

УДК 539.3

**М.В. Чернобрышко, ст. науч. сотр., канд. техн. наук,**

**К.В. Аврамов, профессор, д-р техн. наук,**

**В.Н. Романенко, ведущ. инж.-исследователь**

*Институт проблем машиностроения им. А.Н. Подгорного НАН Украины,*

*ул. Дм. Пожарского 2/10, г. Харьков, Украина, 61046,*

*E-mail: chernobryvko@ipmach.kharkov.ua*

**Т.Я. Батутина, В.А. Пирог**

*Государственное предприятие «Конструкторское бюро «Южное»,*

*г. Днепропетровск, Украина,*

*E-mail: info@yuzhnoye.com*

## **ВЫНУЖДЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ ОБТЕКАТЕЛЕЙ РАКЕТ-НОСИТЕЛЕЙ ПРИ АЭРОДИНАМИЧЕСКИХ НАГРУЗКАХ**

*Разработана математическая модель аэроупругих колебаний обтекателей ракет-носителей в сверхзвуковом газовом потоке. Проведен анализ кинематических параметров движения ракеты-носителя. Определено аэродинамическое давление от потока газа на упругую поверхность. Представлены результаты численных экспериментов.*

***Ключевые слова:** обтекатель ракеты-носителя, параболическая оболочка, вынужденные колебания, сверхзвуковой газовый поток.*

### **ВВЕДЕНИЕ**

Спрос на ракетно-космическую технику в последние годы расширился. Изменились условия эксплуатации ракет-носителей, что привело к изменению геометрических характеристик и динамических свойств их элементов [1]. Обтекатели некоторых современных ракет-носителей совершают значительные аэроупругие колебания в полете, что может привести к их разрушению [2, 3]. Необходимость исследований динамической прочности обтекателей возникает на этапе проектирования. В работе строится математическая модель аэроупругих колебаний обтекателей в сверхзвуковом газовом потоке. В первые секунды полета динамическое состояние ракеты влияют нагрузки, возникающие от двигательной установки и ударно-акустической волны, генерируемой при запуске. Однако уже к тридцатой секунде полета причиной интенсивных колебаний обтекателя ракеты-носителя являются аэродинамические нагрузки от набегающего газового потока, которые могут привести к разрушению элементов конструкции и полезного груза. Анализ колебаний оболочки под действием газодинамического потока позволяет отстроить конструкцию от флаттера и уменьшить динамические нагрузки на полезный груз.

### **1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ**

Конструкция обтекателя представляет собой тонкую оболочку, которая защищает при выведении на орбиту полезный груз. Для широкого класса ракет-носителей обтекатель можно моделировать параболической оболочкой вращения [4]. Деформационное состояние срединной поверхности параболоида опишем проекциями перемещений на направления касательных к координатным линиям  $u(\theta, \varphi, t)$ ,  $v(\theta, \varphi, t)$ ,  $w(\theta, \varphi, t)$  (рисунок 1), где углы  $\theta$ ,  $\varphi$  описывают положение точек на срединной поверхности. Радиусы кривизны координатных линий  $\theta, \varphi$  удовлетворяют соотношениям:

$$R_{\theta} = \frac{R_0}{\cos^3 \theta}, \quad R_{\varphi} = \frac{R_0}{\cos \theta};$$

где  $R_0$  – радиус кривизны вершины параболоида.

Верхняя точка оболочки  $\theta=0$  является особой, поэтому около этой точки вырежем отверстие диаметром меньше, чем толщина оболочки. Это отверстие слабо влияет на динамику конструкции [5]. Принимаем, что наверху, в месте маленького выреза  $\theta=\theta_1$ , оболочка свободна. На стороне  $\theta=\theta_2$  оболочка закреплена.

Аэродинамическое давление, действующее со стороны потока газа на упругую поверхность, описывается квазистатической аэродинамической теорией [6]. Отметим, что физические характеристики потока газа меняются в зависимости от высоты подъема ракеты над уровнем моря. Для расчета характеристик потока газа проводилось моделирование полета ракеты-носителя. Вариация начальных условий в математической модели кинематики движения ракеты-носителя приводит к различным траекториям движения. Были выбраны две характерные траектории.

