

УДК 621–462:539.4.013

В.П. Белоус, аспирант*Одесский национальный политехнический университет**пр. Шевченко 1, г. Одесса, Украина, 65044**E-mail: Lamperg11@mail.ru***ОЦЕНКА КОНЦЕНТРАЦИИ НАПРЯЖЕНИЙ****В ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБЕЧАЙКАХ ПРИ НАЛИЧИИ ВМЯТИН**

Для коэффициента концентрации напряжений при наличии вмятины на поверхности цилиндрической оболочки на базе теории упругости получена уточненная формула, учитывающая ее деформируемую форму. Основная часть поверхности вмятины моделировалась сферическим сегментом, а переходная – двумя торовыми сегментами.

Ключевые слова: цилиндрическая обечайка, вмятина, напряжение, концентрация

Введение

В процессе изготовления, транспортировки и монтажа сосудов и аппаратов высокого давления возможно деформирование обечаек их корпусов с образованием таких плавных локальных несовершенств формы поверхностей соответствующих оболочек как вмятины. Вмятина образуется в результате статического или динамического взаимодействия корпуса с твердым телом, не имеющим острых кромок, и при этом, как правило, не происходит утонения стенки корпуса. В случае, если поверхность тела, образующая вмятину, сферическая, то ее принято называть круглой, а радиус окружности, являющийся проекцией контура, по которому эта поверхность контактирует с поверхностью оболочки, — радиусом вмятины. Форма и размеры вмятины в принципе являются случайными величинами.

Для реальных вмятин их размеры могут превышать установленные нормы. Например, согласно [1] допустимая глубина круглой вмятины для цилиндрической обечайки составляет $f = 0,1s + 3$ мм, но не более 5 мм при ее размере в плане $10s$ (здесь s – толщина стенки обечайки).

Нормативный документ [2] является первым, в котором при расчете на прочность цилиндрических обечаек предусмотрен учет различных отклонений от их идеальной круговой формы, в том числе и наличие вмятин. Приведенная в нем методика расчета позволяет определять допустимое внутреннее давление для корпуса сосуда и аппарата

$$[p] = \frac{2\varphi[\sigma](s-c)}{D+(s-c)} \cdot \lambda_1, \quad (1)$$

где D — внутренний диаметр обечайки корпуса; φ — коэффициент прочности сварного шва; $[\sigma]$ — допустимое напряжение; c — прибавка на коррозию; λ_1 — коэффициент, который при наиболее распространенных толщинах стенки $s \leq 20$ мм:

$$\lambda_1 = 1, \quad \text{если } f/s \leq 0,1;$$

$$\lambda_1 = \frac{1,105}{(f/s) + \sqrt{(f/s)^2 + 1}}, \quad \text{если } f/s > 0,1.$$

Отметим, что экспериментальная проверка, выполненная методом тензометрирования, показала, что использование формулы (1) в соответствующих прочностных расчетах для реальных вмятин позволяет получать удовлетворительные результаты лишь для определенных интервалов таких геометрических характеристик как внутренний диаметр D , ее толщина s , глубина вмятины f и ее размеров в плане [3]. К тому же, эта формула не отражает форму поверхности вмятины, которая, также как и ее геометрические параметры, является одним из главных факторов в формировании напряженно-деформированного состояния (НДС) обечайки.

Для получения надежных критериев экспертной оценки работоспособности сосудов и аппаратов давления с такими дефектами обечаек как вмятины необходим комплекс мероприятий, которые должны базироваться на результатах исследования характеристик НДС соответствующих оболочек. Вмятины, являясь концентраторами напряжений, будут вызывать резкое локальное изменение этого НДС. Это обстоятельство порождает существенные математические трудности при получении аналитических результатов для тонкостенных оболочек с вмятинами на базе аппарата теории упругости, и соответствующие теоретические исследования практически отсутствуют.

