

УДК 617.582

**В.И. Пахалиук, доцент, канд. техн. наук,**

**Е.Н. Иванов, магистрант**

*Севастопольский национальный технический университет,*

*Межведомственная лаборатория биомеханики*

*ул. Университетская, 33, г. Севастополь, 299053*

*E-mail: vpakhaliuk@gmail.com*

## **МОДЕЛИРОВАНИЕ ИЗНОСА В СФЕРИЧЕСКОМ ШАРНИРЕ С ПОЛИМЕРНЫМ ЭЛЕМЕНТОМ ТОТАЛЬНОГО ЭНДОПРОТЕЗА ТАЗОБЕДРЕННОГО СУСТАВА**

*Усовершенствована модель износа в сферическом шарнире тотального эндопротеза тазобедренного сустава, включающего чашку из сверхвысокого молекулярного веса полиэтилена (СВМВПЭ) в сочетании с металлической или керамической бедренной головкой. Модель износа основана на классическом уравнении Арчарда-Ланкастера. С использованием конечно-элементного моделирования контактной задачи дана качественная и количественная оценка износа полимера в зависимости от постоянного и переменного коэффициента износа и технических параметров шарнира.*

**Ключевые слова:** *эндопротез тазобедренного сустава, износ, полиэтилен сверхвысокого молекулярного веса (СВМВПЭ).*

### **Введение**

Минимизация износа и образования частиц износа является решающим в продлении ресурса искусственных суставов [1]. Эта задача актуальна для большинства современных тотальных эндопротезов тазобедренного сустава (ТЭТБС), которые включают вертлужную чашку из сверхвысокого молекулярного веса полиэтилена (СВМВПЭ) в сочетании с металлической или керамической бедренной головкой; применение таких эндопротезов возрастает у более молодых и активных пациентов, для которых долговечность имплантатов после операции должна превышать 25 лет. В настоящее время исследование износа является существенной частью оценки функционирования существующих искусственных суставов, а также разработки новых пар трения.

Как сообщается в литературе, большинство исследований износа в искусственных тазобедренных суставах основано на клинических и экспериментальных измерениях. Клинические исследования включают оценку извлеченных имплантатов измерением глубины внедрения и уровня миграции бедренной головки с применением рентгенографии или с использованием рентгеновской стереофотограмметрической техники. Лабораторные исследования широко используют испытания с помощью моделирующих устройств, где часто воспроизводятся более реалистичные условия нагрузки и движений [2]. Хотя эти экспериментальные исследования необходимы для доклинической оценки эндопротезов (с точки зрения объема износа, частиц износа и соответствующих биологических реакций), они обычно являются сложными, дорогостоящими и трудоемкими в выполнении.

Одной из альтернатив экспериментальным исследованиям износа является теоретическое моделирование, которое впервые было предложено Mahian T.A. с соавторами из университета Iowa [3] и которому затем было уделено значительное внимание в других работах [4]. Разработанные и принятые в практику теоретические модели являются частично полезными для обеспечения первоначального отборочного анализа конструкции, материалов, процесса изготовления и переменных, связанных с системой хирург – пациент; таким образом формируются данные для продолжения уже ограниченных экспериментальных исследований. В теоретической модели зачастую намного легче выделить отдельный фактор, чтобы исследовать его влияние и объяснить возникающий механизм износа. Теоретический подход зависит от понимания возникающих физических процессов и является единственной возможностью обосновать обширные экспериментальные исследования, когда они связаны с проведением ограниченных испытаний.

В большинстве теоретических исследований износа, о которых сообщается в литературе, используется конечно-элементный метод для определения контактного давления на взаимодействующих поверхностях [5]. Достоинство метода лежит в его гибкости и в возможности исследования различных конструктивных, технологических и эксплуатационных факторов элементов эндопротеза. Но практически во всех известных случаях дальнейшего определения износа расчетная модель упрощается для снижения трудоемкости вычислений, что тем самым снижает достоверность полученных результатов.

*Целью настоящего исследования является усовершенствование существующего метода моделирования износа пары трения в сферическом шарнире, включающем полимерную чашку (СВМВПЭ), на основе решения контактной задачи с использованием конечно-элементного анализа при*

учете параметрической зависимости коэффициента износа от контактного давления, что прежде не исследовалось.

## 2. МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ

### 2.1. Эндопротез тазобедренного сустава, нагрузка и движение в шарнире

В настоящем исследовании рассматривается эндопротез тазобедренного сустава, пара трения которого состоит из мягкой полиэтиленовой чашки (СВМПЭ) и твердой головки из кобальт-хромового сплава или керамики: алюмооксидной или циркониевой. Как правило, чашка вставляется в титановую оболочку для дальнейшей фиксации в вертлужной впадине. Модуль упругости  $E$  материала титановой оболочки примерно на два порядка превышает таковой чашки; поэтому в дальнейшем для конечно-элементной модели наружная поверхность чашки предполагается полностью зафиксированной от всех перемещений. Радиус головки составляет  $R_1 = 16$  мм, что соответствует наиболее часто применяемому стандартному диаметру 32 мм для данного сочетания материалов в паре трения. Внутренний радиус чашки  $R_2 = 16,15$  мм и, таким образом, радиальный зазор составляет  $R_2 - R_1 = 0,15$  мм [6]. Толщина стенки чашки принята  $d = 8$  мм для обеспечения её жесткости. Модуль упругости  $E$  и коэффициент Пуассона  $\nu$  приняты:  $1,4 \times 10^3$  МПа и 0,46 для чашки и  $2,1 \times 10^5$  МПа и 0,3 – для головки.

Требования к имплантату, его позиционированию, созданию необходимой нагрузки и заданных перемещений в суставе соответствуют стандарту ISO 14242-1 [7]. В качестве модели рассматривается правый тазобедренный сустав, определенный в анатомических неподвижных координатах  $x'y'z'$  и

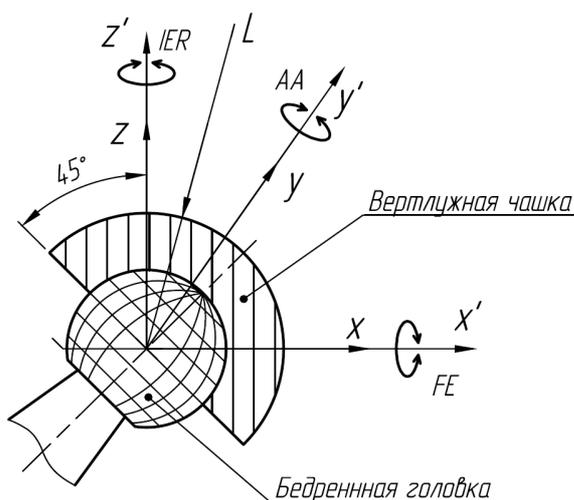


Рисунок 1 – Вид спереди правого тазобедренного сустава с показанными направлениями вращения ( $L$  – вектор результирующей нагрузки)

показанный на рисунке 1, где ось  $z'$  направлена вверх,  $x'$  внутрь, а  $y'$  направлена назад, перпендикулярно плоскости чертежа. Вертлужная чашка нормально анатомически позиционируется под углом наклона  $45^\circ$  к вертикали и является неподвижной. Вектор результирующей нагрузки  $L$  является также неподвижным в пространстве и лежит в вертикальной плоскости. Суммарный угол наклона чашки и угол между вектором нагрузки и вертикалью составляет в среднем  $60^\circ$  к плоскости основания чашки. Следовательно, угол между осью, проходящей через полюс чашки и шейку ножки, и вектором нагрузки соответствует  $30^\circ$ .

