

УДК 621.86.065

**И.М. Чаюн, профессор, д-р техн. наук**

*Одесский национальный политехнический университет*

*просп. Шевченко, 1, г. Одесса, Украина, 65044*

*E-mail: nepalvic@ukr.net*

## **ДВА НАПРАВЛЕНИЯ В СТРОИТЕЛЬНОЙ МЕХАНИКЕ КАНАТА**

*Предлагается в расчете стальных канатов на прочность, который согласно регламентированным Правилам вне зависимости от схемы нагружения сводится к выбору по разрывному усилию, равному 0,83 от суммарного разрывного усилия его проволок, использовать несколько прочностных характеристик, отвечающих конкретной схеме нагружения каната. Такие характеристики предлагается определять аналитически на основе разработанного метода.*

**Ключевые слова:** прочность, метод расчета, несущая способность.

**Введение.** Несмотря на многочисленные исследования по напряженно-деформированному состоянию канатов, регламентированная методика их расчета на прочность базируется на весьма упрощенной расчетной схеме. Согласно Правил устройства и безопасной эксплуатации машин [1] расчет канатов на статическую прочность предписано выполнять по методике, которая сводится к формуле

$$F_0 = \kappa \cdot P_c \geq S \cdot Z_p, \quad (1)$$

где  $F_0$  – разрывное усилие каната в целом (прочностная характеристика, по которой канат выбирается из таблиц ГОСТов, сертификатов);  $\kappa$  – коэффициент, который в [2] равен 0,83 (обобщенно для различных схем нагружения будем называть коэффициентом уменьшения несущей способности каната по отношению к суммарному разрывному усилию проволок каната);  $P_c = \sigma_b A$  – суммарное разрывное усилие проволок каната;  $\sigma_b$  – предел прочности проволок согласно маркировочной группе;  $A$  – суммарная площадь сечения проволок каната;  $S$  – наибольшее натяжение ветви каната;  $Z_p$  – по формулированию в [1] «минимально допустимый коэффициент использования каната». Такого же уровня упрощение в расчете канатов на прочность и в странах ЕС [2].

По сути формулы (1) канат по этой предельно упрощенной расчетной схеме отождествляется стержнем с площадью поперечного сечения  $0,83A$ , испытывающим растяжение.

**Первое направление.** Канат – это стержневая многократно статически неопределимая конструкция, элементы которой испытывают весь комплекс деформаций. Эта особенность явилась для проф. М.Ф. Глушко обоснованием в его докторской диссертации, защищенной в 1962 году, выделять расчеты по витым проволочным конструкциям в «строительную механику каната» [3].

Основным элементом в исследованиях проф. Глушко и его учеников рассматривается проволока в спиральном канате или прядь в канате двойной свивки. Внутренние силовые факторы в сечении элемента получены на основе решения системы уравнений Кирхгофа с использованием теоремы Кастилиано и метода сил. Эта расчетная схема базируется на существенных упрощениях: не учитывается поперечное сужение, считается отсутствующим трение между элементами. Для схем растяжения и кручения спирального каната решение доведено до вычисления деформаций и напряжений в проволоках и результаты с удовлетворительной точностью подтверждаются экспериментами [3].

Применение подобной расчетной схемы к изгибу спирального каната [4], а также изгибу пряди в канате двойной свивки [5] несмотря на указанные упрощения выливается в очень громоздкие решения, которые не доведены до численных результатов. Такая же громоздкость в исследованиях с результатами, не доведенными до деформаций и напряжений в проволоках при применении аналогичной расчетной схемы в [6] для зоны перехода прямого каната в изогнутый на вращающемся барабане. Эта же схема применена в исследованиях [7].

