

УДК 519.3:65.011.56:621.865.8

А.И. Бохонский, А.Н. Круговой*Севастопольский национальный технический университет**ул. Университетская, 33, г. Севастополь, 99053**E-mail: mihail.maystrishin@gmail.com***ПРИМЕРЫ УПРАВЛЯЕМОГО ПЕРЕНОСНОГО ДВИЖЕНИЯ
ОБЪЕКТОВ ТЕХНИКИ**

Решены задачи управляемого поступательного перемещения крановой тележки с грузом и бака, частично заполненного жидкостью. Управления обеспечили устранение колебаний объектов в конце движения (достижение состояния абсолютного покоя).

Ключевые слова: *оптимальное управление, переносное движение, относительное движение.*

Введение

Решение задач оптимального управления колебаниями линейных и нелинейных механических систем дано в работе [1], в которой с использованием принципа максимума найдены релейные управления маятниковыми системами при их разгоне и торможении с учетом ограничений на скорость либо на ускорение. Задачи переносного движения упругих систем в данной работе не рассматривались.

Поиску оптимальных управлений колебаниями упругих систем с использованием теории моментов посвящена работа [2], в которой, однако, переносное движение упругих объектов также не рассматривалось. Следует отметить, что теория оптимального управления колебаниями нашла применение [3] при синтезе активных (управляемых) виброзащитных систем (упругих подвесов с конечным числом степеней свободы). Обоснование оптимальных управлений переносным движением упругих систем дано, например, в [4 – 6].

Цель исследований – использование оптимальных управлений переносным движением объектов для достижения абсолютного покоя в конце движения.

Поиск управлений иллюстрируется на примерах из современной техники, у которых переносное движение объектов вызывает их колебания. “Кососимметричным” управлением на интервале $T \geq t \geq 0$, где T – общее время движения объекта, названа функция $U_e(t)$, подчиненная условиям [4]:

$$\int_0^{T/2} U_e(t) dt = - \int_{T/2}^T U_e(t) dt, \quad |U_e(0)| = |U_e(T)|.$$

Пример 1. Оптимальное переносное движение груза на нерастяжимой нити.

Задача актуальна при перемещении шпилек в случае монтажа главного разъема ядерного реактора ВВЭР-1000. Груз рассматривается как материальная точка на нерастяжимой нити, т.е. система представляет собой математический маятник (рисунок 1), точка подвеса которого перемещается по закону, обеспечивающему абсолютный покой маятника в конечном положении.

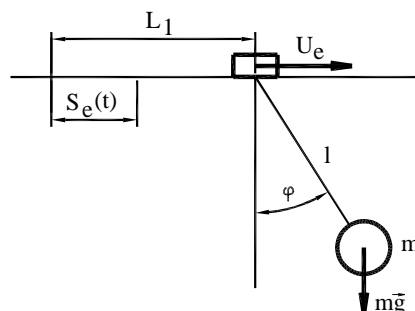


Рисунок 1 – Оптимальное перемещение точки подвеса маятника

Если горизонтальное ускорение переносного движения точки подвеса маятника принять, например, в виде [4 – 6]

$$U_e = a \sin pt, \quad (1)$$

где $a, p = const$, то в результате интегрирования уравнения (1) скорость и перемещение примут вид:

$$V_e = -\frac{a}{p} \cos pt + c_1, \quad S_e = -\frac{a}{p^2} \sin pt + c_1 t + c_2, \quad (2)$$

где c_1 и $c_2 = \text{const}$. При заданных краевых условиях ($t=0$, $S_e(0)=0$ и $t=T$, $S_e(T)-L_1=0$, $V_e=0$) постоянные c_1, c_2 и максимальное переносное ускорение a равны:

$$c_1 = \frac{L_1 p \cos pt}{p \cos pT - \sin pT}; \quad c_2 = 0; \quad a = \frac{L_1 p^2}{pT \cos pT - \sin pT}, \quad (3)$$

где L_1 – общее перемещение точки подвеса; T – время движения (принято $T = 2\pi/p$).