Подвижная система координат  $xuz$ , используемая для углов Эйлера, помещена в центр головки, зафиксирована к головке и совпадает с центром чашки. При этом головка имеет три вращательные степени свободы, известных в литературе как FE (flexion-extension: сгибание-разгибание), AA (abduction-adduction: абдукция – аддукция или отведение – приведение), IOR или

IER (inward-outward rotation или internal-external rotation: внутреннее – внешнее вращение), которые соответствуют диаграммам на рисунке 2 согласно требованиям указанного стандарта. Изменение величины вектора результирующей нагрузки в анатомической системе координат в пределах одного цикла ходьбы, который соответствует периоду времени  $T = 1$  с, также соответствует его диаграмме в ISO 14242-1. При моделировании износа предложено использовать упрощенную координатную систему  $XYZ$ , закрепленную к чашке и помещенную в ее центр (рисунок 3). На рисунке 4 представлены диаграммы изменения величины результирующего вектора нагрузки  $F_{res}$ , а также его компонентов в виде проекций на две из указанных осей координат  $F_x, F_z$ . В расчетной модели используется метод инверсии: нагрузка прикладывается к центру головки и действует в сторону чашки, поскольку чашка жестко закреплена по своей наружной поверхности. При этом компонента нагрузки  $F_z$  является положительной, а  $F_x$  становится отрицательной.

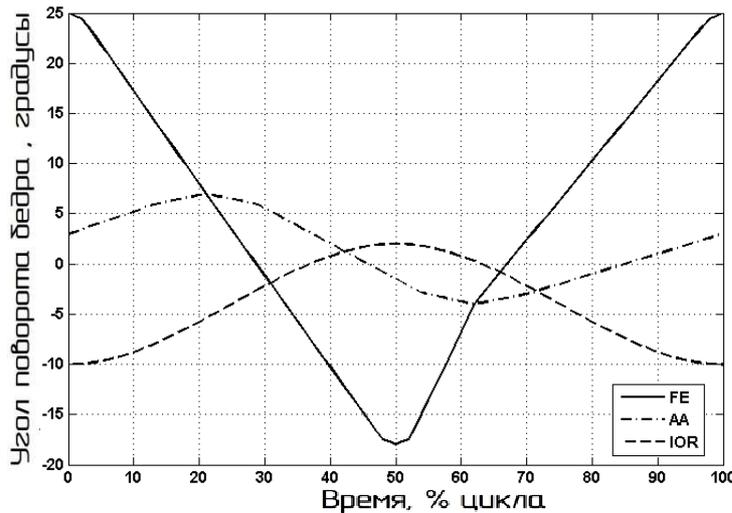


Рисунок 2 – Диаграммы угловых перемещений бедренного компонента (головки) согласно требованиям ISO 14242-1

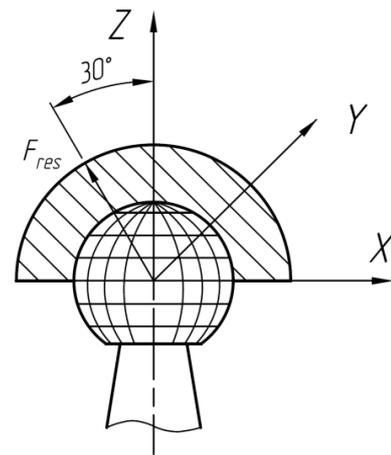


Рисунок 3 – Упрощенная сферическая координатная система для использования при моделировании износа

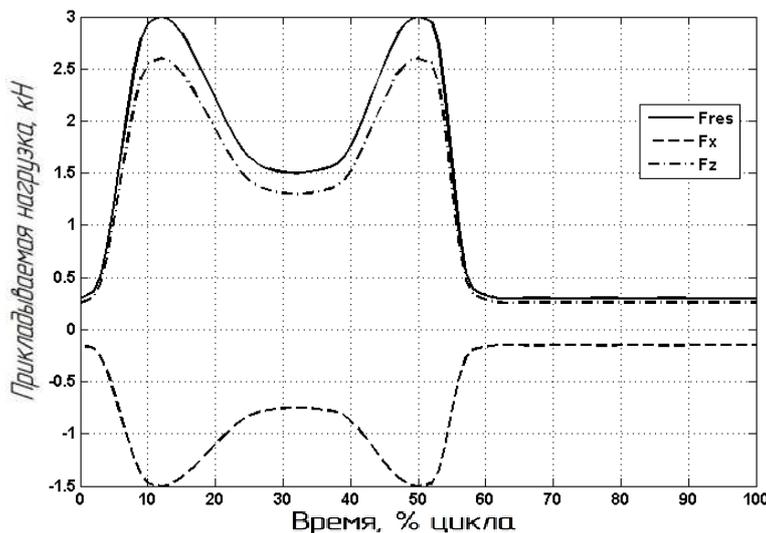


Рисунок 4 – Диаграммы угловых перемещений бедренного компонента (головки) согласно требованиям ISO 14242-1

### 2.2. Моделирование износа

Моделирование износа основано на уравнении Арчарда-Ланкастера, как принято во всех предыдущих теоретических исследованиях, обсужденных во введении. Согласно указанным исследованиям в паре трения с полиэтиленом в ТЭТБС преобладает адгезионно-абразивный механизм износа [8], при котором выделение частиц износа в процессе трения зависит от суммарного взаимодействия контактного давления, кинематики движения и трибологических свойств пары трения. До настоящего времени для идеальных однородно нагруженных изотропных поверхностей с номинальными контактными давлениями в линейно упругой области такое взаимодействие принято описывать зависимостью

$$H = kpS, \tag{1}$$

где  $H$  – глубина износа;  $k$  – зависящий от материала и характера поверхности постоянный эмпирический коэффициент износа;  $p$  – контактное давление;  $S$  – длина пути скольжения.

Зависимость (1), представленную в дискретном виде в параметрической форме для оценки переменных механической конструкции ТЭТБС, в работе [3] принято как

$$\Delta H(\theta, \varphi) = \sum_{i=1}^n k\sigma(\theta, \varphi, t_i)\Delta S(\theta, \varphi, t_i), \tag{2}$$

где  $\Delta H(\theta, \varphi)$  – местное приращение глубины износа в точке контактирующей поверхности в сферической системе координат;  $\sigma(\theta, \varphi, t_i)$  – нормальное контактное давление между двумя взаимодействующими поверхностями в этой же точке в момент времени цикла ходьбы  $t_i$ ;  $\Delta S(\theta, \varphi, t_i)$  – приращение длины дуги скольжения между соседними расчетными точками при тех же условиях.

