

УДК 621.833

В.П. Прохоров, профессор, канд. техн. наук

В.А. Щипаков, ст. научный сотр.

Научно-образовательный Центр инновационных технологий им. академика А.М. Прохорова,

Александровский филиал Российского нового университета

ул. Советская 25 а, г. Александров, Россия, 601652

E-mail: afrosnou2009@yandex.ru

АНАЛИЗ ЭВОЛЮЦИИ ЭВОЛЬВЕНТНОГО ЗАЦЕПЛЕНИЯ ПРИ ИЗНОСЕ

Предложен алгоритм анализа эволюции плоского зацепления при износе механизма от истирания. Работа алгоритма показана на примере эволюции эвольвентного зацепления. Полученные результаты могут быть использованы для оценки и прогнозирования надежности и долговечности зубчатых передач.

Ключевые слова: абразивный износ механизмов, оптимизация плоских зацеплений, эвольвентное зацепление.

Работа посвящена практическому применению изложенного в [1] алгоритма моделирования плоского зацепления при износе профилей зубьев от истирания. Все обозначения соответствуют принятым в предыдущей работе. Указанный алгоритм базируется на [2-6].

Рассмотрим эволюцию профиля зуба эвольвентного зацепления в результате износа от истирания при следующих исходных данных: межосевое расстояние $a = 150$ мм, передаточное отношение $i_{12} = -2$, начальный угол зацепления $\alpha_0 = 340^\circ$. Полярные координаты исходной линии зацепления имеют вид

$$r(t) = r_0 - a_j^0 \omega_j^0 \cos \alpha_0 t = r_0 - a_j^0 \cos \alpha_0 u_j, \quad \alpha(t) = \alpha_0 = const,$$

a_j^0, ω_j^0 – начальные значения радиусов центроид колес и угловых скоростей, $u_j = \omega_j^0 t$ – параметры функций профилей. Сами функции исходных профилей принимают вид:

$$x_j(u_j) = a_j^0 \cos u_j - r(u_j) \sin(u_j - \alpha_0) + a_j^*,$$

$$y_j(u_j) = -a_j^0 \sin u_j - r(u_j) \cos(u_j - \alpha_0),$$

где $a_j^* = a_1^0 - a_j^0$. Очевидно, что $a_1^* = 0$, $a_2^* = a$.

Рассмотрим механизм изменения основных параметров зацепления за 1 цикл износа.

В работе [1] разработан алгоритм моделирования плоского зацепления при износе для следующих мультипликативных критериев износа

$$\Delta_{1j} = C_1 \sqrt{IT}, \quad (1)$$

$$\Delta_{2j} = C_2 \sigma \lambda_2, \quad (2)$$

где C_1, C_2 – константы, T – время за которое был изношен слой толщиной Δ_{1j} ; σ – контактные напряжения; λ_j – удельные скольжения; $I = \omega_2(\omega_1 - \omega_2) \operatorname{tg} \alpha \frac{(v_1 - v_2)^2}{v_1 v_2}$; v_j – относительная скорость точки контакта; ω_j – угловая скорость j -го колеса; α – угол зацепления.

На рисунке 1 и в таблицах 1 приведены законы изменения передаточного отношения одной сопряженной пары зубьев соответственно для критериев (1), (2) за первый цикл износа профиля зуба 2-го колеса. Аналогичные законы получены для угловой скорости $\omega_2(\varphi_1)$ и радиуса центроиды $a_2(\varphi_1)$ (рисунки 2, 3 и таблицы 1а, 1б). Скачкообразное изменение указанных функций в полюсе исходного зацепления обусловлено принятыми формулами износа и возникновением соответствующей им особой точки (точки излома P_2, P_2' с двумя нормальными \vec{n}_2 и \vec{n}_2') на изношенном профиле (см. рисунок 1 в [1]).

Из рисунков 1-3 следует, что в результате износа профиля зуба 2-го колеса в контакт вступают новые точки сопряженных профилей с измененным полем нормалей. При этом 1-е колесо в начальный момент времени «мгновенно» поворачивается на угол $\Delta\varphi_1$ в направлении вращения до соприкосновения профиля его зуба с «мгновенно изношенным» профилем зуба 2-го колеса. В этот момент обе нормали сопряженных профилей в новых контактных точках совмещаются и пересекают межосевую линию в новой точке P_1 в отличие от положения полюса P_0 в начальном «безизносном» зацеплении (рисунки 3,

5). Процесс зацепления допюльных участков сопряженных профилей сопровождается слабым дрейфом полюса из P_1 к P_2 , близкой к P_0 .