Выражение для перемещения, скорости и ускорения в переносном движении с учетом (3):

$$S_e(t) = -\frac{L_1}{2\pi} \cdot \sin pt + \frac{L_1}{2\pi} pt, \quad V_e = -\frac{L_1 p}{2\pi} \cdot \cos pt + \frac{L_1 p}{2\pi}, \quad U_e = \frac{L_1}{2\pi} \cdot \sin pt. \quad (4)$$

Для данного закона горизонтального переносного движения точки подвеса дифференциальное уравнение малых колебаний маятника (относительное движение) без учета сопротивления записывается так:

$$J \frac{d^2 \varphi}{dt^2} = -mgl \sin \varphi - \frac{mL_1 p^2}{2\pi} \sin pt \cdot L \cos \varphi, \quad (5)$$

где $J = ml^2$. При малых колебаниях ($\sin \varphi \approx \varphi$, $\cos \varphi \approx 1$) следует

$$\frac{d^2 \varphi}{dt^2} + k^2 \varphi = -\frac{L_1 p^2}{2\pi L} \sin pt. \quad (6)$$

Решение уравнения (6) найдено при движении из состояния покоя ($\varphi(0) = 0$, $\dot{\varphi}(0) = 0$):

$$\varphi(t) = \frac{L_1 p^2}{2\pi l(k^2 - p^2)} \cdot \left(\frac{p}{k} \sin kt - \sin pt \right). \quad (7)$$

Численный пример. Исходные данные: $l = 2$ м; $L_1 = 1$ м; $k = \sqrt{g/l} \text{ c}^{-1}$; $p = k/2 \text{ c}^{-1}$; $g = 9,81 \text{ м/с}^2$; $k = 2,215 \text{ c}^{-1}$; период собственных колебаний маятника $T_1 = 2\pi/k = 2,837 \text{ с}$; общее время движения $T = 2\pi/p = 5,674 \text{ с}$. Графики переносного движения $S_e(t)$, $V_e(t)$, $U_e(t)$ изображены на рисунке 2, а графики относительного движения (колебаний маятника) – на рисунке 3.

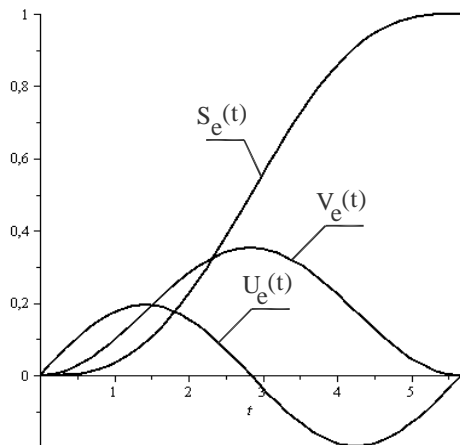


Рисунок 2 – Графики переносного движения $S_e(t)$, $V_e(t)$, $U_e(t)$

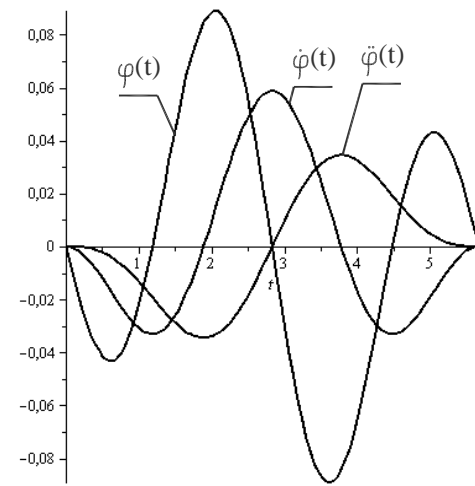


Рисунок 3 – Графики относительного движения

Из графиков следует, что в момент времени $t=T$ наступает абсолютный покой. На практике в этот момент шпилька должна устанавливаться в гнездо разъема реактора.

Пример 2. Оптимальное перемещение бака, частично заполненного жидкостью (без расплескивания)

Для определения закона переносного движения бака находится частота его собственных колебаний (рисунок 4). Колеблющаяся часть жидкости в баке имеет массу m , а общая масса бака с жидкостью имеет соответственно массу M .