Существует три ключевых параметра в представленных выше уравнениях (1) и (2): коэффициент износа  $k$ , нормальное контактное давление  $\sigma$  между двумя взаимодействующими поверхностями и кинематический параметр  $S$ , т.е. длина пути скольжения по поверхности сферы. Как нормальное контактное давление, так и длина пути скольжения являются функциями не только времени, но и сферических координат  $(\theta, \varphi)$ .

Коэффициент износа  $k$  часто определяется из простых испытаний на износ для данной комбинации материалов при заданном наборе входных условий. Для рассматриваемой в данном исследовании комбинации материалов в паре трения металл-СВМПЭ по данным литературных источников коэффициент износа  $k$  лежит в широких пределах и зависит от молекулярного веса СВМПЭ, смазки, материалов и шероховатости поверхности взаимодействующих тел и метода стерилизации [4]. При этом во всех предшествующих расчетах износа он принимался в виде постоянной величины ( $1,066 \cdot 10^{-6}$  мм<sup>3</sup>/Нм [3, 9],  $0,8 \cdot 10^{-6}$  мм<sup>3</sup>/Нм [5] и др.), которую, как правило, пытались коррелировать с величиной максимального контактного давления, причем во всех экспериментальных исследованиях коэффициент износа имел тенденцию к уменьшению по мере роста контактного давления. Руководствуясь такими исследованиями, была получена экспериментальная зависимость [10] (мм<sup>3</sup>/Нм)

$$k = 7,99 \cdot 10^{-6} \sigma_0^{-0,653}, \quad (3)$$

где  $\sigma_0$  – максимальное контактное давление в МПа.

Зависимость (3) представляет собой степенную функцию с отрицательной степенью, из которой следует, что с увеличением контактного давления коэффициент износа уменьшается и, наоборот, с его уменьшением – возрастает. Другие экспериментальные исследования по изучению зависимости коэффициента износа от контактного давления, нагрузки и площади номинальной контактной поверхности [11], выполненные на установке «игольчатый стержень-плоскость» (pin-on-plate) с цилиндрическими стержнями диаметром 5,9 мм, показали определяющее влияние на коэффициент износа номинального контактного давления и пренебрежимо малое влияние других указанных параметров. Испытания проводились до  $1,5 \cdot 10^6$  циклов с оценкой номинальных контактных давлений в диапазоне 0,56...12,73 МПа. В результате была получена зависимость, примерно в 6 раз отличающаяся в меньшую сторону от формулы (3)

$$k = 2 \cdot 10^{-6} \sigma^{-0,84}, \quad (4)$$

где  $\sigma$  – номинальное контактное давление в МПа, т.е. отношение нагрузки к площади поверхности износа. Более того, торец всех образцов цилиндрических стержней (pins), подверженных испытанию на данной установке, в результате приобретал форму выпуклой в центре поверхности, что показывало меньший износ стержня в этом месте. Можно поэтому предположить, что контактное давление на торце игольчатого стержня имело некую неравномерность по поверхности контакта, уменьшаясь к его торцам, что увеличивало в этом месте коэффициент износа согласно (4). Поскольку существует такой эффект, то вполне обоснованным может быть использование формулы (4) в качестве вычисления переменного коэффициента износа при определении приращения глубины износа по зависимости (2). Кроме того известно еще одно экспериментальное исследование, выполненное на такого же типа установке с цилиндрическими игольчатыми стержнями диаметром 9 мм из СВМПЭ с умеренными поперечными связями (смола марки GUR 1020,  $\gamma$ -стерилизованная в азоте), имеющая известные для этого материала механические характеристики  $E$  и  $\nu$ , равные  $0,8 \cdot 10^3$  МПа и 0,46 соответственно. Оно проводилось до 85000 циклов в диапазоне номинальных контактных давлений 0,25...11,0 МПа. При этом были получены следующие зависимости для коэффициента износа [12] (мм<sup>3</sup>/Нм)

$$\begin{aligned} k &= 2,7 \cdot 10^{-6} \left( p/p_{ref} \right)^{-0,57} \text{ при } p/p_{ref} \leq 2,53 \\ k &= 6,0 \cdot 10^{-6} \left( p/p_{ref} \right)^{-1,44} \text{ при } p/p_{ref} > 2,53, \end{aligned} \quad (5)$$

где  $p$  и  $p_{ref} = 1,1$  МПа – текущее и базовое номинальные контактные давления соответственно.

Попытка объяснить эффект возрастания коэффициента износа при снижении контактных давлений была осуществлена в работе [12], где в результате экспериментальных исследований

обнаружено следующее. При контактных давлениях ниже 3,5 МПа контактная поверхность полимера становится как полированная, что тем самым повышает ее адгезионный износ за счет схватывания между собой взаимодействующих элементов пары трения. При возрастании давления выше указанной величины контактная поверхность испытывает местный перегрев, в результате чего на ней возникают микро выступы, она упрочняется и приобретает рельефную структуру, в которой легче удерживается смазка. Это приводит к снижению фактической контактной поверхности, к уменьшению адгезионного износа и тем самым к повышению ее трибологических свойств.

Во всех вышеуказанных экспериментальных исследованиях коэффициента износа условия смазки были примерно одинаковыми с применением разведенной сыворотки крови и с относительным вращательно поступательным перемещением игольчатого стержня и плоскости. Механические характеристики материала СВМПЭ при получении формул (3) и (4) соответствуют характеристикам полимера, принятым в настоящем исследовании.

Анализ значений  $k$ , полученных по зависимостям (4) и (5), показывает их практическое совпадение при номинальных контактных давлениях 0,25 МПа и 9 МПа и отличие более 70 % в большую сторону в диапазоне от 2 до 3 МПа, полученных по формуле (5). Несмотря на такое различие, зависимость (5) наряду с (4) также может быть использована при расчете глубины износа с переменным  $k$  для сравнительной оценки.

В настоящем исследовании выполняются два вида расчета износа по зависимости (2): с постоянным коэффициентом износа  $1,066 \cdot 10^{-6} \text{ мм}^3/\text{Нм}$  и с переменным коэффициентом, определенным на каждом расчетном участке поверхности контакта в процессе решения контактной задачи по выражениям (3), (4), (5) и производится сравнение результатов этих видов расчетов. Полученные результаты будут сравнены с известными расчетами параметров износа при постоянных коэффициентах износа  $1,066 \cdot 10^{-6} \text{ мм}^3/\text{Нм}$  [3, 9] и  $0,8 \cdot 10^{-6} \text{ мм}^3/\text{Нм}$  [5].

