЧ-волн в немагнитных и непроводящих материалах вследствие диэлектрических потерь, и может быть выражено:

$$P = \frac{1}{2} \left( \bar{E} \cdot \frac{\partial \bar{D}}{\partial t} - \bar{D} \cdot \frac{\partial \bar{E}}{\partial t} \right). \quad (19)$$

Данное утверждение позволяет сделать вывод о том, что именно диэлектрические свойства нефтесодержащих сред при их обработки СВЧ-излучением главным способом влияют на внутренне перераспределение энергий в частицах их микромира: нагрев, переход электронов на более энергоемкие уровни, разрыв межмолекулярных связей, насыщение дефектами кристаллической решетки топлив. Для более детального анализа таких свойств обратимся к следующим аналитическим выводам.

Перепишем уравнение (19) в векторной форме для стационарного гармонического электромагнитного поля:

$$\bar{P} = \frac{1}{2} \omega \epsilon_0 \epsilon'' E^2, \quad (20)$$

где  $\omega$  – угловая частота волны;  $\epsilon_0$  – диэлектрическая проницаемость вакуума;  $\epsilon''$  – эмпирически подобранный, мнимый коэффициент диэлектрической проницаемости материала;  $E$  – амплитуда векторной величины  $\bar{E}$  поля.

С другой стороны, изменения температуры в рабочем пространстве и времени качественно влияет на  $\epsilon$ ,  $\mu$  и  $\sigma$  материала. Для немагнитных и непроводящих сред, значительно варьируется только параметр  $\epsilon$ . Известно, что задержка реакции при воздействии на различные материалы внешними полями СВЧ-излучения в целом зависит от частоты самых полей. По этой причине диэлектрическая проницаемость часто рассматривается как комплексная функция (угловой) частоты  $\omega$ . Комплексная (обобщенная), диэлектрическая проницаемость  $\epsilon^* = \epsilon^*(\omega)$  определяется следующим равенством:

$$D = \epsilon^* \cdot E = (\epsilon' - j\epsilon'') E, \quad (21)$$

где  $D = D(x, y, z)$  и  $E = E(x, y, z)$  являются векторным представлением о времени гармонического поля  $\bar{D}$  и  $\bar{E}$ , соответственно, которые удовлетворяют следующим условиям:

$$\bar{D}(x, y, z, t) = \text{Re} \left[ D(x, y, z) e^{j\omega t} \right] \quad \text{и} \quad \bar{E}(x, y, z, t) = \text{Re} \left[ E(x, y, z) e^{j\omega t} \right], \quad (22)$$

где  $j^2 = -1$ . Особое внимание заслуживает тот факт, что знак мнимой части  $\epsilon^*$  – постоянно отрицательное число, когда время гармонического фактора соответствует  $e^{j\omega t}$ . Для токопроводящего материала справедливо искать мнимую часть  $\epsilon^*$  через формулу Дебая, включающую активные потери  $\sigma$ :

$$\epsilon^* = \epsilon' - j \left( \epsilon'' + \frac{\sigma}{\omega} \right). \quad (23)$$

Учитывая, что для нахождения комплексной диэлектрической проницаемости  $\epsilon_r^*$   $\epsilon_r^* = \epsilon^* / \epsilon_0$ ,

$$\epsilon_r^* = \epsilon_\infty + \frac{\epsilon_s - \epsilon_\infty}{1 + j\omega\tau}, \quad (24)$$

где  $\epsilon^*$  – диэлектрическая проницаемость при достижении предельно высоких частот;  $\epsilon^*$  – проницаемость при низкой частоте СВЧ-волн в статике и  $\tau$  – время релаксации. Изменение температуры может повлиять на следующие параметры  $\epsilon_\infty$ ,  $\epsilon_s$  и  $\tau$ , и, следовательно, безусловно влияет на  $\epsilon_r^*$ . Так  $\epsilon_r^*$  является функцией температуры.

Агрегативная устойчивость нефтепродуктов обуславливается присутствием в них тяжелых высокомолекулярных соединений (компонентов) с поляризованными молекулами: смолы, асфальтены и др., которые, адсорбируясь в сложные конгломераты, образуют в топливной среде сгустки плохо поддающиеся дальнейшему распаду под действием приложенных возмущений. Избыточная минерализация и наличие механических примесей в целом также увеличивает удельную массу и устойчивость таких конгломератов.

Потому рассмотренный здесь метод электромагнитного воздействия направлен именно на снижение агрегативной устойчивости рассмотренных молекулярных комплексов, эффективное

разрушение таких соединений, и создание благоприятных условий для насыщения структуры топлива нужным количеством дефектов в единице полезного объема.

В связи с тем, что асфальтены и смолы, которые составляют основу таких конгломератов, являются полярными веществами, представляется возможным использование эффектов интенсивного резонансного взаимодействия высокочастотных (ВЧ) электромагнитных полей (ЭМП) с полярными компонентами топлив для эффективного разрушения высокоустойчивых соединений и насыщения структуры топлива дефектами.

**Библиографический список использованной литературы**

1. Яковенко В.А. Математическое моделирование СВЧ-обезвоживания нефти и нефтепродуктов / В.А. Яковенко // Техника и приборы СВЧ. — 2008. — № 2. — 624 с.
2. Gema A. Mercadot. Modeling thermal front dynamics in microwave heating / Gema A. Mercadot // IMA Journal of Applied Mathematics. — 2002. — P. 419–439.

*Поступила в редакцию 15.05.2013 г.*

**Радченко О.П., Мацкевич А.Р. Розробка математичної моделі ВЧ та НВЧ впливу на реологічні показники суднових палив**

Розглянуто питання про вплив електромагнітних хвиль на зміну реологічних показників суднових палив. Зроблена спроба визначення основних характеристик впливу при побудові моделі конвективного теплообміну при НВЧ-випромінюванні на нафтопродукти і мікросвіту взаємодії міжмолекулярних зв'язків важких компаундів вуглеводнів у складі високов'язких суднових палив при дії на них електромагнітної енергії.

**Ключові слова:** СВЧ та ВЧ, вплив, суднове паливо, електромагнітне поле, швидкість осадження.

**Radchenko O.P., Matskevych A.R. Mathematical modeling processes of microwave influence on rheology of marine fuels**

The questions about the effects of electromagnetic waves on the change in the rheological parameters of marine fuel are considered. To define the main characteristics steps are taken towards convective heat transfer in the microwave radiation on petroleum products and the interaction of micro-linking compounds of heavy hydrocarbons in the marine fuels with high viscosity of exposure to electromagnetic energy.

**Keywords:** microwave, RF, influence, marine fuel, electromagnetic field, the deposition rate.