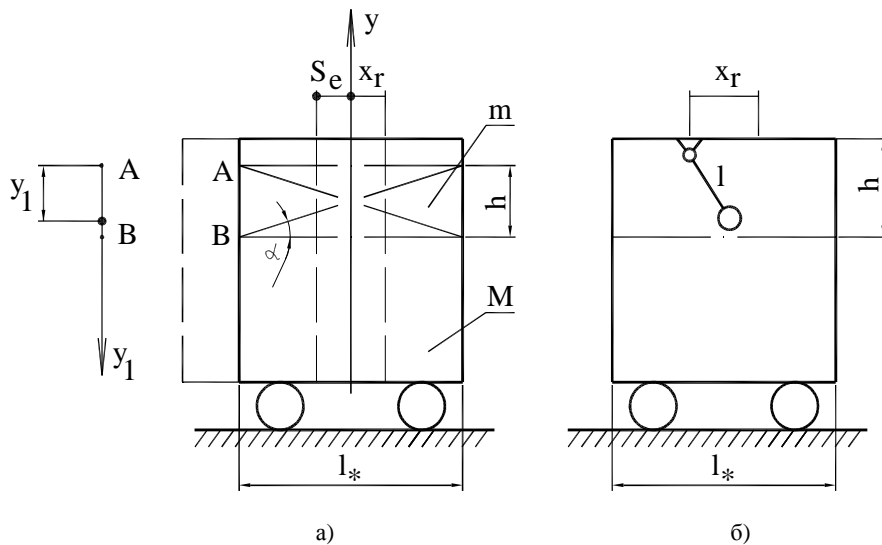


Рисунок 4 – Схема для приближенного определения собственной частоты колебаний бака с частично заполненной жидкостью (в горизонтальном направлении): а) колебания жидкости в баке и бака; б) использование эквивалентного маятника

При замене колеблющейся жидкости эквивалентным маятником с учетом следствия из теоремы о движении центра масс (проекции внешних сил на горизонтальную ось равны нулю) можно записать:

$$M\ddot{S}_e + m\ddot{x}_r = 0, \tag{8}$$

где \ddot{S}_e – ускорение бака в поступательном движении; \ddot{x}_r – ускорение колеблющейся части жидкости. В относительном движении уравнение колебаний жидкости как маятника (отклонение в горизонтальном направлении)

$$\ddot{x}_r + \omega_0^2 x_r = -\ddot{S}_e. \tag{9}$$

Из (8) следует

$$\ddot{x}_r = -\frac{M}{m} \ddot{S}_e. \tag{10}$$

Подставляя (10) в (9), после преобразований, получим уравнение

$$\ddot{S}_e + \frac{\omega_0^2}{1 - \frac{m}{M}} \cdot S_e = 0. \tag{11}$$

Таким образом, частота собственных колебаний бака, частично заполненного жидкостью, равна $\omega_B = \frac{\omega_0}{\sqrt{1 - m/M}}$. Этот результат соответствует [7] задаче № 14.73. Частота колебаний жидкости как эквивалентного маятника $\omega_0 = \sqrt{g/l}$, но длина такого эквивалентного маятника неизвестна. На практике частоту ω_0 можно определить экспериментально.

Дальше период колебаний жидкости найден приближено. Предполагается, что периодом колебаний будет время перемещения частицы жидкости из точки А в точку В и обратно (рисунок 4) в среде с известным линейно-вязким сопротивлением. Дифференциальное уравнение движения частицы жидкости по вертикали

$$\frac{d^2 y_1}{dt^2} + k_1 \frac{dy_1}{dt} = g, \tag{12}$$

где k_1 – коэффициент линейно-вязкого сопротивления. Решение уравнения (12) при начальных условиях $y(0) = 0, \dot{y}(0) = 0$:

$$y_1(t) = \frac{e^{-k_1 t}}{k_1^2} + \frac{g t}{k_1} - \frac{g}{k_1^2}. \tag{13}$$