### 2.3. Определение длины траектории скольжения

Определение длины траектории скольжения любой маркированной точки на поверхности головки по поверхности чашки и наоборот дано в [13]. Поскольку в данном исследовании износ происходит мягкой чашки, то необходимо определять длины траекторий скольжения маркированных точек на поверхности головки по поверхности чашки. Метод вычисления основан на использовании углов Эйлера, позволяющих определять положение каждой последующей точки на сфере от положения начальной. Предыдущая точка в качестве начальной не использовалась во избежание накопления ошибки при вычислении. Направления осей  $x_{yz}$  подвижной системы координат, связанной с головкой, по отношению к неподвижной системе координат  $XYZ$ , зафиксированной относительно чашки, определяются единичными направляющими векторами  $\mathbf{u}^1$ ,  $\mathbf{u}^2$  и  $\mathbf{u}^3$ . Направления осей неподвижной системы координат:  $\mathbf{U}^1 = [1,0,0]^T$ ,  $\mathbf{U}^2 = [0,1,0]^T$ ,  $\mathbf{U}^3 = [0,0,1]^T$ .

Относительно осей  $x$ ,  $y$  и  $z$  осуществлялись вращения согласно углам Эйлера в виде анатомической последовательности  $FE \rightarrow AA \rightarrow IOR$  (рисунок 1). Углы, соответствующие дискретным значениям диаграмм  $FE$ ,  $AA$  и  $IOR$  (рисунок 2), обозначаются  $\alpha_i, \beta_i, \gamma_i$ ,  $i = 1, 2, 3, \dots, n$ , где  $n$  – число дискретных точек (принято 25 интервалов на одном цикле шага ходьбы).

Маркированная точка  $K$ , фиксированная к головке и имеющая один набор углов вращения  $(\alpha_i, \beta_i, \gamma_i)$ , последовательно поворачивается из начального положения  $K_0$  в новое положение по описываемой на поверхности чашки траектории скольжения согласно зависимости

$$\mathbf{r}_i = \mathbf{R}_{xyz}(\alpha_i, \beta_i, \gamma_i) \mathbf{r}_0,$$

где  $\mathbf{r}_0$  – начальное положение вектора маркированной точки;  $\mathbf{r}_i$  – положение вектора после вращения;  $\mathbf{R}_{xyz}(\alpha_i, \beta_i, \gamma_i)$  – матрица вращения [13]. Для получения расстояния  $\Delta S(\theta, \varphi, t_i)$  на поверхности сферы головки между двумя смежными положениями траектории точки  $K$  необходимо определить угол между векторами ее двух положений, косинус которого равен скалярному произведению векторов, поделенному на произведение модулей этих векторов, и умножить его на радиус сферы головки  $R_1$ , т.е.:

$$\Delta S(\theta, \varphi, t_i) = R_1 \cdot \arccos \left( \frac{\mathbf{r}_{i+1} \cdot \mathbf{r}_i}{|\mathbf{r}_{i+1}| \cdot |\mathbf{r}_i|} \right). \quad (5)$$

Для сокращения времени вычисления износа число дискретных наборов углов вращения  $(\alpha_i, \beta_i, \gamma_i)$  на цикле шага ходьбы принято 25. С целью повышения точности определения длины траектории скольжения точки  $K$  при ее перемещении из одного дискретного положения в соседнее, это

перемещение разбито на 4 интервала, на каждом из которых определяется своя длина скольжения по формуле (5). При суммировании затем этих длин определяется общая длина пути скольжения за одно дискретное перемещение.

#### 2.4. Конечно-элементное моделирование износа

Схема алгоритма процесса моделирования износа показана на рисунке 5. Процесс решения задачи осуществляется совместно в программных пакетах ANSYS и MatLab на основе ряда последовательно выполняемых операций. Вначале создаются сопряженные полномасштабные компоненты пары трения в

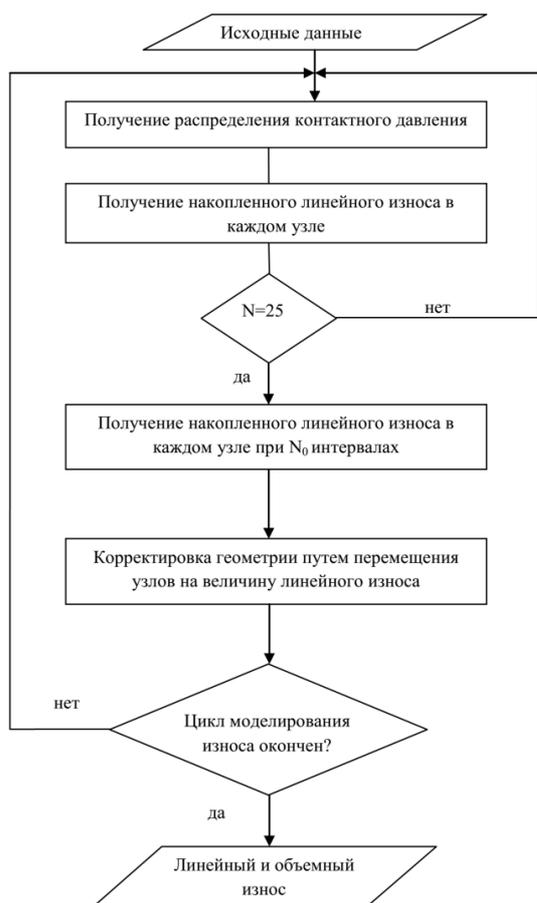


Рисунок 5 – Схема алгоритма моделирования износа

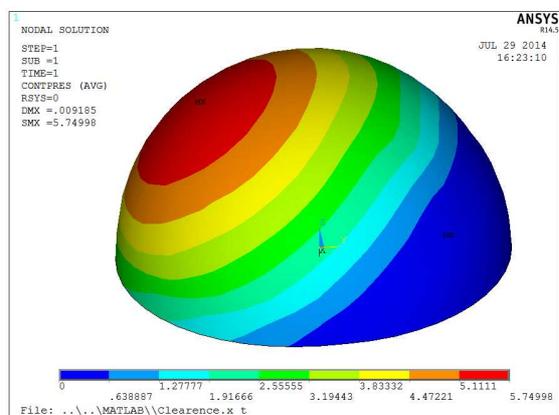


Рисунок 6 – Распределение контактных давлений на первом цикле 3 интервала шага ходьбы, соответствующего максимальной результирующей нагрузке  $F_{res}$ , равной 3 кН