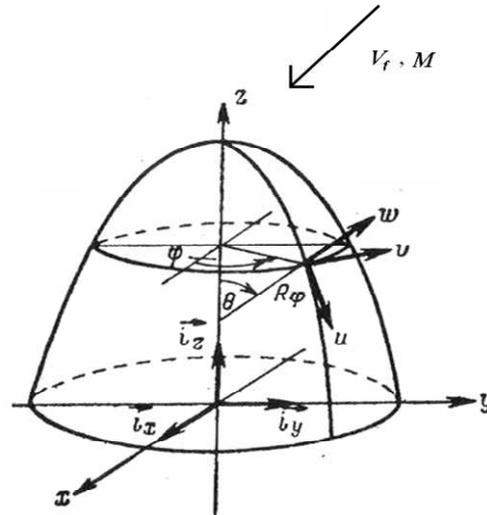


Рисунок 1 – Геометрия модели

## 2. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Для построения уравнения движения параболической оболочки вращения в потоке газа в обобщенных координатах использован принцип Гамильтона [7]:

$$\int_{t_1}^{t_2} \delta(T - \Pi) dt - \int_{t_1}^{t_2} \delta A dt = 0, \quad (1)$$

где  $T$  – кинетическая энергия;  $\Pi$  – потенциальная энергия упругой деформации;  $\delta A$  – работа аэродинамических сил на виртуальных перемещениях конструкции.

Кинетическая энергия параболической оболочки толщины  $h$  с плотностью  $\rho$  имеет вид:

$$T = \frac{\rho h R_0^2}{2} \int_0^{2\pi} \int_{\theta_1}^{2\pi - \theta_1} \left[ \left( \frac{\partial u}{\partial t} \right)^2 + \left( \frac{\partial v}{\partial t} \right)^2 + \left( \frac{\partial w}{\partial t} \right)^2 \right] \frac{\sin \theta}{\cos^4 \theta} d\theta d\varphi dz.$$

Компоненты вектора перемещений оболочки:

$$\begin{aligned} u(\theta, \varphi, t) &= \sum_{n=1}^N q_n^{(u)}(t) U_n(\theta, \varphi); \\ v(\theta, \varphi, t) &= \sum_{n=1+N}^{2N} q_n^{(v)}(t) V_n(\theta, \varphi); \\ w(\theta, \varphi, t) &= \sum_{n=1+2N}^{3N} q_n^{(w)}(t) W_n(\theta, \varphi), \end{aligned} \quad (2)$$

где  $q_n^{(u)}(t)$ ,  $q_n^{(v)}(t)$ ,  $q_n^{(w)}(t)$  – обобщенные координаты;  $U_n(\theta, \varphi)$ ,  $V_n(\theta, \varphi)$ ,  $W_n(\theta, \varphi)$  – собственные формы свободных линейных колебаний, полученные при решении линейной задачи [4].

Собственные формы колебаний, представляются в виде разложений:

$$\begin{aligned} U(\theta, \varphi) &= \sum_{i=1}^{N_1} \sum_{j=1}^{N_2} A_{ij} \psi_i^{(u)}(\theta) \cos j\varphi; \\ V(\theta, \varphi) &= \sum_{i=1}^{N_1} \sum_{j=1}^{N_2} B_{ij} \psi_i^{(v)}(\theta) \sin j\varphi; \\ W(\theta, \varphi) &= \sum_{i=1}^{N_1} \sum_{j=1}^{N_2} C_{ij} \psi_i^{(w)}(\theta) \cos j\varphi, \end{aligned}$$