**Второе направление.** Преемственным развитием строительной механики каната и одновременно использованием другого направления можно считать работу [8], где взяты на вооружения геометрические уравнения, разработанные проф. Глушко М.Ф., но дальнейшее развитие расчетной схемы по определению деформаций каната и описанию деформированно-напряженного состояния его проволок выполнено иным путем. Этот путь состоит в том, что внимание обращено не на теорему Кастилиано, а на теорему Лагранжа. И тем самым в развитии исследований получилась новая теорема с такой формулировкой: *вторая частная производная от удельной потенциальной энергии деформирования системы, в частности каната, по обобщенной деформации равна соответствующей жесткости каната* [8, 9]:

$$G_{kj} = \frac{\partial^2 u}{\partial \Delta_k \partial \Delta_j}; \quad k = j = 1, 2, 3, 4, \quad (2)$$

где  $u$  – удельная потенциальная энергия деформирования каната;  $\Delta_k, \Delta_j$  – деформации каната: растяжения  $\Delta_1 = \varepsilon$ ; кручения  $\Delta_2 = \theta$ ; изгиба в плоскости барабана  $\Delta_3 = \chi$ ; из плоскости барабана  $\Delta_4 = \zeta$ .

При упругом деформировании удельная потенциальная энергия:

$$u = \frac{1}{2} \sum_1^s \Lambda (\Phi_p e^2 + \Phi_t t^2 + \Phi_u (b^2 + n^2)), \quad (3)$$

где  $s$  – число проволок в канате;  $\Lambda = 1/\cos \alpha \cos \beta$ ;  $\alpha, \beta$  – углы свивки проволок в прядь и прядей в канат;  $\Phi_p = EA$ ,  $\Phi_t = 2GI$  и  $\Phi_u = EI$  – продольная, крутильная и изгибная жесткости проволок.

На основании (2) и (3) с учетом выражений деформаций проволок в канате после дифференцирования и преобразований получена совокупность жесткостей, составляющая глобальную матрицу каната

$$|G| = \begin{vmatrix} G_{11} & G_{12} & G_{13} & G_{14} \\ G_{21} & G_{22} & G_{23} & G_{24} \\ G_{31} & G_{32} & G_{33} & G_{34} \\ G_{41} & G_{42} & G_{43} & G_{44} \end{vmatrix} = \sum_1^s \Lambda_i |K_i| \begin{vmatrix} \Phi_{p_i} & & & 0 \\ & \Phi_{t_i} & & \\ & & \Phi_{u_i} & \\ 0 & & & \Phi_{u_i} \end{vmatrix} \cdot |K_i|^T, \quad (4)$$

где  $G_{11}, G_{22}$  и  $G_{33}, G_{44}$  – главные жесткости (продольная, крутильная и изгибные);  $G_{12} = G_{21}$ ;  $G_{13} = G_{31}$ ;  $G_{14} = G_{41}$ ;  $G_{23} = G_{32}$ ;  $G_{24} = G_{42}$ ;  $G_{34} = G_{43}$  – жесткости влияния;  $|K_i|$  – матрица удельных деформаций  $i$ -ой проволоки в канате

$$|K_i| = \begin{vmatrix} K_{e\varepsilon} & K_{t\varepsilon} & K_{b\varepsilon} & K_{n\varepsilon} \\ K_{e\theta} & K_{t\theta} & K_{b\theta} & K_{n\theta} \\ K_{e\chi} & K_{t\chi} & K_{b\chi} & K_{n\chi} \\ K_{e\zeta} & K_{t\zeta} & K_{b\zeta} & K_{n\zeta} \end{vmatrix} = |KT_i| \cdot |KF_i| = \begin{vmatrix} \bar{K}_{E\varepsilon} & \bar{K}_{T\varepsilon} & \bar{K}_{B\varepsilon} & 0 \\ \bar{K}_{E\theta} & \bar{K}_{T\theta} & \bar{K}_{B\theta} & 0 \\ \bar{K}_{E\chi} & \bar{K}_{T\chi} & \bar{K}_{B\chi} & \bar{K}_{N\chi} \\ \bar{K}_{E\zeta} & \bar{K}_{T\zeta} & \bar{K}_{B\zeta} & \bar{K}_{N\zeta} \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} K_{eE} & K_{tE} & K_{bE} & 0 \\ K_{eT} & K_{tT} & K_{bT} & 0 \\ K_{eB} & K_{tB} & K_{bB} & K_{nB} \\ K_{eN} & K_{tN} & K_{bN} & K_{nN} \end{vmatrix}; \quad (5)$$

$|KT_i|$  – матрица удельных деформаций пряди в канате, в которую входит  $i$ -я проволока;  $|KF_i|$  – матрица удельных деформаций  $i$ -ой проволоки в пряди.