виде 3-D solid-to-solid модели с указанными выше параметрами головки и чашки и существующим между ними зазором. Для повышения точности расчетов используются сетки конечных элементов в виде bricks и wedges. Количество конечных элементов выбирается таким образом, чтобы результаты решения не отличались в дальнейшем более чем на 1%. Цикл одного шага ходьбы, соответствующий периоду времени  $T = 1$  с, разбивается на 25 равных интервалов, в отличие от 16 и 21 интервала в работах [3] и [9] соответственно, чем повышается точность вычислений ввиду наличия резких изменений на диаграммах рисунков 2 и 4. Концу каждого интервала соответствует свой набор углов вращения  $(\alpha_i, \beta_i, \gamma_i)$  с кинематических диаграмм на рисунке 2 и свои значения компонентов нагрузки  $F_{Zi}$  и  $F_{Xi}$  на рисунке 4. На каждом интервале пространственной области определения решения, при изменении  $\theta$  и  $\varphi$  от 0 до  $\pi$ , сетка конечных элементов принята  $24 \times 24$  с учетом удовлетворения указанного выше условия точности, что было проверено предварительными исследованиями. Затем для модели генерируется контактная поверхность, в качестве которой согласно рекомендациям ANSYS выступает внутренняя поверхность более мягкой чашки. Номера узлов сетки на поверхности головки и их декартовы координаты, в виде массива, выводятся в текстовый файл. Этот текстовый файл далее считывается в пакете MatLab и по формуле (4) производится вычисление траекторий скольжения  $\Delta S(\theta, \varphi, t_i)$  каждого из указанных узлов для всех 25 упомянутых интервалов на одном шаге ходьбы, результаты которого затем выводятся в виде соответствующих массивов в аналогичный текстовый файл для последующего считывания в ANSYS.

Дальнейшие вычислительные операции выполняются только в программном пакете ANSYS для всех из 25 временных интервалов в циклическом режиме, чем снижается трудоемкость вычислений при моделировании износа на длительном отрезке времени. В начале каждого цикла в результате решения контактной задачи 3-D surface-to-surface определяются значения нормальных контактных давлений  $\sigma(\theta, \varphi, t_i)$  в узлах сетки на контактной поверхности, при соответствующих значениях для данного интервала компонентов нагрузки  $F_{Zi}$  и  $F_{Xi}$ . На рисунке 6 проиллюстрировано распределение контактных давлений на первом цикле 3 интервала шага ходьбы, соответствующего максимальной результирующей нагрузке  $F_{res}$ , равной 3 кН.

Используемые граничные условия заключаются в фиксации наружной поверхности чашки от перемещений. Затем считывается файл с массивом  $\Delta S(\theta, \varphi, t_i)$  и осуществляется проверка совпадения узлов головки с узлами контактной поверхности чашки и нахождение ближайших узлов на контактной поверхности после перемещения узлов головки на соответствующие расстояния  $\Delta S(\theta, \varphi, t_i)$ . После этого по формуле (2) определяется в каждом из найденных узлов на контактной поверхности локальное приращение глубины износа  $\Delta H(\theta, \varphi)$  путем перемножения длины, пройденной узлом траектории  $\Delta S(\theta, \varphi, t_i)$ , на величину контактного давления  $\sigma(\theta, \varphi, t_i)$ , действующего в предыдущем положении этого узла, и на коэффициент износа. Суммируя локальные приращения глубины износа, определенные на каждом интервале, получим распределение накопленного линейного износа поверхности чашки за один шаг ходьбы и объемный износ, как объем удаленной части материала чашки.

Полученные результаты помещаются в текстовый файл. Действительная геометрия несущей поверхности чашки после этого корректируется путем перемещения узлов на величину линейного износа, полученного из указанного текстового файла, и генерируется новая контактная поверхность. Указанная вычислительная последовательность затем циклически повторяется до выполнения требуемого числа циклов, соответствующих заданному количеству шагов ходьбы.

В идеале указанную модификацию поверхности следует выполнять на каждом шаге ходьбы. Но из-за малой глубины износа за один шаг такой процесс был бы очень трудоемким с точки зрения вычислительных операций при большом числе шагов. С очевидностью можно предположить, что для осуществления заметного износа необходимо наличие определенного числа циклов, или интервала модификации  $N_0$ , и поэтому, вероятнее всего, корректировка требуется только лишь для вычисления контактных давлений один раз за указанное количество циклов. Согласно требованиям ISO 14242-1 число циклов при моделировании износа должно быть  $3 \times 10^6$ . С другой стороны, учитывая потребную 20-летнюю эксплуатацию эндопротеза при среднем числе шагов в год  $1 \times 10^6$ , это может соответствовать  $20 \times 10^6$  циклов. Полученный в конце такого интервала линейный и объемный износ определяется путем простого умножения износа за один цикл на  $N_0$ . При этом интервал модификации, который уже не оказывает влияния на конечный результат, был выбран в диапазоне от 1,5 до 3 месяцев, что соответствует примерно  $0,123 \times 10^6$  и  $0,246 \times 10^6$  циклов соответственно, и удовлетворяет рекомендациям [9].

### 3. Результаты

Для обоснования правильности методики проведения численных исследований выполнены проверки. Первая – проверка плотности сетки при разбиении на конечные элементы. Здесь пространственная область определения решения разбивалась сеткой  $15 \times 15$ ,  $24 \times 24$ ,  $30 \times 30$  и  $50 \times 50$ . Результаты показали, что сетка  $24 \times 24$  дает точность решения контактной задачи в пределах 1% по сравнению с сеткой  $50 \times 50$ . Таким образом, для снижения трудоемкости вычислений была принята сетка  $24 \times 24$ .

Вторая проверка – оценка достоверности определения длины траектории скольжения. С этой целью были сравнены результаты вычисления указанного параметра по методике данного исследования и изложенной в работе [14]. Отличия оказались в пределах 4%, так как данная методика предполагает более точное определение длины траектории скольжения.

Третья проверка – интервал корректировки геометрии поверхности чашки или так называемый интервал модификации  $N_0$  был выбран в диапазоне от 1,5 до 3 месяцев, что оказывает влияние на результат вычисления износа в пределах 0,5%. Кроме того была дополнительно выполнена оценка величины произведения  $k \cdot \sigma$  в формуле (2) в случае переменного коэффициента износа. Оказалось, что при изменении контактного давления  $\sigma$  от его максимальной величины до 0,01% от  $\sigma$  максимального указанное произведение также уменьшается, но не очень значительно, снижаясь примерно в 5 раз. Для устранения неопределенностей в вычислении коэффициента износа при приближении контактного давления к нулевым значениям была установлена нижняя граница давления, ниже которой значение коэффициента износа принималось постоянным, равным его значению на принятой границе. Варьирование границы в диапазоне контактных давлений от 5% до 0,01% от максимального давления оказывает пренебрежимо малое влияние на результаты расчета износа. Поэтому в настоящем исследовании такая граница была установлена как 0,1% от максимального контактного давления.

В качестве результатов вычисления по изложенной методике и более наглядной оценки характера полученных зависимостей на рисунке 7, а представлены диаграммы накопленного максимального линейного износа в узком диапазоне до 1 миллиона циклов (шагов) при постоянном коэффициенте износа  $k = 1,066 \cdot 10^{-6} \text{ мм}^3/\text{Нм}$ , переменном в зависимости от номинального контактного давления по

формулам (4) и (5) и переменном в зависимости от максимального контактного давления по формуле (3). Этим можно примерно характеризовать линейную скорость износа в течение года.

