

УДК 534.231

**О.Р. Ластовенко, канд. физ.-мат. наук, доцент,**

**Ж.В. Маленко, аспирант,**

**А.А. Ярошенко, д-р физ.-мат. наук, профессор**

*Севастопольский национальный технический университет,*

*Кафедра высшей математики,*

*ул. Университетская 33, г. Севастополь, Украина, 99053*

## **ПРОСТРАНСТВЕННО-ЧАСТОТНЫЕ СТРУКТУРЫ ЗВУКОВОГО ПОЛЯ В ВОЛНОВОДАХ МЕЛКОГО МОРЯ С ПОГЛОЩЕНИЕМ**

*Рассматриваются две модели изоскоростных гидроакустических волноводов мелкого моря с поглощающим дном: модель Пекериса и волновод с дном в виде промежуточного слоя и полупространства. Численно решается дисперсионное уравнение, рассчитываются волновые числа в широком диапазоне частот. Определяется комплексный коэффициент передачи волновода. Исследуется пространственно-частотная структура акустического поля в координатах частота-дистанция и глубина-дистанция. Показана возможность дифракционной фокусировки поля в очень мелком море.*

**Ключевые слова:** акустическое поле, нормальные волны, гидроакустический волновод.

**Введение.** Мелким принято считать море, в котором звуковое поле определяется акустическими характеристиками слоистого дна и профилем скорости звука [1]. Тогда «очень мелким» можно назвать такое море, в котором влиянием профиля скорости звука можно пренебречь, но необходимо учитывать поглощение акустической энергии в дне. При учёте затухания в средах закон Снеллиуса становится неприменим, и критические частоты мод должны определяться, исходя из условий излучения [2]. В этом случае собственные моды для волновода с поглощающим дном разделяются на диссипативные и захваченные. Комплексные волновые числа, соответствующие собственным модам, являются решениями дисперсионного уравнения, и для них выполняется условие излучения, однако для диссипативных мод угол скольжения эквивалентного луча оказывается больше критического [2].

Гидроакустический волновод можно рассматривать как пространственно-временной и частотный фильтр с распределёнными по длине трассы параметрами, влияние которого на распространяющийся сигнал задаётся с помощью комплексного коэффициента передачи (ККП) [3]. ККП волновода для точечного тонального источника возможно получить непосредственно из представления акустического поля в виде суммы нормальных волн.

При распространении сигналов (в простейшем случае – тональной частоты) в гидроакустических волноводах формируется сложная интерференционная структура акустического поля, которая графически отображается в виде зависимостей интенсивности (или модуля) поля в различных координатах, например:  $z$ - $r$  диаграммы – зависимость интенсивности поля тонального источника от глубины и расстояния;  $f$ - $r$  диаграммы (пространственно-частотные) – зависимость интенсивности поля от частоты тонального источника и расстояния.

Изучению экспериментально полученных или моделированных  $f$ - $r$  диаграмм и поиску возможностей извлечь из них информацию о акустических характеристиках сред посвящены работы [4-10]. Рассматриваются модели подводного звукового канала в океане [6, 7], идеального волновода, мелкого моря с глубинами  $h \sim 200$  м; поглощение акустической энергии не учитывается [4-6, 8-10]. Для очень мелкого моря (с глубинами  $h \sim 20$  м, характерными для северо-западной части Черного моря), значительное влияние на интерференционную картину поля будет оказывать поглощение звука в дне.

Вследствие конструктивной интерференции мод, периодически повторяющейся с увеличением расстояния, в гидроакустических волноводах может возникать явление дифракционной фокусировки (ДФ) поля, проявляющееся в формировании пространственно ограниченных областей повышенной акустической «освещённости». Существование ДФ поля доказано как для океанических волноводов типа ПЗК, так и для волноводов мелкого моря [7, 11-13]. Однако, не исследованным является вопрос о существовании ДФ в поглощающих волноводах очень мелкого моря, в которых большая утечка энергии высших мод с одной стороны способствует проявлению картины ДФ, а с другой – препятствует, поскольку перестает выполняться одно из необходимых условий интерференции – равенство амплитуд.