В связи с развитием вычислительной техники и совершенствованием ее программного обеспечения появилась возможность проведения в научных приложениях широкомасштабных

численных экспериментов. Ниже отметим результаты основных исследований НДС цилиндрических оболочек с круглыми вмятинами радиусом r_0 при статическом нагружении их внутренним давлением p в области упругого деформирования [4–5], когда численные расчеты проводились на базе метода конечных элементов (МКЭ). Характер изменения глубины вмятины вдоль ее текущего радиуса r определялся выражением $f_r = \frac{f}{2} \cdot \left(1 + \cos \frac{\pi r}{r_0}\right)$.

Было установлено, что с увеличением как максимальной глубины вмятины f , так и ее радиуса r_0 , происходит рост максимальных напряжений σ_{\max} в зоне вмятины и при этом эта зона смещается от центра к границам вмятины. При некоторых больших значениях глубины f в центре вмятины имеет место даже небольшая разгрузка.

Анализ полученных результатов показал, что определяющее влияние на коэффициент концентрации напряжений в зоне вмятины $\alpha_\sigma = \sigma_{\max} / \sigma_{\text{ном}}$, где $\sigma_{\text{ном}}$ — номинальные напряжения, оказывают ее относительная максимальная глубина $\bar{f} = f/s$ и приведенный радиус $\bar{r}_0 = r_0 / \sqrt{R s}$. В результате была предложена эмпирическая зависимость

$$\alpha_\sigma = 1 + A \cdot \bar{f}^m, \quad (2)$$

где коэффициент A и показатель степени m определяет только приведенный радиус вмятины \bar{r}_0 :

$$A = 1,05 + 0,711 \cdot \bar{r}_0 - 0,117 \cdot \bar{r}_0^2; \quad m = 0,358 + 0,158 \cdot \bar{r}_0. \quad (3)$$

Предлагаемая зависимость (2) позволяет получать результаты с точностью до 10%, но она справедлива лишь для исследованного диапазона параметров цилиндрических оболочек и круглых вмятин. Данным недостатком не будут обладать результаты для коэффициента концентрации напряжений, полученные при исследовании НДС цилиндрических оболочек в зоне круглых вмятин на базе теории упругости, что и является целью настоящей работы.

Цель исследования – оценка деформированного состояния цилиндрической оболочки при наличии локальной вмятины.

Постановка задачи и методы ее решения

Для круглой вмятины детализировались как форма ее поверхности, так и характер соответствующего ей контура на поверхности цилиндрической оболочки. Будем считать, что в результате радиального контактного взаимодействия с твердым телом, имеющим поверхность, близкую к сферической, тонкостенная цилиндрическая оболочка толщиной s и радиусом $R = (D + s)/2$ получила вмятину максимальной глубины f с размерами в плане: шириной $2r_0$ и длиной вдоль образующей $2R_0$ (рисунок 1).

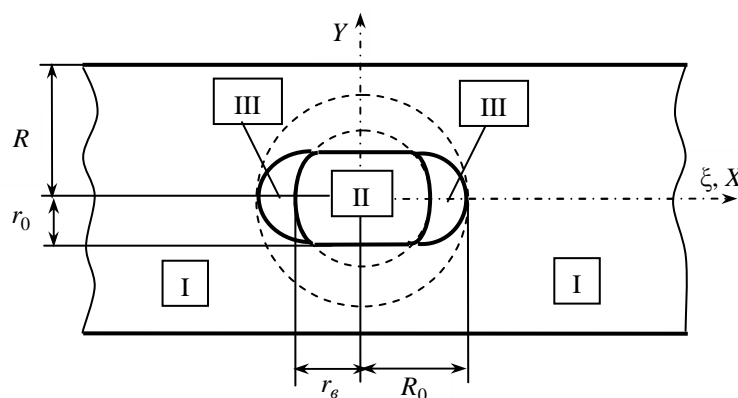


Рисунок 1 – Форма и основные размеры в плане вмятины на поверхности цилиндрической оболочки

Такой характер контура рассматриваемой вмятины, очевидно, более соответствует реальному, чем окружность, т.к. в зоне вмятины появляются естественные зоны перехода к оболочке, обусловленные „приспособляемостью“ их друг к другу. Форма и размеры этих зон будут зависеть, как от изгибной жесткости оболочки, так и от формы и глубины внедрения тела, образующего вмятину.