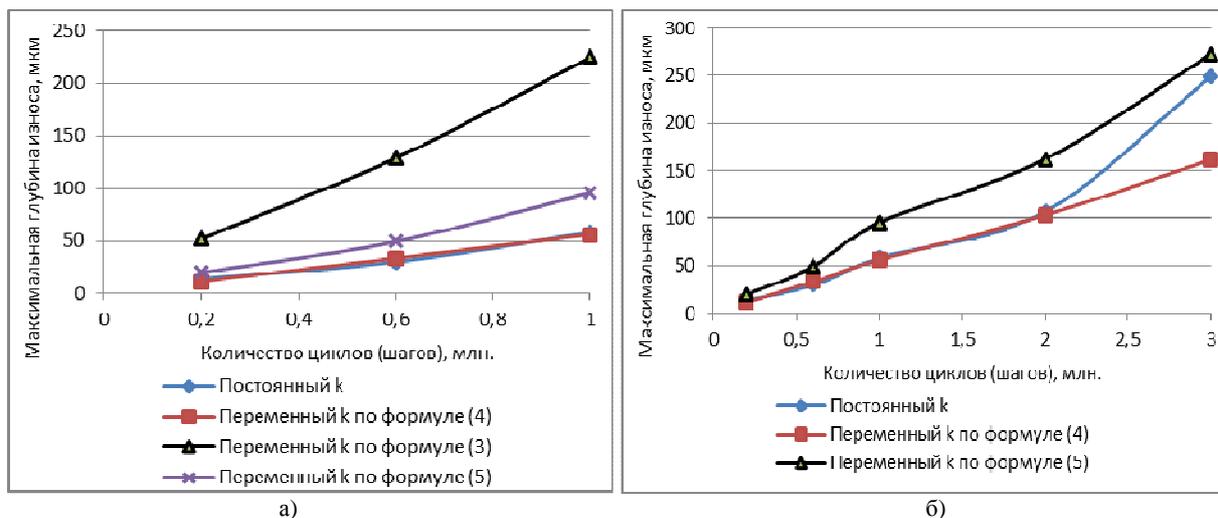


Рисунок 7 – Диаграммы накопленного максимального линейного износа при коэффициенте износа  $k$ : а) постоянном  $1,066 \cdot 10^{-6} \text{ мм}^3/\text{Нм}$ , переменном в зависимости от номинального контактного давления по формулам (4) и (5) и переменном в зависимости от максимального контактного давления по формуле (3) в диапазоне до 1 миллиона циклов; б) постоянном  $1,066 \cdot 10^{-6} \text{ мм}^3/\text{Нм}$  и переменном в зависимости от номинального контактного давления по формулам (4) и (5) в диапазоне до 3 миллионов циклов согласно требованиям стандарта ISO 14242-1

А на рисунке 7, б изображены диаграммы накопленного максимального линейного износа при постоянном коэффициенте износа  $k = 1,066 \cdot 10^{-6} \text{ мм}^3/\text{Нм}$  и переменном в зависимости от номинального контактного давления по формулам (4) и (5) в диапазоне до 3 миллионов циклов согласно требованиям стандарта ISO 14242-1. На рисунках 8а и 8б показаны диаграммы накопленного максимального линейного и объемного износа соответственно при постоянном коэффициенте износа  $k = 1,066 \cdot 10^{-6} \text{ мм}^3/\text{Нм}$  и переменном в зависимости от номинального контактного давления по формулам (4) и (5) в диапазоне до 20 миллионов циклов. В таблице 1 приведены сравнительные результаты настоящего исследования с результатами работ [3, 9, 5] в части средней скорости линейного износа (мм/год), накопленного линейного износа (мм), средней скорости объемного износа (мм<sup>3</sup>/год) и накопленного объемного износа (мм<sup>3</sup>) при постоянном коэффициенте износа, а также при переменном по формулам (4) и (5) в настоящем исследовании.

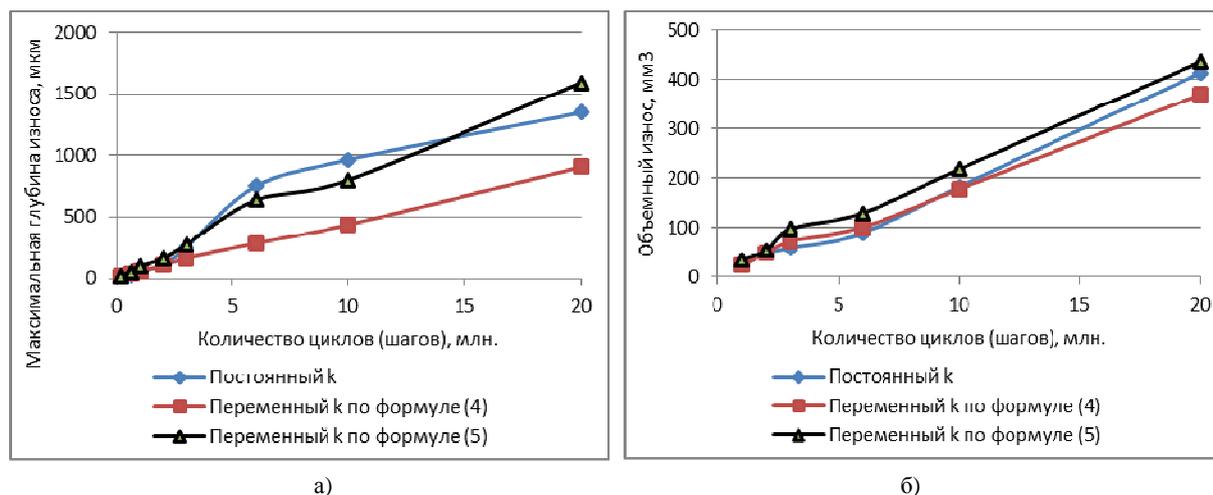


Рисунок 8 – Диаграммы накопленного максимального линейного (а) и объемного (б) износа при постоянном коэффициенте износа  $k = 1,066 \cdot 10^{-6} \text{ мм}^3/\text{Нм}$  и переменном в зависимости от номинального контактного давления по формулам (4) и (5) в диапазоне до 20 миллионов циклов

Таблиця 1 – Сравнительные результаты линейного и объемного параметров износа для различных методов расчета

Параметры	Средняя скорость линейного износа (мм/год)	Накопленный линейный износ (мм)		Средняя скорость объемного износа (мм <sup>3</sup> /год)	Накопленный объемный износ (мм <sup>3</sup> )		Литературные ссылки и настоящее исследование
		1 млн. циклов	20 млн. циклов		1 млн. циклов	20 млн. циклов	
Постоянный коэффициент износа	0,041	0,041	0,82	27,1	27,1	541	Maxian T.A. и др. [3]
	0,042	0,042	0,93	32,3	32,3	633	Kang L. и др. [9]
	0,049	0,049	0,98	38,9	38,9	778	Wu J.S.S. и др. [5]
	0,071	0,058	1,43	20,7	24,0	414	Настоящее исследование
Переменный коэффициент износа	0,046	0,056	0,91	18,5	23,6	370	Формула (4)
	0,079	0,096	1,59	21,8	35,2	436	Формула (5)