**Постановка задачи.** Рассматриваются две аналитически разработанные модели волноводов мелкого моря: модель I (Пекериса) – с дном в виде полупространства с поглощением и модель II (трехслойный волновод) – с дном, состоящим из промежуточного слоя и полупространства с поглощением. Модель II «трехслойного» волновода состоит из областей «1», «2», «3»: водный слой глубиной  $h$ , промежуточный толщиной  $d$ , полупространство, с плотностями  $\rho_j$  и скоростями звука  $c_j$ ,  $j = 1, 2, 3$ . В модели I промежуточный слой отсутствует,  $j = 1, 2$ . Глубина  $z$  отсчитывается от поверхности.

Волновое число  $k_1$  в воде действительно, а  $k_2$  и  $k_3$  в слое и полупространстве – комплексны:  $k_1 = \omega/c_1$ ,  $k_2 = \omega/c_2 - i\gamma_2$ ,  $k_3 = \omega/c_3 - i\gamma_3$ , где  $\gamma_2, \gamma_3$  – тангенсы углов потерь, величины которых определяются физическими свойствами сред;  $\omega$  – циклическая частота.

Для расчета волновых чисел дисперсионное уравнение целесообразно записать в виде [14]

$$1 + V \exp(2ib_1h) = 0, \quad (1)$$

где  $b_1$  – вертикальное волновое число в водном слое;  $V$  – коэффициент отражения от слоистого дна.

**Целью исследования** является вычисление пространственно-частотной структуры акустического поля в координатах частота-дистанция, глубина-дистанция и исследование возможности дифракционной фокусировки поля в очень мелком море.

**Пространственно-частотные картины поля.** Для численного решения уравнение (1) преобразовано к виду

$$-2hb_{1l} + (2l-1)\pi - i \ln(V) = 0, \quad (2)$$

$l = 1, 2, 3, \dots$  – номер моды. Коэффициент отражения  $V$  и входной импеданс дна  $Z_{ex}$  рассчитывались по формулам [14]:

$$V = \frac{Z_{ex} - Z_1}{Z_{ex} + Z_1}, \quad Z_{ex} = \frac{Z_3 - iZ_2 \operatorname{tg}(b_2d)}{Z_2 - iZ_3 \operatorname{tg}(b_2d)} Z_2, \quad (3)$$

где  $b_2$  – вертикальное волновое число в промежуточном слое «2»;  $Z_{1,2,3} = \rho_{1,2,3}/b_{1,2,3}$  – импедансы слоев «1», «2» и полупространства «3». Вертикальные волновые числа в промежуточном слое и полупространстве в (3) были выражены через  $b_1 = b_{1l}$  с помощью соотношений:  $b_2 = b_{2l} = \sqrt{k_2^2 - \xi_l^2}$ ,  $b_3 = b_{3l} = \sqrt{k_3^2 - \xi_l^2}$ ,  $\xi_l = -\sqrt{k_1^2 - b_{1l}^2}$ , где  $\xi_l$  – горизонтальное волновое число. Уравнение (2) решалось методом секущих [15]. Начальные приближения корней  $0,5\pi/h$  и  $\pi/h$ .

Комплексные коэффициенты передачи, определённые согласно [3], могут быть получены непосредственно из представлений поля в водном слое как суммы нормальных волн [14], и записаны следующим образом:

для модели I

$$H(r, z, f) = \frac{1}{Q} \sum_{l=1}^{\infty} \frac{b_{1l} \sin(b_{1l}z) \cdot \sin(b_{1l}z_0)}{b_{1l}h - \sin(b_{1l}h) \cos(b_{1l}h) - m_{21}^{-2} \sin^2(b_{1l}h) \operatorname{tg}(b_{1l}h)} \cdot H_0^{(1)}(\xi_l r), \quad (4)$$

для модели II

$$H(r, z, f) = \frac{1}{Q} \sum_{l=1}^{\infty} m_{12} \frac{b_{1l} b_{2l}^2}{D} \sin(b_{1l}z_0) \sin(b_{1l}z) H_0^{(1)}(\xi_l r), \quad (5)$$