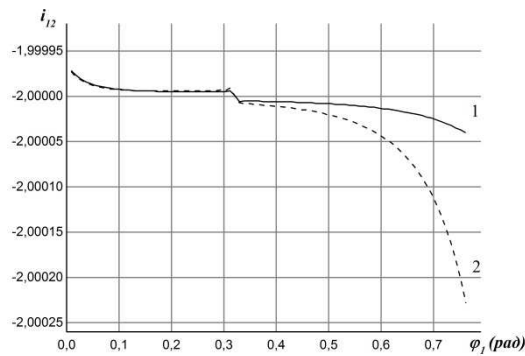


Рисунок 1 – Изменение передаточного отношения $i_{12}(\varphi_1)$ в процессе износа профиля зуба 2-го колеса за первый цикл

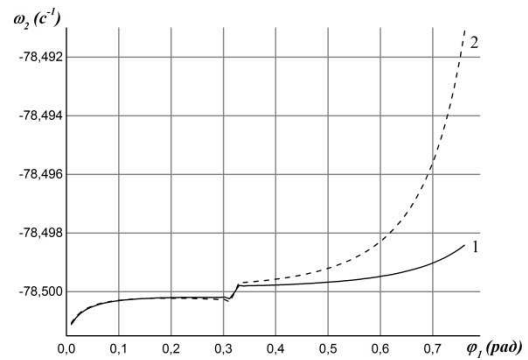


Рисунок 2 – Изменение угловой скорости 2-го колеса $\omega_2(\varphi_1)$ в процессе износа профиля зуба 2-го колеса за первый цикл

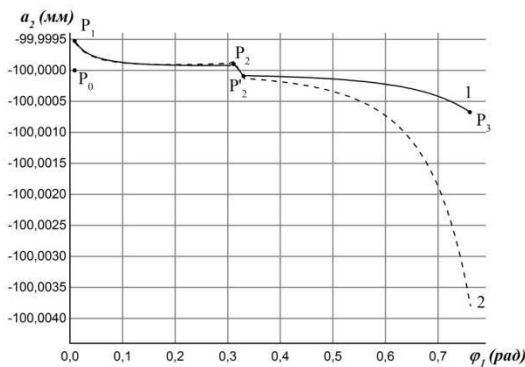


Рисунок 3 – Изменение радиуса центриды 2-го колеса $a_2(\varphi_1)$ в процессе износа профиля зуба 2-го колеса за первый цикл

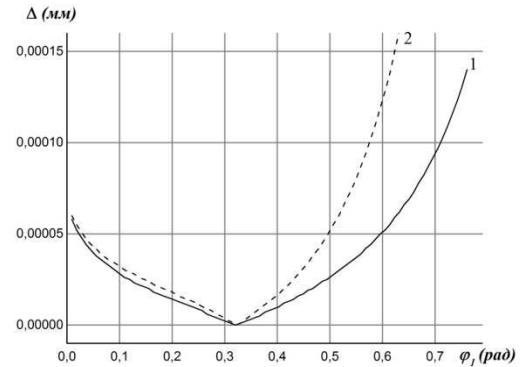


Рисунок 4 – Величина износа $\Delta(\varphi_1)$ в процессе износа профиля зуба 2-го колеса за первый цикл

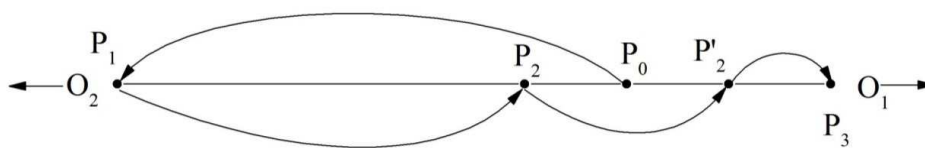


Рисунок 5 – Дрейф полюса в зацеплении изношенного профиля

Из-за наличия двух нормалей \vec{n}_2 и \vec{n}'_2 в особой точке (рисунок 1 в [1]) полюс P_2 скачкообразно перемещается в положение P'_2 , причем расстояние $P_2P'_2$ очень мало. В околополюсной зоне возникают два разнонаправленных неколлинеарных вектора скорости скольжения с нулевыми значениями в полюсе и соответствующие им разнонаправленные неколлинеарные касательные напряжения от сил трения, растягивающие тело зуба в полюсной зоне. Контакт допюльных участков сопровождается дрейфом полюса из P'_2 в P_3 . На протяжении всех последующих циклов расположение точек изменяется, что приводит также к износу и в околополюсной зоне.