где  $A_{ij}$ ,  $B_{ij}$ ,  $C_{ij}$  – известные коэффициенты;  $\psi_i^{(u)}(\theta)$ ,  $\psi_i^{(v)}(\theta)$ ,  $\psi_i^{(w)}(\theta)$  – функции формы по меридиану;

$$\psi_i^{(u)}(\theta) = \psi_i^{(v)}(\theta) = \cos \frac{(2i-1)\pi\theta}{2\theta_2};$$

$$\begin{aligned} \psi_i^{(w)}(\theta) = & \frac{1}{2} \left( \cosh \left[ k_i \left( 1 - \frac{\theta}{\theta_2} \right) \right] - \cos \left[ k_i \left( 1 - \frac{\theta}{\theta_2} \right) \right] \right) - \\ & - \frac{\sinh(k_i s) - \sin(k_i s)}{2(\cosh(k_i s) - \cos(k_i s))} \left( \sinh \left[ k_i \left( 1 - \frac{\theta}{\theta_2} \right) \right] - \sin \left[ k_i \left( 1 - \frac{\theta}{\theta_2} \right) \right] \right). \end{aligned}$$

Потенциальная энергия представима в виде [4]:

$$\Pi = \frac{R_0}{2} \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \int_0^{2\pi\theta_2} \int_{1-\nu^2}^1 \frac{E}{1-\nu^2} \left( \varepsilon_{11}^2 + 2\nu\varepsilon_{11}\varepsilon_{22} + \varepsilon_{22}^2 + \frac{1-\nu}{2} \varepsilon_{12}^2 \right) \times \left( 1 + \frac{z \cos^3 \theta}{R_0} \right) \left( 1 + \frac{z \cos \theta}{R_0} \right) \frac{\sin \theta}{\cos^4 \theta} d\theta d\varphi dz,$$

где компоненты тензора деформаций связаны с перемещениями:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{11} = & \frac{\cos^3(\theta)}{R_0} \left( \frac{\partial u}{\partial \theta} + w \right) + z \left[ \frac{\cos^6(\theta)}{R_0^2} \left( \frac{\partial u}{\partial \theta} + \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} \right) - \frac{\cos^5(\theta) \sin(\theta)}{R_0^2} \left( \frac{\partial w}{\partial \theta} + 3u \right) \right], \\ \varepsilon_{22} = & \frac{ctg(\theta)}{R_0} \left( \frac{\partial v}{\partial \varphi} + u \cdot \cos(\theta) + w \cdot \sin(\theta) \right) + \\ & + z \left[ \frac{ctg(\theta) \cos(\theta)}{R_0^2} \frac{\partial v}{\partial \varphi} - \frac{ctg^2(\theta)}{R_0^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \varphi^2} + \frac{ctg(\theta) \cos^4(\theta)}{R_0^2} \left( \frac{\partial w}{\partial \theta} - u \right) \right], \\ \varepsilon_{12} = & \frac{\cos^2(\theta)}{R_0} \left( \frac{\partial v}{\partial \theta} \cdot \cos(\theta) - v \cdot \sin(\theta) + w \cdot ctg(\theta) \cos(\theta) \right) + \frac{ctg(\theta)}{R_0} \frac{\partial u}{\partial \varphi} + \\ & + z \left[ \frac{ctg(\theta) \cos^2(\theta)}{R_0^2} \frac{\partial w}{\partial \varphi} - \frac{ctg(\theta) \cos^3(\theta)}{R_0^2} \left( \frac{\partial^2 w}{\partial \theta \partial \varphi} - \frac{\partial u}{\partial \varphi} - \frac{\partial v}{\partial \theta} + v \right) \right]. \end{aligned}$$

Работу аэродинамических сил оболочки представим так:

$$A = R_0^2 \int_0^{2\pi\theta_2} \int_{\theta_1}^1 p w \frac{\sin \theta}{\cos^4 \theta} d\theta d\varphi, \quad (3)$$

где  $p$  – давление сверхзвукового потока на конструкцию.

Давление сверхзвукового потока учтено в соответствии с квазистатической теорией потенциальных сверхзвуковых течений [6]:

$$\begin{aligned} p = & -p_1 \left( \frac{\partial w}{\partial \theta} + p_2 \frac{\partial w}{\partial t} - p_3 w \right), \\ p_1 = & \frac{\rho_f V_f^2}{\beta} = q; \quad p_2 = \frac{M^2 - 2}{V_f \beta^2}; \quad p_3 = \frac{1}{2r\beta}, \end{aligned}$$

где  $q$  – динамический напор;  $V_f$  – скорость потока газа;  $M$  – число Маха;  $\beta = \sqrt{M^2 - 1}$ ;  $r = R_0 \operatorname{tg}(\theta)$  – радиус оболочки. Отметим, что слагаемое  $p_3 w$  в уравнении называется поправкой Крумхара. Это слагаемое вносит значительный вклад в (3).