где  $D = (b_2^2 - b_1^2) \sin(2b_1h) / 2 - b_2^2 b_1 h - m_{21}^{-1} b_1 d \cos^2(b_1h) \cdot (m_{21}^2 b_1^2 + b_2^2 \operatorname{tg}^2(b_1h)) -$   
 $- i \frac{m_{31} b_1 (b_3^2 - b_2^2) \cos^2(b_1h) \cdot (m_{21}^2 b_1^2 + b_2^2 \operatorname{tg}^2(b_1h))}{b_3 (m_{21}^2 b_3^2 - m_{31}^2 b_2^2)}$ ,  $m_{21} = \rho_2/\rho_1$ ,  $m_{31} = \rho_3/\rho_1$ ,  $Q$  – нормирующий множитель.

Убыль амплитуды поля по длине трассы в акустике океана характеризуют «потерями при распространении»  $TL$  (transmission loss), выражаемыми в децибелах, и определяемым как:

$$TL = -20 \log_{10} \left| \frac{p(r, z, \omega)}{p(r=1, \omega)} \right|, \quad (6)$$

где  $p(r=1, \omega) = \exp(i\omega/c_1)/4\pi$  – поле точечного источника на расстоянии 1 м в безграничной среде. Полагая  $Q = \exp(i\omega/c_1)/4\pi$ , получаем, что  $TL = -20 \log_{10} |H(r, z, f)|$  – нормированная на геометрическую расходимость величина потерь при распространении.

На рисунке 1 показаны АЧХ моделей волноводов с параметрами, характерными для северо-западной части Черного моря [16]: модель I –  $h = 20$  м,  $c_2/c_1 = 1.28$ ,  $\rho_2/\rho_1 = 1.9$ ,  $\gamma_2 = 0.03$  (грунт – песок); модель II –  $h = 20$  м,  $d = 40$  м,  $c_2/c_1 = 1.02$ ,  $c_3/c_1 = 1.28$ ,  $\rho_2/\rho_1 = 1.4$ ,  $\rho_3/\rho_1 = 1.9$ ,  $\gamma_2 = 0.01$ ,  $\gamma_3 = 0.03$  (грунт – слой ила на подстилающем песке).

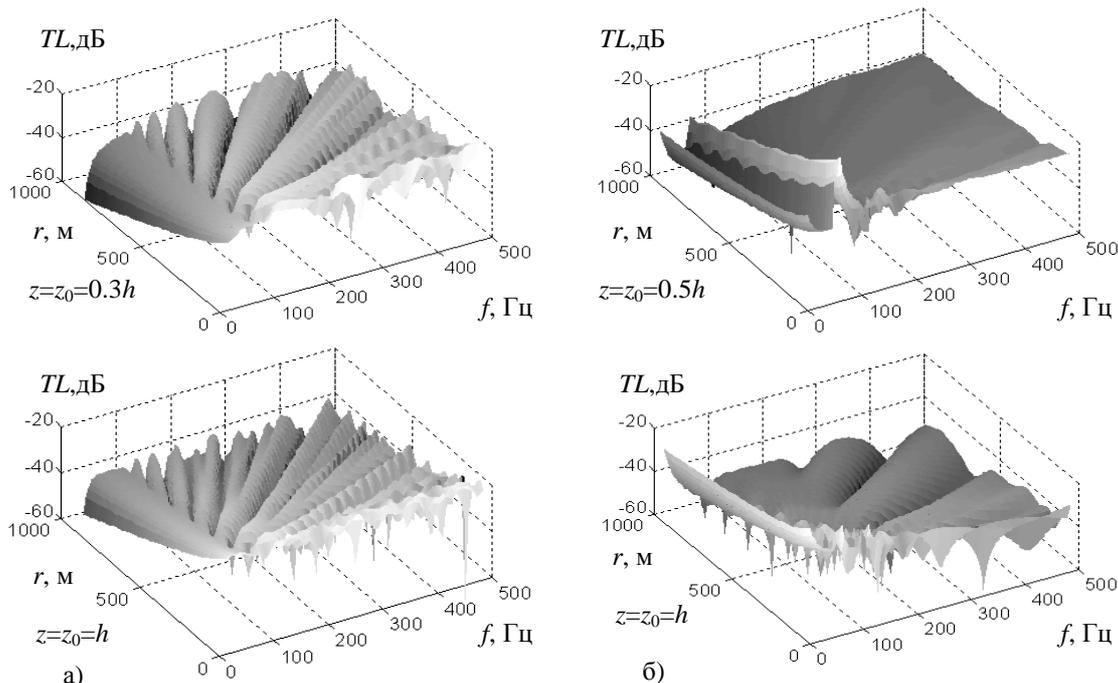


Рисунок 1 – Пространственно-частотные интерференционные картины поля:  
 а) волновод Пекериса; б) трехслойный волновод