Ранее рассматривалась [6] тонкостенная цилиндрическая оболочка с круглой вмятиной, находящаяся под действием внутреннего давления p , изотропный материал которой имеет модуль упругости E и коэффициент Пуассона μ (рисунок 2).

В диаметральной плоскости XZ вмятина представлялась как результат плавного сопряжения трех оболочек-частей одинаковой толщиной s : цилиндрической I радиусом R , сферической II радиусом R_C и торовой III с радиусами R_T и R_0 , которая является переходной частью от части I к части II. Каждая из этих частей соответствует определенному типу оболочек вращения. Максимальную глубину вмятины будем рассматривать как сумму $f = f_1 + f_2$, где f_1 — высота сферического сегмента, а f_2 — высота торового сегмента.

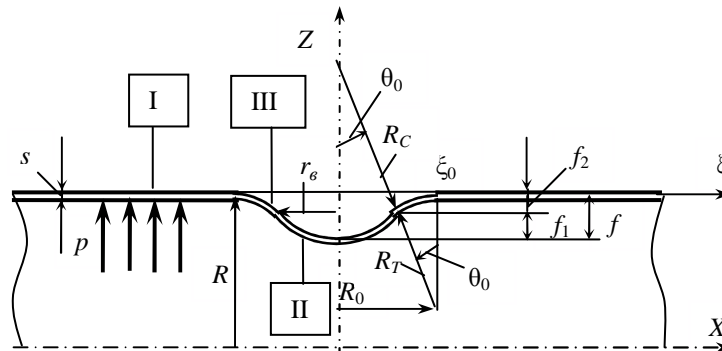


Рисунок 2 – Расчетная схема фрагмента цилиндрической оболочки с вмятиной

Зная радиус оболочки R и параметры вмятины f , r_0 , R_0 , нетрудно определить остальные геометрические параметры оболочек вращения по формулам:

$$f_2 = R \left(1 - \sqrt{1 - \frac{r_0^2}{R^2}} \right); \quad f_1 = f - f_2; \quad r_e = R_0 \frac{f_1}{f}; \quad \theta_0 = 2 \arcsin \left(\frac{f}{R_0} \right); \quad R_C = \frac{f_1}{1 - \cos \theta_0}; \quad R_T = \frac{f_2}{1 - \cos \theta_0}. \quad (4)$$

Срединную поверхность любой из этих трех оболочек определяли два главных радиуса ее кривизны: меридиана R_1 и параллели R_2 . В качестве главных криволинейных координат точки на этой поверхности принимали угол θ , который образует нормаль n к поверхности с осью оболочки, и угол φ , который определяет положение точки на окружности параллельного круга с радиусом $R_3 = R_2 \sin \theta$, соответствующим углу θ . Элементы дуг главных линий кривизны $ds_1 = R_1 d\theta$ и $ds_2 = R_2 d\varphi$. Относительная координата по образующей цилиндрической оболочки $\xi = s_1 / R_2$. Учитывая осесимметричный характер нагрузки, дифференциальное уравнение оболочек вращения использовалось в комплексной форме [7]

$$\frac{d^2 \tilde{T}}{d\theta^2} + \left[\left(\frac{2R_1}{R_2} - 1 \right) \frac{1}{\operatorname{tg} \theta} - \frac{1}{R_1} \frac{dR_1}{d\theta} \right] \cdot \frac{d\tilde{T}}{d\theta} + \frac{i}{c} \frac{R_1^2}{R_2} \cdot \tilde{T} = \frac{i}{c} \frac{R_1^2}{R_2} \cdot F(\theta), \quad (5)$$