Описанное изменение носит характер тенденции, в реальном механизме в силу непрерывности передачи движения, упругих и пластических деформаций, многопарности зацепления, недостаточной адекватности принятых критериев износа, постоянного дрейфа полюса и других факторов, материал в узловых точках на изношенном профиле сглаживается, и их влияние на характеристики оказывается незначительным. Поэтому в дальнейшем для анализа мы используем средние значения характеристик за каждый цикл износа.

Таблиця 1а – Значения характеристик зацепления после первого цикла износа профиля зуба 2-ого колеса по критерию $\Delta \sim \sigma v_{12}$

Угол поворота первого колеса, рад.	Передаточное отношение	Угловая скорость второго колеса, c^{-1}	Радиус центроиды второго колеса, мм
0,00912	-1,999972	-78,50112	-99,99953
0,04581	-1,999986	-78,50054	-99,99977
0,08246	-1,999991	-78,50035	-99,99985
0,11912	-1,999993	-78,50027	-99,99989
0,15577	-1,999994	-78,50023	-99,99990
0,19242	-1,999995	-78,50020	-99,99991
0,22907	-1,999995	-78,50019	-99,99992
0,26572	-1,999995	-78,50019	-99,99992
0,30237	-1,999995	-78,50018	-99,99992
0,33904	-2,000005	-78,49980	-100,00008
0,37569	-2,000006	-78,49978	-100,00009
0,41234	-2,000006	-78,49976	-100,00010
0,44900	-2,000007	-78,49973	-100,00011
0,48565	-2,000008	-78,49969	-100,00013
0,52231	-2,000009	-78,49964	-100,00015
0,54980	-2,000010	-78,49960	-100,00017
0,58646	-2,000012	-78,49951	-100,00021
0,62313	-2,000015	-78,49941	-100,00025
0,65980	-2,000019	-78,49926	-100,00032
0,69648	-2,000024	-78,49905	-100,00041
0,73319	-2,000032	-78,49874	-100,00054
0,76074	-2,000040	-78,49841	-100,00068

Таблиця 1б – Значения характеристик зацепления после первого цикла износа профиля зуба 2-ого колеса по критерию $\Delta \sim \sigma \lambda$

Угол поворота первого колеса, рад.	Передаточное отношение	Угловая скорость второго колеса, c^{-1}	Радиус центроиды второго колеса, мм
0,00912	-1,999973	-78,50107	-99,99955
0,04581	-1,999987	-78,50051	-99,99979
0,08246	-1,999992	-78,50033	-99,99986
0,11912	-1,999993	-78,50026	-99,99989
0,15577	-1,999994	-78,50023	-99,99990
0,19242	-1,999994	-78,50022	-99,99991
0,22907	-1,999994	-78,50022	-99,99991
0,26572	-1,999994	-78,50024	-99,99990
0,30237	-1,999994	-78,50026	-99,99989
0,33904	-2,000008	-78,49969	-100,00013
0,37569	-2,000010	-78,49963	-100,00016
0,41235	-2,000012	-78,49954	-100,00020
0,44901	-2,000015	-78,49943	-100,00024
0,48567	-2,000018	-78,49928	-100,00031
0,52234	-2,000024	-78,49907	-100,00040
0,54984	-2,000029	-78,49885	-100,00049
0,58653	-2,000039	-78,49847	-100,00065
0,62324	-2,000053	-78,49791	-100,00089
0,65999	-2,000075	-78,49706	-100,00125
0,69681	-2,000108	-78,49574	-100,00181
0,73378	-2,000163	-78,49360	-100,00272
0,76170	-2,000228	-78,49106	-100,00380

По мере износа среднее положение полюса смещается вдоль межосевой линии в направлении от O_1 к O_2 (см. графики на рисунке 6) и данные в таблицах 2а и 2б.