Время движения частицы при ее опускании на величину h находится из нелинейного алгебраического уравнения, которое получено из (13):

$$\frac{g}{k_1^2}(e^{-k_1 T_1} - 1) + \frac{g T_1}{k_1} - h = 0. \quad (14)$$

Для исходных данных $h = 0,67$ м, $k_1 = 0,01$ с⁻¹, $g = 9,81$ м/с² найдено $T_1 = 0,369$ с. Масса колеблющейся жидкости может быть вычислена по формуле

$$m = \frac{1}{2} l_* \cdot h \cdot d \cdot \rho, \quad (15)$$

где d – ширина бака; ρ – плотность жидкости. Высота h находится из квазистатического положения жидкости согласно зависимости

$$a_{\max} = \frac{h}{l_*} \cdot g, \quad a_{\max} = 2\pi L/T. \quad (16)$$

Теперь, с учетом (16) масса колеблющейся части жидкости равна

$$m = \frac{1}{2} l_*^2 a \cdot \rho \cdot d / g. \quad (17)$$

В расчетах принято: $l_* = 2$ м, $d = 0,5$ м. Период колебаний эквивалентного маятника $T_* = 2T_1 = 0,738$ с, частота колебаний $\omega_0 = 2\pi/T_* = 8,516$ с⁻¹. Частота колебаний бака $\omega_B = 9,033$ с⁻¹. Период колебаний бака $T_B = 2\pi/\omega_B = 0,696$ с. Итак, найдено время переносного оптимального движения бака с частично заполненной жидкостью $T = 2T_* = 1,476$ с. Графики поведения бака будут аналогичны графикам колебаний математического маятника, проведенных в примере 1, и поэтому здесь они не приводятся.

Вывод. На примерах из техники показано, что использование управления переносным движением [5] обеспечивает перемещение груза на нерастяжимой нити за конечное время в состояние абсолютного покоя, а также перемещение бака с агрессивным раствором либо расплавленным металлом без расплескивания в конечное состояние покоя.

Разработанный алгоритм оптимального управления предполагается распространить на системы с конечным числом степеней свободы.

Библиографический список использованной литературы

1. Черноусько Ф.П. Управление колебаниями / Ф.П. Черноусько, Л.Д. Акуленко, Б.Н. Соколов. — М.: Наука, Главн. ред. Физико-математической литературы, 1980. — 384 с.
2. Карновский И.А. Методы оптимального управления колебаниями деформируемых систем / И.А. Карновский, Ю.М. Почтман. — Киев–Донецк: Главное изд-во «Вища школа», 1982. — 116 с.
3. Коловский М.З. Автоматическое управление виброзащитными системами / М.З. Козловский. — М.: Наука, 1976. — 320 с.
4. Бохонский А.И. Вариационное и реверсивное исчисления в механике / А.И. Бохонский, Н.И. Варминская. — Севастополь: СевНТУ, 2012. — 212 с.
5. Бохонский А.И. Актуальные задачи вариационного исчисления. Монография / А.И. Бохонский. — Palmarium Academic Publishing. Deutschland / Германия, 2013. — 77 р.
6. Бохонский А.И. Элементы реверсионного исчисления / А.И. Бохонский // Машиностроение и техносфера XXI века: сб. тр. XX междунар. науч.-техн. конф., Севастополь. В 3-х томах. — Донецк: ДонНТУ, 2013. — Т. 1. — С. 94–96.
7. Сборник задач по теоретической механике / К.С. Колесников [и др.] / Под ред. К.С. Колесникова. — М.: Наука, 1989. — 448 с.

Поступила в редакцию 06.11.2013 г.

Bohonsky O.I., Krugovoi O.M. Приклади управління переносним рухом об'єктів техніки

Вирішені задачі управління переміщенням кранової коляски с грузом і бака, частково заповненого рідиною. Управління забезпечили відсутність коливань об'єктів техніки в кінці руху.

Ключові слова: оптимальне управління, переносний рух, відносний рух.

Bohonsky A.I., Krugovoi A.N. Examples of portable traffic control facilities engineering

The problems of optimal control of the movement of the crane trolley with the load and the tank, partially filled with liquid. Applied optimal control laws of motion provided the elimination of vibration technology facilities at the end of the movement.

Keywords: optimal control, portable motion, relative motion.