где $\tilde{T} = \tilde{T}_1 + \tilde{T}_2$ — комплексная функция Новожилова;

$$\tilde{T}_1 = T_1 - \frac{i}{c} \cdot \frac{M_2 - \mu M_1}{1 - \mu^2}; \quad \tilde{T}_2 = T_2 - \frac{i}{c} \cdot \frac{M_1 - \mu M_2}{1 - \mu^2}; \quad c = s / \sqrt{12(1 - \mu^2)} \quad \text{— параметр толщины;}$$

$$F(\theta) = -p_n R_2 - \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \frac{1}{\sin^2 \theta} \cdot \left(C_F - \int_{\theta_0}^{\theta} (p_n \cos \theta + p_1 \sin \theta) R_1 R_2 \sin \theta d\theta \right);$$

p_1, p_n — меридиональная и нормальная составляющие нагрузки; C_F — постоянная.

Нормальные усилия T_1, T_2 и изгибающие моменты M_1, M_2 определялись из выражений

$$T_1 = \operatorname{Re} \tilde{T}_1; \quad T_2 = \operatorname{Re} \tilde{T}_2; \quad M_1 = -c \operatorname{Im}(\tilde{T}_2 - \mu \tilde{T}_1); \quad M_2 = -c \operatorname{Im}(\tilde{T}_1 - \mu \tilde{T}_2),$$

а угол поворота нормали ϑ к срединной поверхности и поперечное усилие Q_1 в плоскости XZ :

$$\vartheta = \operatorname{Re} \tilde{\vartheta}; \quad Q_1 = \frac{Eh}{R_2} \cdot c \operatorname{Im}(\tilde{\vartheta}),$$

где $\tilde{\vartheta} = -\frac{1}{Eh} \frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{d\tilde{T}}{d\theta}$ — комплексная функция Мейсснера.

Радиальное перемещение Δ_R точек срединной поверхности, а также соответствующее усилие H_R в плоскости параллельного круга и поперечное усилие Q_1 связаны соотношениями:

$$\Delta_R = \frac{R_3}{E s} (T_2 - \mu T_1); \quad H_R = T_1 \cos \theta + Q_1 \sin \theta; \quad T_1 \sin \theta = Q_1 \cos \theta. \quad (6)$$

Общее решение линейного дифференциального уравнения (6) складывается из общего решения $\tilde{T}^{(a)}$ соответствующего однородного уравнения, которое можно определить асимптотическим методом, и любого частного решения $T^{(*)}$ неоднородного уравнения, определяемого безмоментной теорией,

$$\tilde{T} = \tilde{T}^{(a)} + T^{(*)}.$$

При этом справедливы формулы

$$\tilde{T} = \tilde{T}_1 + \tilde{T}_2 = \tilde{T}^{(a)} + T_1^{(*)} + T_2^{(*)}; \quad \tilde{T}_1 = T_1^{(*)} = T_1; \quad \tilde{T}_2 = T_2^{(*)} + \tilde{T}^{(a)}; \quad M_2 = \mu \cdot M_1.$$

Условия плавного сопряжения двух каких-либо оболочек вращения 1 и 2 сводились к требованию, чтобы на их общем краю при угле $\theta = \theta_K$ были одинаковыми четыре параметра:

$$\Delta_{(1)R} = \Delta_{(2)R}; \quad \vartheta_{(1)} = \vartheta_{(2)}; \quad H_{(1)R} = H_{(2)R}; \quad M_{(1)1} = M_{(2)1}. \quad (7)$$

С учетом зависимостей (6) для Δ_R и H_R , а также выражений

$$\frac{d\tilde{T}}{d\theta} = -\frac{Eh}{R_2} \tilde{\vartheta} = -\frac{Eh}{R_2} \tilde{\vartheta} - \frac{i}{c} \cdot Q_1; \quad \tilde{T} = T_1 + T_2 - \frac{i}{c} \cdot \frac{M_1 + M_2}{1 + \mu} = (T_2 - \mu T_1) + (1 + \mu) T_1 - \frac{i}{c} \cdot M_1,$$