Виртуальная работа аэродинамических сил (3) для параболической оболочки может быть записана так:

$$\delta A = -p_1 R_0^2 \int_0^{2\pi\theta_2} \int_{\theta_1}^1 \left( \frac{\partial w}{\partial \theta} + p_2 \frac{\partial w}{\partial t} - p_3 w \right) \delta w \frac{\sin \theta}{\cos^4 \theta} d\theta d\varphi. \quad (4)$$

Для упрощения дальнейшего изложения, все обобщенные координаты конструкции сгруппируем в один вектор  $q = [q^{(u)}, q^{(v)}, q^{(w)}] = [q_1, \dots, q_{N_G}]$ ;  $N_G = N_u + N_v + N_w$ . Кинетическую и потенциальную

энергии представим в виде квадратичных форм обобщенных координат и их скоростей:  $T = T(\dot{q}_1, \dots, \dot{q}_{N_G})$ ;  $\Pi = \Pi(q_1, \dots, q_{N_G})$ .

Составлено выражение для обобщенных сил. Обобщенные силы  $Q^{(u)}, Q^{(v)}$ , соответствующие обобщенным координатам  $q^{(u)}, q^{(v)}$ , равны нулю  $Q^{(u)} \equiv 0; Q^{(v)} \equiv 0$ . Для получения обобщенных сил  $Q^{(w)}$  воспользуемся соотношением (4). Тогда получим:

$$Q_n^{(w)} = -p_1 R_0^2 \int_0^{2\pi} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \left( \frac{\partial w}{\partial \theta} + p_2 \frac{\partial w}{\partial t} - p_3 w \right) W_n(\theta, \varphi) \frac{\sin \theta}{\cos^4 \theta} d\theta d\varphi dz; \quad n = 1, \dots, N_w. \quad (5)$$

В соотношении (5) введем уравнение (2). Тогда обобщенных сил представим в следующем матричном виде:

$$Q^{(w)} = \bar{K}^{(w)} q^{(w)} + \bar{C}^{(w)} \dot{q}^{(w)},$$

где  $\bar{C}^{(w)}$  – матрица аэродинамического демпфирования;  $\bar{K}^{(w)}$  – матрица аэродинамической жесткости.

Для вывода уравнений движения обтекателя воспользуемся уравнениями Лагранжа второго рода. Движение обтекателя описано следующей системой линейных обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$M \ddot{q} + K q + K^{(w)} q + C^{(w)} \dot{q} = 0,$$

где  $M = \text{diag}(m_1, \dots, m_{N_G})$  – матрица масс;  $K$  – матрица жесткости;  $K^{(w)}$  – матрица аэродинамической жесткости;  $C^{(w)}$  – матрица аэродинамического демпфирования.

Итак, анализ динамической устойчивости обтекателя в газовом потоке сведен к исследованию устойчивости тривиального состояния равновесия динамической системы (5). Для такого анализа устойчивости рассчитываются характеристические показатели [6].

Динамическую систему (5) представим относительно вектора фазовых координат  $y = [q, \dot{q}] = [q, v]$ . Она примет следующий вид:

$$\dot{y} = G y. \quad (6)$$

Матрица  $G$  имеет блочную структуру

$$G = \begin{bmatrix} 0 & E \\ -M^{-1}(K + K^{(w)}) & -M^{-1}C^{(w)} \end{bmatrix},$$

где  $E$  – единичная матрица. Решение системы (6) представим так:  $y = Y \exp(\lambda t)$ , где  $\lambda$  – характеристические показатели. Тогда анализ устойчивости сводится к проблеме собственных значений:

$$|G - \lambda E| = 0.$$

Выводы об устойчивости тривиального состояния равновесия системы делаются на основании расчета характеристических показателей.