Интерференционная картина поля формируется начиная с расстояний, когда разность фаз  $|\Delta\zeta| = (\xi_{l-1} - \xi_l)r$  между модами с соседними номерами приближается к  $\pi$  при сравнимых амплитудах. Для произвольных номеров мод  $l$  и  $m$  фазовое условие максимумов имеет вид

$$|\Delta\zeta| = \Delta\xi_{lm}(f)r = 2\pi q, \quad \Delta\xi_{lm}(f) = |\xi_l(f) - \xi_m(f)|, \quad (7)$$

$q = 1, 2, \dots$  – номер линии. Уравнение (7) устанавливает функциональную связь независимых переменных  $f$  и  $r$ , которая существует между ними на линии максимума. Линии максимумов каждой пары мод повторяются на плоскости  $f, r$  через расстояния вдоль оси  $r$ , равное длине волны интерференции  $\Lambda_{lm}(f) = 2\pi/\Delta\xi_{lm}(f)$ , зависящей от частоты излучения. Как видно из рисунка 2, с возрастанием частоты разность горизонтально-волновых чисел  $\Delta\xi_{lm}(f)$  между модами уменьшается, что должно приводить к увеличению  $\Lambda_{lm}(f)$ .

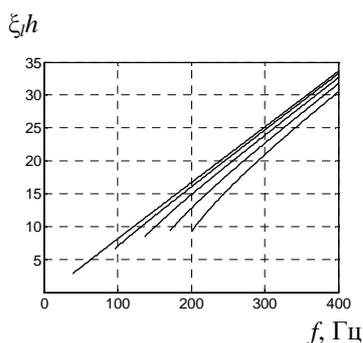


Рисунок 2 – Частотные зависимости горизонтально-волновых чисел для волновода Пекериса: 1–5 моды

Описанные закономерности формирования пространственно-частотной картины поля позволяют качественно объяснить ее особенности в волноводах мелкого моря с поглощением. Расстояние между линиями максимумов вдоль оси  $f$  определяется не столько характером дисперсии  $\xi_j(f)$  (который для трехслойного и для волновода Пекериса близок), сколько зависимостями от частоты амплитуд мод, представленными на рисунке 3. АЧХ отдельных мод на рисунке 3 нормированы на максимум  $|H_1|$  при  $z = z_0 = h$ . Поскольку АЧХ мод сильно зависят от акустических параметров сред (скорости звука, угла потерь, плотности), они немонотонны и различны для разных глубин, а частотные осцилляции поля неперIODичны. Интерференционная картина наиболее сложна для волновода Пекериса при  $z = z_0 = h$ . Разделения (бифуркации) линий максимумов с изменением угла наклона к оси расстояний привязаны к критическим частотам мод. При  $z = z_0 = 0.3h$  на АЧХ отдельных мод (рисунок 3, а) существенно больший уровень возбуждения наблюдается у 1-й и 2-й мод, причем

разность уровней оказывается слабо зависящей от частоты. Вследствие, на зависимости  $TL(f, r)$  (рисунок 1, а) выделяются линии интерференционных максимумов 1-й и 2-й мод с более высокими, чем у дна уровнями акустической «освещенности». Чтобы при изменении расстояния между источником и приемником на величину  $\Delta r$  вновь оказаться в области фокусировки поля необходимо изменить частоту излучения на величину  $\Delta f = \Delta r(\Delta f/\Delta r)_{12}$ , где  $(\Delta f/\Delta r)_{12}$  – постоянный для каждой линии максимумов тангенс угла наклона к оси расстояний.