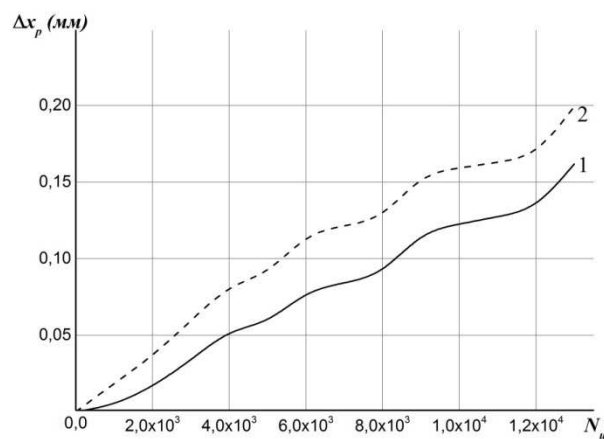


Рисунок 6 – Среднее по профилю смещение полюса

Таблиця 2а – Усредненные значения характеристик по профилю для критерия Δ_1

Количество циклов	Смещение полюса, мм	Передаточное отношение	Угловая скорость второго колеса, c^{-1}
0	0	-2	-78,500
1 000	0,0043	-1,9995	-78,510
2 000	0,0163	-1,9989	-78,537
3 000	0,0337	-1,9981	-78,577
4 000	0,0537	-1,9967	-78,624
5 000	0,0576	-1,9967	-78,632
6 000	0,0790	-1,9953	-78,682
7 000	0,0840	-1,9952	-78,693
8 000	0,0896	-1,9951	-78,706
9 000	0,1174	-1,9934	-78,772
10 000	0,1226	-1,9925	-78,784
11 000	0,1274	-1,9924	-78,794
12 000	0,1323	-1,9922	-78,805
13 000	0,1618	-1,9906	-78,876

Таблиця 2б – Усредненные значения характеристик по профилю для критерия Δ_2

Количество циклов	Смещение полюса, мм	Передаточное отношение	Угловая скорость второго колеса, c^{-1}
0	0	-2	-78,500
1 000	0,0185	-1,9990	-78,543
2 000	0,0363	-1,9982	-78,584
3 000	0,0594	-1,9963	-78,637
4 000	0,0830	-1,9955	-78,693
5 000	0,0893	-1,9945	-78,707
6 000	0,1164	-1,9927	-78,771
7 000	0,1215	-1,9927	-78,782
8 000	0,1260	-1,9926	-78,791
9 000	0,1552	-1,9909	-78,861
10 000	0,1591	-1,9908	-78,870
11 000	0,1630	-1,9908	-78,878
12 000	0,1668	-1,9899	-78,896
13 000	0,1994	-1,9882	-78,964

На рисунке 7 и в таблицах 2а и 2б представлены изменения среднего по профилю передаточного отношения для критериев (1) и (2) в зависимости от числа условных циклов нагружения.

На рисунке 8 и в таблицах 2а и 2б представлены изменения среднего по профилю угловой скорости 2-го колеса для критериев (1) и (2) в зависимости от числа условных циклов нагружения.

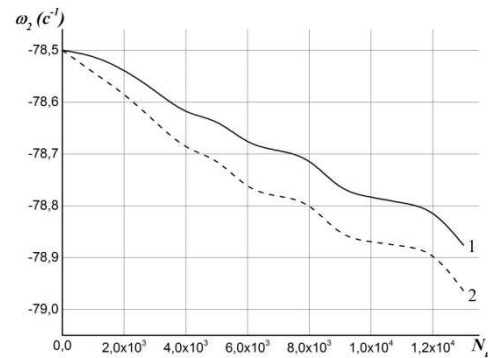
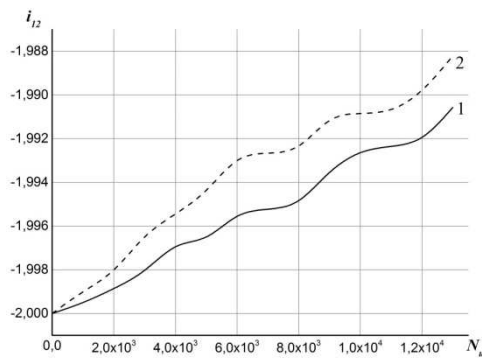


Рисунок 7 – Среднее по профилю передаточное отношение Рисунок 8 – Средняя по профилю угловая скорость 2-ого колеса

На рисунках 9 и 10 представлены линии зацепления исходных (линия 1) и изношенных (линии 2 и 3) профилей по критерию (1) и критерию (2) соответственно. Кривые 2 соответствуют профилям после 10 000, а кривые 3 – после 13 000 условных циклов нагружения. Из рисунков видно, что на краях профиля на участках *AC* и *BD* угол α уменьшается, а в средней части на участке *CD* – увеличивается. При этом наблюдается тенденция изменения линии зацепления такая, что участки *AP* и *PB* близки дугам окружностей.