Дальнейшее решение задачи проводится численно и сводится к анализу поведения собственных значений системы (1) при изменении числа Маха.

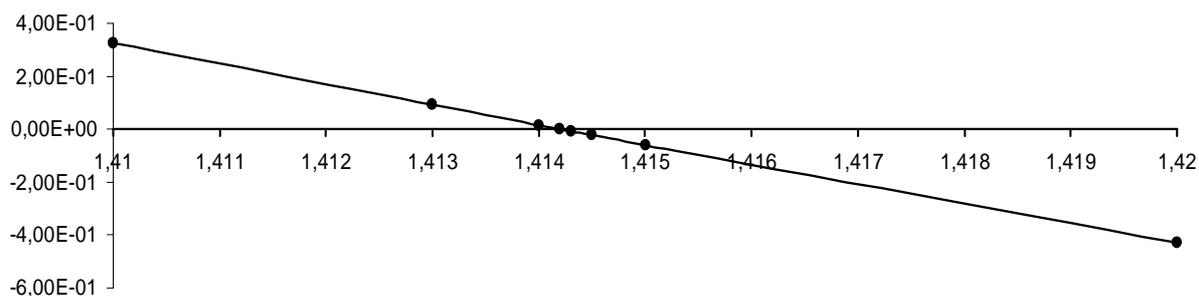
### 3. ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ АЭРОУПРУГОСТИ ОБТЕКАТЕЛЯ

Для сверхзвукового потока определяющими физическими величинами являются число Маха, модифицированное динамическое давление и температура среды, определяющая скорость потока.

Проводились численные исследования флаттера параболических оболочек в сверхзвуковом газовом течении. Определялось влияние характеристик течения газа на потерю устойчивости конструкции. Рассматривалась параболическая оболочка с радиусом основания  $R = 2$  м и высотой  $H = 2$  м. Толщина оболочки принималась  $h = 5$  мм. Материал конструкции имел следующие механические характеристики:  $E = 71$  ГПа,  $\rho = 2640$  кг/м<sup>3</sup>,  $\nu = 0,3$ . Плотность газового потока принималась 1,0 кг/м<sup>3</sup>. Исследования собственных колебаний такой оболочки представлен в работе [4].

Для первой оболочки исследовалось значение числа Маха  $M$ , при котором наблюдалась потеря динамической устойчивости конструкции. Расчеты проводились для значений  $1,1 \leq M \leq 2$ . Характерно, что неустойчивое состояние равновесия наблюдается для значений  $1,1 \leq M \leq 1,4142$ .

На рисунке 2 представлены значения числа Маха в зависимости от действительных частей характеристических показателей  $f_i = \text{Re}(\lambda_i)$ .

Рисунок 2 – Значення числа Маха в залежності від  $f_i$ 

Результати розрахунків дійсних частей характеристических показателів  $f_i$  при  $1,4 \leq M \leq 1,5$  представлені в таблиці 1. Аналіз результатів показує, що автоколебання в оболочці затухають при збільшенні числа Маха.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложен метод анализа динамической устойчивости обтекателей ракет-носителей в сверхзвуковом газовом потоке. Для вывода уравнений движения обтекателя используется метод заданных форм. Давление сверхзвукового газового течения описывается квазистатической аэродинамической теорией. Анализ динамической устойчивости сведен к расчету характеристических показателей.

Представленная математическая модель нагружения обтекателя ракеты-носителя газовым потоком позволяет определять критические скорости движения ракеты при сверхзвуковом обтекании.