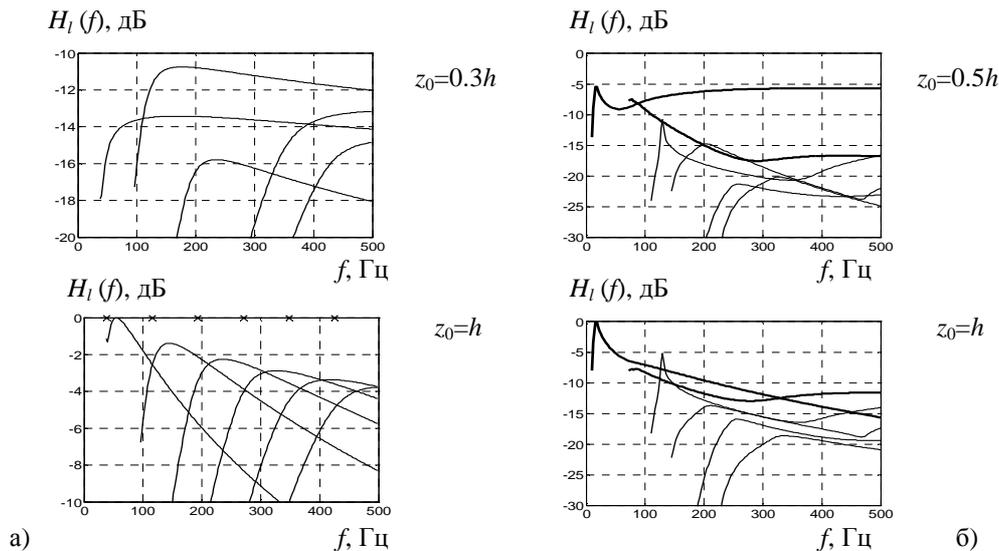


Рисунок 3 – Амплитудно-частотные характеристики отдельных мод:  
 а) волновод Пекериса; б) трехслойный волновод

Для трехслойного волновода поглощение дном колебаний, переносимых модами с номерами  $l > 2$ , значительно больше. Картина  $TL(r)$  при  $z = z_0 = h$  на рисунке 1, б почти периодична, и формируется при интерференции только 1-й и 2-й моды (выделены на рисунке 3, б толстыми линиями). При  $z = z_0 = 0.5h$  создаются условия для дифракционной фокусировки поля: уровни возбуждения равны – рисунок 3, б, частота  $f \approx 75$  Гц; разность горизонтально-волновых чисел  $\Delta \xi_{12}(f)$  практически не зависит от частоты – рисунок 2. На указанной частоте образуется максимум поля – рисунок 1, б. На других частотах почти постоянное поле только 1-й моды.

Интерференционная картина акустического поля в координатах глубина-дистанция ( $z-r$ ) и глубина-разность фаз ( $z-(\xi_1-\xi_2)r/\pi$ ) представлены в яркостном виде на рисунке 4. Источник тональный, складываются только первая и вторая моды.

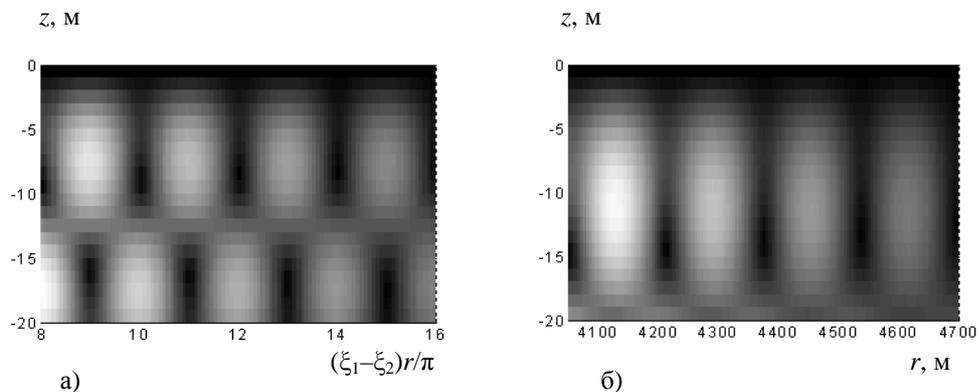


Рисунок 4 – Интерференционная картина акустического поля при сложении двух мод:  
 а) волновод Пекериса, координаты глубина – разность фаз; б) трехслойный волновод, координаты глубина – дистанция