краевые условия (7) были эквивалентны следующим условиям в комплексной форме:

$$\tilde{T}_{(1)} \Big|_{\theta=\theta_K} = \tilde{T}_{(2)} \Big|_{\theta=\theta_K}; \quad \frac{d\tilde{T}_{(1)}}{ds_1} \Big|_{\theta=\theta_K} = \frac{d\tilde{T}_{(2)}}{ds_1} \Big|_{\theta=\theta_K}. \quad (8)$$

Были представлены [6] решения уравнений (5) с точностью до произвольных комплексных постоянных при внутреннем давлении p ($p_1 = 0$; $p_n = \mp p$) для каждой из трех оболочек, а затем составлены краевые условия сопряжения (8) торовой оболочки с цилиндрической при $\theta = 0$ и со сферической при $\theta = -\theta_0$, из которых получили эти постоянные.

Зная значения внутренних силовых факторов (ВСФ) для всех трех оболочек, образующих вмятину, можно вычислить для них следующие нормальные меридиональные $\sigma_1 = T_1 / s \pm 6M_1 / s^2$ и окружные $\sigma_2 = T_2 / s \pm 6M_2 / s^2$, а также эквивалентные по теории Мизеса $\sigma_{\mathcal{O}} = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1 \sigma_2}$ напряжения.

Следует отметить, что ширина краевого эффекта для цилиндрической оболочки, т.е. расстояние по ее образующей между двумя нулевыми значениями любого внутреннего силового фактора (ВСФ), равна $b_{KЭ} = 2,444 \sqrt{R s}$ ($\mu = 0,3$) [7].

В данной работе был выполнен расчет стальной цилиндрической обечайки автоклава АП12-2,6*32 радиуса $R = 1,289$ м и толщиной $s = 0,022$ м под действием внутреннего давления $p = 1,0$ МПа, имеющей вмятину максимальной глубины $f = 0,0562$ м и с размерами в плане: шириной $2r_0 = 0,43378$ м и длиной вдоль образующей $2R_0 = 0,9862$ м. Для стали 15 К принимали $E = 2,0 \cdot 10^5$ МПа и $\mu = 0,3$. С учетом формул (5) были получены параметры составных оболочек: $f_2 = 0,01872$ м, $f_1 = 0,03748$ м, $r_6 = 0,3288$ м, $\theta_0 = -13^\circ$ [$\text{tg}(\theta_0 / 2) = 0,1140$], $R_C = 1,462$ м, $R_T = 0,7304$ м. По предложенной методике прочностного расчета [6] определялись значения нормальных меридиональных σ_1 и окружных σ_2 напряжений, эпюры которых представлены на рисунках 3 и 4.

Видно, что в зоне вмятины эти напряжения распределены очень неравномерно, достигая наибольших положительных значений в диаметральной плоскости цилиндрической оболочки на стыке сегментов торовой и сферической оболочек: $\sigma_{1\max} = 189,5$ МПа и $\sigma_{2\max} = 81,3$ МПа. Максимальное эквивалентное напряжение $\sigma_{\mathcal{O}\max} = 81,3 \cdot 2,02 = 164,6$ МПа.

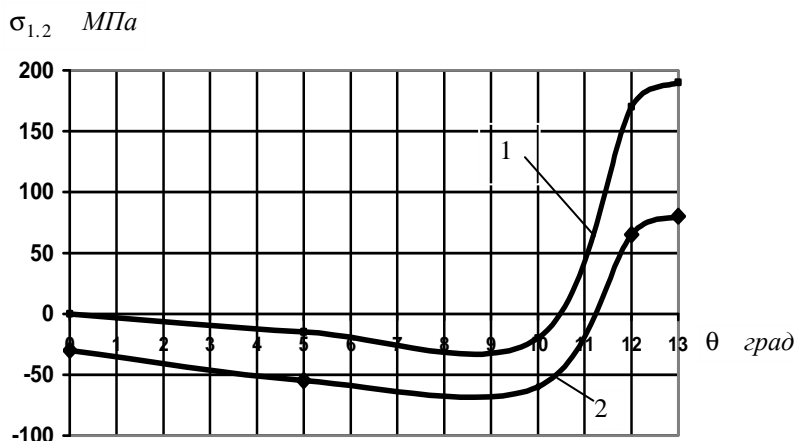


Рисунок 3 – Распределение меридиональных σ_1 (1) и окружных σ_2 (2) напряжений в зоне сферического сегмента вмятины