Таблиця 1 –  $f_i$  при  $1,4 \leq M \leq 1,5$  для оболочкі з радіусом основания  $R = 2$  м і висотою  $H = 2$  м

| M      | $\delta_i$ | $\delta_i$ | $\delta_i$ |
|--------|------------|------------|------------|
| 1,4    | 3,11E-06   | 9,05E-08   | 1,13E+00   |
| 1,41   | 8,94E-07   | 2,60E-08   | 3,24E-01   |
| 1,413  | 7,41E-09   | 2,55E-07   | 9,23E-02   |
| 1,414  | 1,30E-09   | 4,47E-08   | 1,62E-02   |
| 1,4142 | 8,25E-11   | 2,84E-09   | 1,03E-03   |
| 1,4143 | -5,25E-10  | -1,81E-08  | -6,55E-03  |
| 1,4145 | -1,74E-09  | -5,99E-08  | -2,20E-02  |
| 1,415  | -4,77E-09  | -1,64E-07  | -5,94E-02  |
| 1,42   | -1,19E-06  | -3,45E-08  | -4,30E-01  |
| 1,43   | -3,14E-06  | -9,14E-08  | -1,14E+00  |
| 1,45   | -6,71E-06  | -8,95E+00  | -2,43E+00  |
| 1,5    | -1,40E-05  | -1,11E+01  | -5,05E+00  |

Робота виконана при підтримці Целевої комплексної програми НАН України по научним космічним дослідженням на 2012 – 2016 гг. в рамках договору № П-67-13 «Розрахункова оцінка вібрацій елементів аерокосмічних систем при силових і аеродинамічних навантаженнях».

### Библиографический список использованной литературы

1. Шевцов Е.И. Проектно конструкторские аспекты обеспечения безопасности на этапе разработки ракеты-носителя / Е.И. Шевцов // Космические технологии: настоящее и будущее. — Днепропетровск, 2013. — С. 25.
2. Афраймович Э.Л. Ударно-акустические волны, генерируемые при запусках ракет и землетрясениях // Э.Л. Афраймович, Е.А. Косоголов, А.В. Плотииков / Космические исследования. — 2002. — Т. 40. — № 3. — С. 1–15.
3. Нестационарные изгибно-изгибно-продольные колебания ракетносителя с космическим аппаратом / К.В. Аврамов, В.А. Пирог, В.М. Федоров, Т.М. Пересадько, Н.В. Ширяева // Проблемы машиностроения. — 2011. — № 5. — С. 38–43.
4. Чернобрышко М.В. Собственные колебания обтекателей ракет-носителей / М.В. Чернобрышко, К.В. Аврамов, В.Н. Романенко, А.М. Тонконоженко, Т.Я. Батутина // Вісник СевНТУ. Сер. Механіка, енергетика, екологія: зб. наук. пр. — 2013. — Вип. 137. — С. 15–18.

5. Валишвили Н.В. Методы расчета оболочек вращения на ЦЭВМ / Н.В. Валишвили. — М.: Машиностроение, 1976. — 282 с.

6. Бочкарев С.А. Об одном методе исследования аэроупругой устойчивости оболочек вращения / С.А. Бочкарев, В.П. Матвеев // Вестник СамГУ. Естественнонаучная серия. — 2007. — № 4 (54). — С. 387–399.

7. Алгазин С.Д. Флаттер пластин и оболочек / С.Д. Алгазин, И.А. Кийко // Ин-т проблем механики РАН. — М.: Наука, 2006. — С. 247.

*Поступила в редакцию 12.02.2014 г.*

**Чернобривко М.В., Аврамов К.В., Романенко В.М., Батутіна Т.Я., Пірог В.А. Вимушені коливання обтічників ракетносіїв при аеродинамічних навантаженнях**

Створено математичну модель вимушених коливань обтічників ракетносіїв у надзвуковому газовому потоці. Проведено аналіз кінематики руху ракетносія для визначення аеродинамічного тиску від потоку газу на пружну поверхню. Представлено результати чисельних досліджень.

**Ключові слова:** обтічник ракетносія, параболічна оболонка, вимушені коливання, надзвуковий газовий потік.

**Chernobryvko M.V., Avramov K.V., Romanenko V.N., Batutina T.Y., Pirog V.A. Forced vibrations of cowlings of rockets deflectors at aerodynamic loading**

The mathematical model of the forced vibrations for the rockets deflectors in a supersonic gas stream are developed. The analysis of kinematics of motion for rockets deflectors is conducted for determination of aerodynamic pressure from the stream of gas on a resilient surface. The results of numeral researches are presented

**Keywords:** rockets deflectors, parabolic shell, forced vibrations, supersonic gas stream.