На рисунке 4, а две области фокусировки – верхняя и нижняя, сдвинутые относительно друг друга вдоль оси разности фаз (прямо пропорциональной дистанции) на  $\pi$ . Две области максимумов с периодами по горизонтали, равным  $2\pi$ , формируются за счет изменения фазы 2-й моды на  $180^\circ$  на горизонте  $z \approx 12.5$  м. На этой глубине профиль 2-й моды ( $\sin(b_{12}z)$ ) – см. (4) проходит через ноль.

В трехслойном волноводе – рисунок 4, б ( $d = 2h$ ) вертикальная структура нормальных волн иная, «противофазная» составляющая поля 2-й моды расположена в толщине промежуточного слоя, вследствие область фокусировки – одна и проходит примерно вдоль «главной акустической оси» волновода. Из яркостной картины на рисунке 4 видно, что уровень поля в соседних областях

фокусировок довольно значительно отличается, однако строгая пространственная периодичность сохраняется вплоть до значительных ( $\sim 10$  км) расстояний.

**Заключение.** Моделирование показало, что дифракционная фокусировка поля в поглощающих волноводах – редкое явление. Хотя фазовое условие максимумов между модами выполняется со строгой пространственной периодичностью, основным препятствием для ДФ является сильная зависимость амплитуд мод от акустических характеристик слоистого дна.

Сравнение интерференционных картин поля, показанных на рисунках 1 и 4 для разных моделей волноводов, позволяет сделать вывод о возможности различить не только «однородную» или слоистую структуру дна, но и при наличии ДФ поля примерно оценить толщину слоя, граничащего с водным. Действительно, подсвечивая акустическую трассу источником тонального звука и перемещая приемник вдоль трассы, можно определить пространственный период интерференции  $\Lambda_{lm}(f)$ , а затем из уравнения  $\Lambda_{lm}(f) = 2\pi/\Delta\xi_{lm}(f)$  и разность горизонтально-волновых чисел. Принимая во внимание, что колебания мод с номерами  $l > 2$  в слоистом волноводе быстро поглощаются дном, существование пространственной интерференции с малыми периодами будет свидетельствовать, что дно достаточно однородно и сложено грубыми плотными осадками.

Осуществляя «маломодовую» подсветку тональным источником, перемещая два приемника на разных глубинах – вблизи дна и поверхности и регистрируя расстояние между минимумами акустического поля, можно из уравнения (7) определить разность волновых чисел с достаточной точностью. Зафиксировав глубину горизонта, на котором фокусировка поля отсутствует, возможно оценить фазу коэффициента отражения и толщину слоя, граничащего с водным.