На рисунке 11 представлены исходный эвольвентный профиль зуба 2-го колеса (кривая 1) и изношенные по критерию (1) профили: кривая 2 – для предельного числа 10 000 условных циклов, кривая 3 – для предельного числа 13 000 условных циклов. На рисунке 12 представлены исходный эвольвентный профиль зуба 2-го колеса (кривая 1) и изношенные по критерию (2) профили: кривая 2 – для предельного числа 10 000 условных циклов, кривая 3 – для предельного числа 13 000 условных циклов.

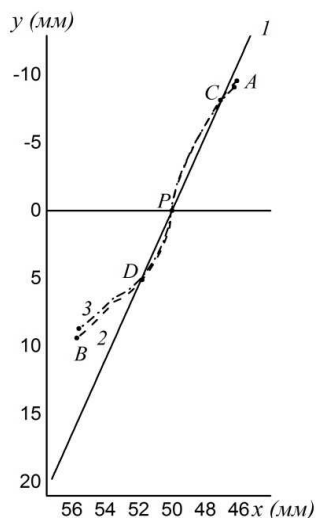


Рисунок 9 – Линия зацепления для изношенного по критерию (1) профиля зуба 2-го колеса

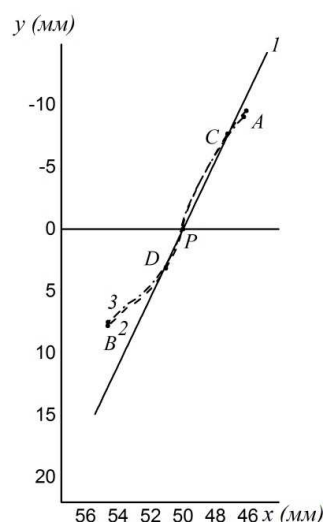


Рисунок 10 – Линия зацепления для изношенного по критерию (2) профиля зуба 2-го колеса

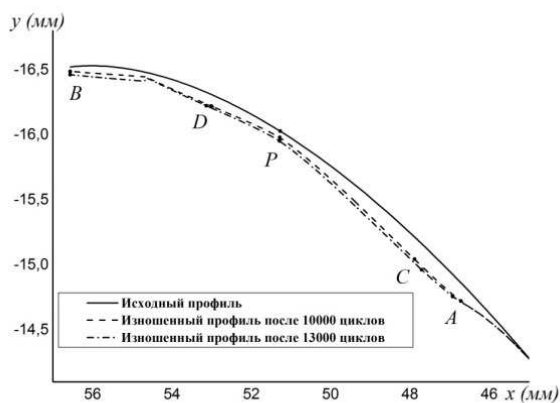


Рисунок 11 – Профиль зуба 2-го колеса, изношенный по критерию (1)

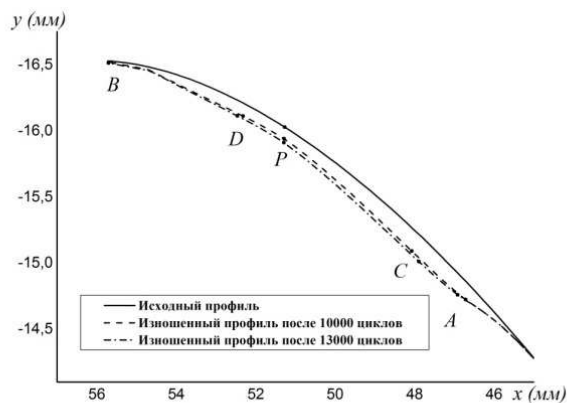


Рисунок 12 – Профиль зуба 2-го колеса, изношенный по критерию (2)

Об устойчивости процесса износа можно судить, рассматривая как изменяется величина износа с увеличением числа циклов нагружения. На рисунке 13 показана зависимость разности величины износа между последовательными циклами от числа циклов нагружения. Как видно, эта разность минимальна уже при $N_{ij} = 4,0 \times 10^3$ циклов нагружения и стремится к нулю для различных формул износа, что позволяет сделать вывод об устойчивости и стационарности рассматриваемого процесса износа.