#### 4. Обсуждение результатов

Рисунок 6 иллюстрирует совпадение области максимальных контактных давлений на контактной поверхности чашки с направлением вектора результирующей нагрузки  $F_{res}$  согласно рисунку 3; максимальная величина этих давлений для заданных параметров контакта при  $F_{res} = 3$  кН не превышает 5,75 МПа и лежит в области упругих деформаций для данного полимера. Результаты расчетов линейного и объемного параметров износа в настоящем исследовании представлены на диаграммах рисунков 7 и 8 и для сравнения с наиболее известными результатами по литературным ссылкам в таблице 1. Исходя из рисунка 7, а, становится очевидным, что использование формулы (3) для расчета с переменным коэффициентом износа, где в качестве переменной выступает номинальное контактное давление, абсолютно неприемлемо из-за значительно превосходящих величин параметров износа, не согласующихся ни с какими известными результатами. Это позволило исключить расчет по формуле (3) из дальнейших исследований. Анализ диаграмм на рисунке 7, б, полученных в диапазоне длительности испытаний согласно требованиям стандарта ISO 14242-1 (3 миллиона циклов), показывает практическое совпадение максимальной глубины износа до 2 миллионов циклов для постоянного коэффициента износа  $1,066 \cdot 10^{-6}$  мм<sup>3</sup>/Нм, принятого, кстати, произвольно из предыдущих исследований [3, 9], и переменного коэффициента, определенного по формуле (4). Использование переменного коэффициента согласно формуле (5) во всем вышеуказанном диапазоне испытаний дает более 50 % превышение параметров износа по сравнению с предыдущими двумя случаями. Влияние на параметры износа расширения диапазона длительности испытаний до 20 миллионов циклов можно оценить по рисунку 8. На рисунке 8, а видно примерное совпадение максимальной глубины износа для случаев расчета с постоянным коэффициентом износа  $1,066 \cdot 10^{-6}$  мм<sup>3</sup>/Нм и с переменным коэффициентом согласно формуле (5), которые превышают примерно на 50 % значения, полученные для расчетов с учетом формулы (4). Рисунок же 8б иллюстрирует, что, несмотря на такое различие в максимальной глубине износа, объемный износ, т.е. удаленная из чашки часть материала, меняется не очень значительно. При этом для постоянного коэффициента износа  $1,066 \cdot 10^{-6}$  мм<sup>3</sup>/Нм и переменного коэффициента с учетом формулы (4) объемный износ до 10 миллионов циклов практически совпадает и только при 20 миллионах циклов возрастает примерно на 12 % при постоянном коэффициенте.

Расчеты объемного износа для переменного коэффициента с учетом формулы (5) дают превышение от 18 % до 30% по сравнению со случаем расчета при переменном коэффициенте с учетом формулы (4). Явление отличия между характером изменения диаграмм линейного и объемного износа можно объяснить, по-видимому, тем, что существует определенное различие в топологии и форме изношенной поверхности полимера для различных методов расчета, но разница в величине самого удаленного объема оказывается весьма небольшой. Увеличенные параметры износа, полученные для случая использования формулы (5) по сравнению с формулой (4) явились результатом, скорее всего, пониженного по сравнению с принятым в настоящем исследовании модуля упругости  $E = 0,8 \times 10^3$  МПа материала СВМВПЭ, что и оказало практическое влияние на вывод формулы (5). Механические характеристики полимера в настоящем исследовании (указанные выше) соответствуют таким же в исследованиях [3] и [9] для обеспечения возможности сравнения полученных результатов.

Кроме графического представления результатов численного эксперимента, наглядно отражены сравнительные результаты линейного и объемного параметров износа для различных методов расчета еще и в таблице 1. Здесь под средней скоростью износа понимается значение накопленного износа при 20 миллионах циклов, деленное на 20, и оно может не совпадать со значением соответствующего

параметра износа, полученного в результате численного расчета при 1 миллионе циклов. С очевидностью можно отметить достаточно хорошее совпадение результатов настоящего исследования с приведенными результатами из литературных источников. Но существующие отличия между параметрами износа из источников [3], [9] и полученными в настоящем исследовании при использовании одного и того же постоянного коэффициента износа  $1,066 \cdot 10^{-6} \text{ мм}^3/\text{Нм}$  объясняются, вероятнее всего, следующим. При исследованиях в источниках [3] и [9] применялась диаграмма нагрузки в форме Пауля (Paul), а диаграммы угловых перемещений в форме Smidt и Johnston, которые соответствуют действительным условиям цикла ходьбы и в достаточной степени отличаются как по величине, так и по форме от соответствующих диаграмм согласно стандарту ISO 14242-1. Это влияет в формуле (2) как на величину номинальных контактных давлений, так и на длину и форму траектории скольжения.

Применение условий указанного стандарта в настоящих исследованиях обусловлено тем, что в лаборатории биомеханики изготовлено моделирующее устройство для испытаний тотальных эндопротезов тазобедренного сустава на износ. В его конструкции в наибольшей степени реализованы требования данного стандарта, и в ближайшее время планируется осуществить экспериментальное исследование таких имплантатов для сравнения с полученными результатами численного моделирования. В таблице 1 также видно, что самые большие значения из представленных параметров износа оказались в исследовании согласно работе [5]. Это, вероятнее всего, можно объяснить влиянием двух следующих факторов. Диаграмма нагрузки в указанной работе представляет собой упрощенную форму, в которой воздействие постоянной максимальной величины силы в 3,5кН составляет значительный промежуток времени от длительности цикла ходьбы. При такой нагрузке контактные давления должны возрасти по сравнению с давлениями, полученными в настоящем исследовании, и действовать на более длительный промежуток времени. Это также должно привести к понижению коэффициента износа, но не столь значительно по сравнению с принятым в работе значением  $0,8 \cdot 10^6 \text{ мм}^3/\text{Нм}$ . Другой фактор – это более низкие механические характеристики материала СВМВПЭ, где модуль упругости  $E = 0,8 \cdot 10^5 \text{ МПа}$  и коэффициент Пуассона  $\nu = 0,47$ .

## 5. Заключение

Усовершенствован существующий метод моделирования износа пары трения в сферическом шарнире, включающем полимерную чашку (СВМВПЭ) в сочетании с металлической или керамической бедренной головкой, на основе решения контактной задачи с использованием конечно-элементного анализа при учете параметрической зависимости коэффициента износа от контактного давления, что исследовалось здесь впервые. Осуществлены проверки адекватности используемой модели с уточнением методики определения длины траектории скольжения точек на сферической поверхности.