В элементах матрицы  $|K_i|$  первый индекс указывает деформацию проволок в канате ( $e$  – продольная;  $t$  – кручения;  $b$  и  $n$  – изгиба), а второй – деформацию каната, от которой происходит данная деформация проволоки.

В элементах матрицы  $|KT_i|$  первый индекс указывает деформацию пряди в канате ( $E$  – продольная;  $T$  – кручения;  $B$  и  $N$  – изгиба), а второй индекс указывает деформацию каната, от которой происходит данная деформация пряди.

В элементах матрицы  $|KF_i|$  первый индекс указывает деформацию проволоки в пряди ( $e$  – продольная;  $t$  – кручения;  $b$  и  $n$  – изгиба), а второй – деформацию пряди, с которой непосредственно связана данная деформация проволоки.

Элементы матрицы  $|KF_i|$  получаются на основе геометрических уравнений деформации проволок в канате одинарной свивки (пряди) [3] с учетом поперечного сужения [8] и трения [8, 9]:

$$K_{eE} = \cos^2 \alpha (1 - \mu_E \operatorname{tg}^2 \alpha); \quad (6)$$

$$K_{tE} = v_{tE} \cos^2 \alpha \sin^2 \alpha \operatorname{tg} \alpha (1 + \mu_E) r^{-1}; \quad (7)$$

$$K_{bE} = -v_{bE} \cos^2 \alpha \sin^2 \alpha (1 + \mu_E) r^{-1}; \quad (8)$$

$$K_{eT} = v_{eT} \cos^2 \alpha \operatorname{tg} \alpha (r - \mu_T \operatorname{tg} \alpha); \quad (9)$$

$$K_{tT} = v_{tT} \cos^4 \alpha (1 + \mu_T r^{-1} \operatorname{tg}^3 \alpha); \quad (10)$$

$$K_{bT} = v_{bT} \cos^4 \alpha \operatorname{tg} \alpha (2 + \operatorname{tg}^2 \alpha - \mu_T r^{-1} \operatorname{tg} \alpha); \quad (11)$$

$$K_{eB} = v_{eB} r \cos^2 \alpha \cos \varphi; \quad (12)$$

$$K_{tB} = -\cos^2 \alpha \sin 2\alpha \cos \varphi; \quad (13)$$



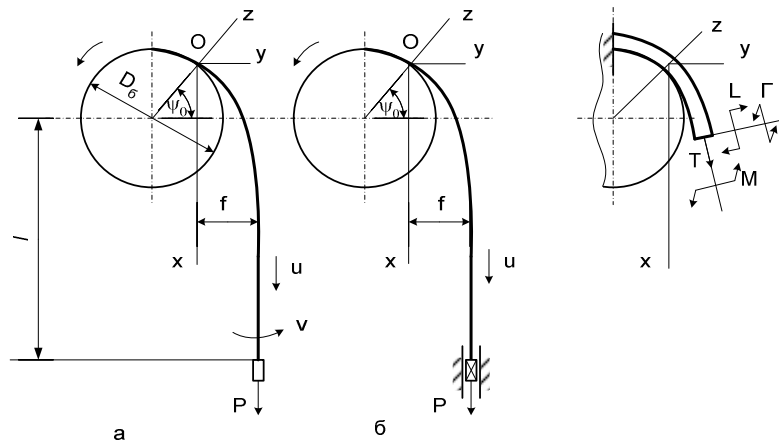


Рисунок 1 – Схемы нагружения каната:  
 а – свободно подвешенным грузом; б – грузом в направляющих