#### **Библиографический список использованной литературы**

1. Кацнельсон Б.Г. Акустика мелкого моря / Б.Г. Кацнельсон, В.Г. Петников. — М.: Наука, 1997. — 191 с.
2. Buckingham M.J. On the acoustic field in a Pekeris waveguide with attenuation in the bottom half-space / M.J. Buckingham, E.M. Giddens // J. Acoust. Soc. Am. — 2006, January. — Vol. 119. — № 1. — P. 123–147.
3. Ластовенко О.Р. Моделирование передаточных и импульсных характеристик гидроакустических волноводов. Волновод с абсолютно отражающими границами / О.Р. Ластовенко, В.А. Лисютин, А.А. Ярошенко // Акустичн. вісник. — 2007. — Т. 10. — № 4. — С. 59–69.
4. Веденев А.И. Оценка акустических параметров морского дна по интерференции широкополосного звука / А.И. Веденев, В.В. Гончаров, Б.Ф. Курьянов // Акустические волны в океане. — М.: Наука, 1987. — С. 162–174.
5. Иванова Г.К. К вопросу о пространственно-частотной зависимости звукового поля в слоистых средах / Г.К. Иванова // Акуст. журн. — 1984. — Т. XXX. — Вып. 4. — С. 490–494.
6. Бородина Е.Л. Пространственно-частотная интерференционная структура акустических полей в океанических волноводах / Е.Л. Бородина, Ю.В. Петухов // Акуст. журн. — 2001. — Т. 47. — № 3. — С. 313–319.
7. Петухов Ю.В. Периодическое пространственное переформирование интерференционной структуры и дифракционная фокусировка акустических полей в океанических волноводах / Ю.В. Петухов // Акуст. журн. — 2000. — Т. 46. — № 3. — С. 384–391.
8. Исследование интерференционной структуры акустического поля в мелком море / С.В. Буренков, Н.Л. Дзенис, А.В. Кишко, Е.А. Ривелис // Акуст. журн. — 1990. — Т. 36. — Вып. 2. — С. 395–398.
9. Абросимова Д.И. Особенности пространственной интерференционной структуры акустического поля в мелком море / Д.И. Абросимова, Ю.В. Петухов // Акуст. журн. — 2000. — Т. 46. — № 1. — С. 5–12.
10. Бородина Е.Л. Влияние осадочного слоя дна на возбуждение акустических мод и боковых волн в мелком море / Е.Л. Бородина, Ю.В. Петухов // Акуст. журн. — 2000. — Т. 46. — № 4. — С. 347–446.
11. Абросимова Д.И. Дифракционная фокусировка акустического поля в подводном звуковом канале / Д.И. Абросимова, Ю.В. Петухов // Акуст. журн. — 2000. — Т. 46. — № 2. — С. 149–156.
12. Бородина Е.Л. Влияние осадочного слоя дна на дифракционную фокусировку акустического поля в мелком море / Е.Л. Бородина, Ю.В. Петухов // Акуст. журн. — 2001. — Т. 47. — № 5. — С. 590–596.
13. Бородина Е.Л. Влияние стратификации скорости звука в осадочном слое дна на дифракционную фокусировку акустического поля в мелком море / Е.Л. Бородина, Ю.В. Петухов // Акуст. журн. — 2002. — Т. 48. — № 5. — С. 602–608.
14. Бреховских Л.М. Волны в слоистых средах / Л.М. Бреховских. — М.: Наука, 1973. — 343 с.
15. Мэтьюз Д. Численные методы. Использование MATLAB: пер. с англ. / Д. Мэтьюз, К. Финк. — М.: Вильямс, 2001. — 720 с.

16. Богушевич В.К. Особенности влияния нижней границы волновода на угловую структуру звукового поля в шельфовых районах Северо-Западной части Черного моря / В.К. Богушевич, Л.Н. Замаренова, М.И. Скипа // Мор. гидрофиз. журн. — 2003. — № 5. — С. 40–46.

*Поступила в редакцию 03.04.2014 г.*

**Ластовенко О.Р., Маленко Ж.В., Ярошенко О.О. Просторово-частотні структури акустичного поля в хвилеводах мілкого моря з поглинанням**

Розглядаються дві моделі ізошвидкісних гідроакустичних хвилеводів мілкого моря з поглинаючим дном: модель Пекериса і хвилевід з дном у вигляді проміжного шару і напівпростору. Чисельно розв'язується дисперсійне рівняння, розраховуються хвильові числа у широкому діапазоні частот. Визначається комплексний коефіцієнт передачі хвилевода. Досліджується просторово-частотна структура акустичного поля в координатах частота-дистанція і глибина–дистанція. Показується можливість дифракційної фокусування поля в дуже мілкому морі.

**Ключові слова:** акустичне поле, нормальні хвилі, гідроакустичний хвилевід.

**Lastovenko O.R., Malenko Zh.V., Yaroshenko A.A. Space-frequency acoustic field structure in the shallow water waveguides with the absorption**

In the article two models of isovelocity hydroacoustic shallow water waveguides with the absorption: Pekeris model and waveguide with the half-space bottom with the intermediate layer are considered. The dispersion equation is numerically solved, the wave numbers in wide frequency range are calculated. The complex transfer waveguide function determined. The space-frequency structure of the acoustic field in frequency-distance and depth-distance coordinates is investigated. The possibility of diffraction field focusing in the very shallow sea is shown.

**Keywords:** acoustic field, normal modes, hydroacoustic waveguide.