Сравнение полученных результатов расчета параметров износа при постоянном коэффициенте износа и переменных коэффициентах, определенных по различным зависимостям, показало их близкое совпадение, а также хорошее согласование с предыдущими исследованиями, например [3, 9, 5], с учетом отличия механических характеристик материалов полимера и методов испытания. При этом применение в численных исследованиях постоянных коэффициентов износа требует определенного искусства в выборе значения этого коэффициента для получения достоверных результатов, что не всегда может быть достигнуто. В то же время в случае с переменными коэффициентами результаты оказываются более близкими даже при применении формул (4) и (5), полученных при испытании полимеров с различными по величине механическими характеристиками, например, модулями упругости. Разработанная методика является эффективным инструментом осуществления первоначального отборочного анализа конструкции, материалов и процесса изготовления ЭТБС и тем самым позволяет удешевить использование дорогостоящих экспериментальных исследований с применением моделирующих устройств.

Дальнейшие направления исследований заключаются в изучении влияния величины зазора в паре трения, диаметра головки и ряда других конструктивных параметров ЭТБС, а также истории нагружения (ходьба, подъем и опускание по лестнице, вставание со стула и посадка на него и др.) на величину износа его элементов с помощью настоящей методики. Кроме того, в лаборатории биомеханики предполагается выполнение экспериментального исследования износа полимерной чашки в тотальном эндопротезе тазобедренного сустава на моделирующем устройстве для сравнения результатов с выполненным численным исследованием.

## Библиографический список использованной литературы

1. Ingham E. Biological reactions to wear debris in total joint replacement / E. Ingham, J. Fisher // Proc. Instn Mech. Engrs, Part H: J. Engineering in Medicine. — 2000. — Vol. 214 (1). — P. 21–37.

2. Bowsher J.G. A hip simulator study of the influence of patient activity level on the wear of crosslinked polyethylene under smooth and roughened femoral conditions / J.G. Bowsher, J.C. Shelton // *Wear*. — 2001. — Vol. 250 (1-12). — P. 167–179.
3. Maxian T.A. A sliding-distance-coupled finite element formulation for polyethylene wear in total hip arthroplasty / T.A. Maxian, T.D. Brown, D.R. Pedersen, J.J. Callaghan // *J. Biomech.* — 1996. — Vol. 27. — P. 687–692.
4. Pietrabissa R. Wear of polyethylene cups in total hip arthroplasty: a parametric mathematical model / R. Pietrabissa, M. Raimondi, E. Di Marino // *Med. Engng Physics*. — 1998. — Vol. 20 (3). — P. 199–210.
5. The computer simulation of wear behavior appearing in total hip prosthesis / J.S.S. Wu, J.P. Hung, C.S. Shu, J.H. Chen // *Computer Meth. and Programs in Biomedicine*. — 2003. — Vol. 70 (1). — P. 81–91.
6. Smith S.L. The effect of diametral clearance, motion and loading cycles upon lubrication of metal-on-metal total hip replacements / S.L. Smith, D. Dowson, A.A.J. Goldsmith // *Proc. Instn Mech. Engrs, Part C: J. Mech. Engineering Sci.* — 2001. — Vol. 215 (1). — P. 1–5.
7. Implants for surgery – Wear of total hip-joint prostheses – Part 1: Loading and displacement parameters for wear-testing machines and corresponding environmental conditions for test. — ISO 14242-1:2002(E).
8. Wear mechanisms for ultra-high molecular weight polyethylene in the total hip prosthesis / H.J. Nusbaum, R.M. Rose, I.L. Paul et al. // *J. Appl. Polymer Sci.* — 1979. — Vol. 23. — P. 777–789.
9. A simple fully integrated contact-coupled wear prediction for ultra-high weight polyethylene hip implants / L. Kang, A.I. Galvin, Z.M. Jin, J. Fisher // *Proc. Instn Mech. Engrs, Part H: J. Engineering in Medicine*. — 2006. — Vol. 220 (1). — P. 35–46.
10. Wang A. Effect of contact stress on friction and wear of ultra-high molecular weight polyethylene in total hip replacement / A. Wang, A. Essner, R. Klein // *Proc. Instn Mech. Engrs, Part H: J. Engineering in Medicine*. — 2001. — Vol. 215 (2). — P. 133–139.
11. Vassiliou K. Is the wear factor in total joint replacements dependent on the nominal contact stress in ultra-high molecular weight polyethylene contacts? / K. Vassiliou, A. Unsworth // *Proc. Instn Mech. Engrs, Part H: J. Engineering in Medicine*. — 2001. — Vol. 218 (2). — P. 101–107.
12. Saikko V. Effect of contact pressure on wear and friction of ultra-high molecular weight polyethylene in multidirectional sliding / V. Saikko // *Proc. Instn Mech. Engrs, Part H: J. Engineering in Medicine*. — 2006. — Vol. 220 (7). — P. 723–731.
13. Пахалюк В.И. Численное определение кинематических параметров при моделировании износа в тотальном эндопротезе тазобедренного сустава / В.И. Пахалюк, И.Б. Десятов, М.Г. Ступко // *Вестник СевНТУ. Механика, энергетика, экология: сб. науч. тр.* — Севастополь: СевНТУ, 2011. — Вып. 119. — С. 18–25.
14. Calonijs O. Force track analysis of contemporary hip simulator / O. Calonijs, V. Saikko // *J. Biomechanics*. — 2003. — Vol. 36 (11). — P. 1719–1726.

*Поступила в редакцию 29.03.2014 г.*

**Пахалюк В.І., Іванов Є.М. Моделювання зносу у сферичному шарнірі з полімерним елементом тотального ендопротеза кульшового суглоба**

Вдосконалена модель зносу в сферичному шарнірі тотального ендопротеза кульшового суглоба, що включає чашку з надвисокої молекулярної ваги поліетилену (НВМВПЕ) у поєднанні з металевою або керамічною стегною голівкою. Модель зносу заснована на класичному рівнянні Арчарда-Ланкастера. З використанням кінцево-елементне моделювання при рішенні контактної задачі виконана якісна і кількісна оцінка зносу полімеру залежно від постійного і змінного коефіцієнта зносу і технічних параметрів шарніра.

**Ключові слова:** ендопротез кульшового суглоба, знос, надвисокої молекулярної ваги поліетилен (НВМВПЕ).

**Pakhaliuk V.I., Ivanov Y.M. Simulation of wear in spherical joint with polymer element of total hip joint prosthesis**

The advanced model of wear in a spherical joint of total hip prosthesis comprising a cup of ultra-high molecular weight polyethylene (UHMWPE) in combination with a metal or ceramic femoral head, is developed. Wear model is based on the classical Archard-Lancaster equation. Using finite element modeling solution of the contact problem, a qualitative and quantitative evaluation of the wear of the polymer depending on the constant and variable wear factor and technical parameters of the joint is conducted.

**Keywords:** hip joint prosthesis, wear, ultra-high molecular weight polyethylene (UHMWPE).