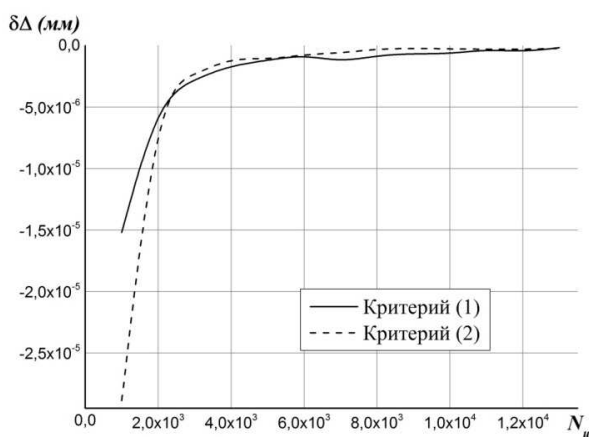


Рисунок 13 – Разница величины износа между последовательными циклами нагружения

Компьютерная программа расчета эволюции зацепления при износе. На основе описанного алгоритма нами разработана компьютерная программа Wear для расчета эволюции плоского зацепления при износе. Профиль зуба 1-го колеса, не подверженного износу, вычисляется аналитически по формулам эвольвентного зацепления. Профиль зуба 2-го колеса вычисляется численно на фиксированной сетке узловых точек. Начальная форма соответствует эвольвентному зацеплению. Износ в каждой узловой точке вычисляется по формуле (1) или (2). Координаты контактной точки находятся из решения системы нелинейных уравнений, полученной в [1], с помощью адаптированной подпрограммы ZFALSE из пакета IMSL [7] для нахождения корня на заданном интервале.

В качестве входных данных для программы задаются: параметры модели – угловая скорость 1-го колеса ω_1 , межосевое расстояние $a = |O_1O_2|$, начальное передаточное отношение i_{12} ; параметры эвольвентного зацепления r_0 , α_0 ; параметры сетки узловых точек; постоянные коэффициенты в формулах износа.

Дальнейшие исследования связаны с численными экспериментами с использованием разработанной компьютерной программы.

Библиографический список использованной литературы

1. Прохоров В.П. Алгоритм эволюционного моделирования плоского зацепления при износе профилей зубьев от истирания / В.П. Прохоров // Вестник СевНТУ. Сер.: Механика, энергетика, экология: сб. науч. тр. — Севастополь, СевНТУ, 2014. — Вып. 148. — С. 40–45.
2. Будыка Ю.Н. Система зацепления наименьшего износа для открытых цилиндрических зубчатых передач с прямым зубом / Ю.Н. Будыка // Теория передач в машинах: тр. 2-ого совещания по основным проблемам теории механизмов и машин. — М., 1960. — 124 с.
3. Ленский М.Ф. Синтез зубчатых и кулачковых механизмов по качественным показателям: дис.... канд. техн. наук / М.Ф. Ленский. — Л.: ЛПИ, 1968. — 121 с.
4. Шульц В.В. Форма естественного износа деталей машин и инструмента / В.В. Шульц. — Л.: Машиностроение, 1990. — 212 с.
5. Галахов М.А. Дифференциальные и интегральные уравнения математической теории трения / М.А. Галахов, П.П. Усов. — М.: Наука, 1990. — 234 с.
6. Гленсдорф П. Термодинамическая теория структуры, устойчивости и флуктуаций / П. Гленсдорф, И. Пригожин. — М.: Мир, 1973. — 280 с.
7. Бартедьев О.В. Фортран для профессионалов / О.В. Бартедьев // Математическая библиотека IMSL. — М.: Диалог МИФИ, 2001. — Вып. 1–3.

Поступила в редакцию 14.03.2014 г.

Прохоров В.П., Щипаков В.А. Аналіз еволюції евольвентного зацеплення при зношуванні

Запропонований алгоритм аналізу еволюції плоского зацеплення при зношуванні механізму від стирання. Робота алгоритму показана на прикладі еволюції евольвентного зацеплення. Отримані результати можуть бути використані для оцінки й прогнозування надійності й довговічності зубчастих передач.

Ключові слова: абразивне зношування механізмів, оптимізація плоских зацеплень, евольвентное зацеплення.

Prokhorov V.P., Schipakov V.A. Evolutional modeling of plain engagements at abrasive wear of teeth profiles

The algorithm of the analysis of plain engagements at the abrasive wear of teeth profiles is proposed. Work of the algorithm is illustrated on involute gear wearing evolution. The results can be used for estimate and forecasting of reliability and durability of the tooth gears.

Keywords: abrasive wearing, optimization of plain engagements, involute gear.