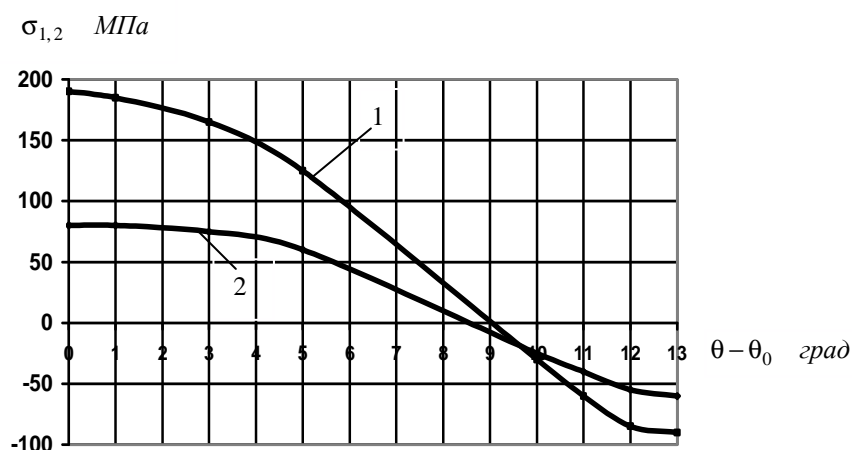


Рисунок 4 — Распределение меридиональных σ_1 (1) и окружных σ_2 (2) напряжений в зоне торового сегмента вмятины

При отсутствии вмятины в условиях безмоментного НДС соответствующие номинальные напряжения $\sigma_{1nom} = 0,5 pR/s = 29,3 \text{ МПа}$ и $\sigma_{2nom} = pR/s = 58,6 \text{ МПа}$. Эквивалентное номинальное напряжение $\sigma_{\Sigma max} = 58,6 \cdot 0,866 = 50,7 \text{ МПа}$. Таким образом, коэффициент концентрации эквивалентных напряжений в зоне вмятины $\alpha_{\Sigma\sigma} = \sigma_{\Sigma max} / \sigma_{\Sigma nom} = 164,6 / 50,7 = 3,24$. Данное значение свидетельствует, насколько опасными с позиции прочности могут являться вмятины на поверхности корпусных цилиндрических оболочек сосудов и аппаратов высокого давления.

Анализ результатов расчетов, проведенных для большого количества аналогичных примеров по предлагаемой методике, показал, что для приближенной оценки коэффициента концентрации эквивалентных напряжений $\alpha_{\Sigma\sigma}$ в зоне круглой вмятины для цилиндрической оболочки можно предложить зависимость вида (2), модифицировав последнюю введением такого параметра, как отношение высот торового f_2 к сферическому f_1 сегментов, которое характеризует реальный достаточно сложный профиль такой вмятины, а именно:

$$\alpha_{\Sigma\sigma} = 1 + A \cdot (\chi \cdot \bar{f})^m, \quad (9)$$

где $\bar{f} = f/s$ и $\chi = f_2/f_1$, а коэффициент A и показатель степени m определяют как и в формулах (3), только приведенный радиус вмятины $\bar{r}_e = r_e / \sqrt{R s}$:

$$A = 1 + 0,666 \cdot \bar{r}_e - 0,111 \cdot \bar{r}_e^2; \quad m = 0,333 + 0,166 \cdot \bar{r}_e. \quad (10)$$

Подставив значение $\bar{r}_g = 1,952$, в выражения (10), имеем: $A = 1,877$, $m = 0,657$. Тогда, согласно зависимости (9), при $\bar{f} = 2,55$ и $\chi = 0,50$, находим коэффициент концентрации эквивалентных напряжений $\alpha_{\sigma} = 3,20$, который достаточно близок к теоретическому значению $\alpha_{\sigma} = 3,24$.

Выводы

Для коэффициента концентрации напряжений в зоне круглой вмятины на поверхности цилиндрической обечайки получена удобная для практических приложений зависимость, учитывающая не только такие параметры круглой вмятины как ее максимальная глубина и радиус, но и два ее габаритных размера в плане. При обнаружении вмятины контрольные измерения этой глубины и этих двух размеров позволяют определить коэффициент концентрации эквивалентных напряжений с целью дальнейшего использования его при оценке циклической прочности корпусов сосудов и аппаратов, работающих под давлением и далее найти по известным рекомендациям [8] число циклов до разрушения.

Перспективы дальнейших исследований. Разработанная в работе методика исследования НДС цилиндрических оболочек в зоне круглой вмятины в дальнейшем может быть применена к другим тонкостенным оболочкам (например, к сферическим), причем не только для круглых, но и для вмятин более сложной топографии.

Библиографический список использованной литературы

1. ОСТ 26-291-94. Сосуды и аппараты стальные. Общие технические условия. — М.: НПО ОБТ, 1994. — 337 с.
2. РД 26-06-87. Методические указания. Сосуды и аппараты стальные. Методы расчетов на прочность с учетом смещения кромок сварных соединений и некруглости обечаек. — М.: НИИХиммаш, 1987. — 28 с.
3. Мухин В.Н. Расчетная и экспериментальная оценка влияния локальных вмятин на прочность корпусов сосудов и аппаратов / В.Н. Мухин, В.И. Эльманович // Химическое и нефтяное машиностроение. — 1991. — № 6. — С. 24–26.
4. Лихман В.В. Концентрация напряжений в резервуарах с локальными несовершенствами / В.В. Лихман, Л.Н. Копысицкая, В.М. Муратов // Химическое и нефтяное машиностроение. — 1992. — № 6. — С. 22–24.
5. Лихман В.В. Определение концентрации напряжений в сварных резервуарах с несовершенствами формы / В.В. Лихман, Л.Н. Копысицкая, В.М. Муратов // Автоматическая сварка. — 1993 — № 12. — С. 8–10.
6. Белоус В.П. Учет локальных отклонений от правильной формы цилиндрических оболочек при оценке их прочности / В.П. Белоус // Праці Одес. політехн. ун-ту. — Одеса, 2011. — Вип. 2 (36). — С. 62–68.
7. Новожилов В.В. Линейная теория тонких оболочек / В.В. Новожилов, К.Ф. Черных, Е.И. Михайловский. — Л.: Политехника, 1991. — 656 с.
8. Лихман В.В. Определение малоциклового прочностного оборудования с учетом технологических отклонений форм / В.В. Лихман, Л.Н. Копысицкая, В.М. Муратов // Химическое и нефтегазовое машиностроение. — 1993. — № 4. — С. 15–17.

Поступила в редакцию 4.06.2013 г.

Білоус В.П. Оцінка концентрації напружень в циліндричних обичайках при наявності вм'ятин

Для коефіцієнта концентрації напружень при наявності вм'ятини на поверхні циліндричної оболонки на базі теорії пружності отримана удосконалена формула, яка враховує її реальну форму. Основна частина поверхні вм'ятини моделювалась сферичним сегментом, а перехідна – двома торовими сегментами.

Ключові слова: циліндрична обичайка, вм'ятини, напруження, концентрація.

Belous V.P. The evaluation of the stress concentration in cylindrical shells at availability of cavities

The exalted formula for the factor of the stress concentration at availability of cavities on the surface of cylindrical shell on the base of elastic theory method is obtained. The basic part of the cavity surface is modulated with the sphere segment, and the transitive one is modulated with two torus segments.

Keywords: cylindrical shell, cavity, stress, concentration.