Следует также отметить, что теоретически при диаметре барабана  $D \rightarrow \infty$  данная расчетная схема нагружения вырождается в известный случай растяжения каната в направляющих (чистое растяжение по терминологии М.Ф. Глушко). При этом имеет место только продольная деформация каната [3]:

$$\epsilon = P / G_{11}. \tag{28}$$

**Растяжение с изгибом при свободно подвешенном грузе.** При такой схеме нагружения (рисунок 1, а)  $M_n = 0$ . Отсюда  $M = \Gamma = 0$ . Деформации каната получаются аналогично на основании уравнения (21) с учетом (23):

$$\begin{aligned} \epsilon &= P(A_{11} + A_{13}e^{-kx})/|D|; & \theta &= P(A_{12} + A_{23}e^{-kx})/|D|; \\ \chi &= P(A_{13} + A_{33}e^{-kx})/|D|; & \zeta &= P(A_{14} + A_{34}e^{-kx})/|D|. \end{aligned}$$

При  $G_{13} = G_{14} = G_{23} = G_{24} = G_{34} = 0$  продольная и крутильная деформации приобретают вид (29), присущий схеме растяжения каната свободно подвешенным грузом.

**Растяжение прямого каната свободно подвешенным грузом.** На основании (21) с учетом зависимостей (23) получается, что при диаметре блока  $D \rightarrow \infty$  данная схема нагружения каната представляет частный случай предыдущей. При этом реакция направляющих груза  $M_n = 0$ , откуда  $M = L = \Gamma = 0$ . Тогда деформации каната

$$\epsilon = PA_{11}/|D|; \quad \theta = PA_{12}/|D|; \quad \chi = PA_{13}/|D|; \quad \zeta = PA_{14}/|D|.$$

При нулевых жесткостях влияния  $G_{13}, G_{14}, G_{23}, G_{24}, G_{34}$  деформации растяжения и кручения каната определяются по формулам М.Ф. Глушко [3]:

$$\epsilon = \frac{PG_{22}}{G_{11}G_{22} - G_{12}^2}; \quad \theta = -\frac{PG_{12}}{G_{11}G_{22} - G_{12}^2}, \tag{29}$$

а деформации изгиба равны нулю.

**Растяжение каната грузом в направляющих.** Эта схема может рассматриваться как частный случай первой схемы, если полагать, что диаметр блока  $D \rightarrow \infty$ . При этом моменты  $L = \Gamma = 0$ , а также деформация кручения  $\theta = 0$ . Остальные деформации каната на основании уравнения (21) будут такими:

$$\epsilon = P(A_{11} - A_{12}^2/A_{22})/|D|; \quad \chi = P(A_{13} - A_{12}A_{23}/A_{22})/|D|; \quad \zeta = P(A_{14} - A_{12}A_{24}/A_{22})/|D|.$$

При жесткостях  $G_{13} = G_{14} = G_{23} = G_{24} = G_{34} = 0$  деформации изгиба  $\chi = \zeta = 0$ , деформация растяжения  $\epsilon$  определяется по (28).

После вычисления деформаций каната деформации проволок определяются формулой

$$|D\Pi| = |DK||K|,$$

где  $|D\Pi|$  – матрица деформаций проволок; это блочная матрица  $1 \times s$ . Каждый ее компонент представляет матрицу с деформациями  $i$ -ой проволоки

$$|D\Pi_i| = |etbn|, \quad i = 1, 2, \dots, s.$$

Напряженное состояние каната описывается эквивалентными напряжениями в контурных точках сечений каждой проволоки

$$\sigma = E \sqrt{\left( e + (b^2 + n^2)^{0.5} \frac{\delta}{2} \right)^2 + 0,16t^2\delta^2}, \quad (30)$$

где  $E$  и  $\delta$  – модуль продольной упругости и диаметр проволок.

Данная методика позволяет учитывать фактор трения между элементами при любых схемах нагружения, роль оборванных проволок и возможную неравномерность свивочного натяжения. Последние два фактора означают учет асимметрии в распределении усилий в сечении каната при растяжении и кручении на прямолинейном участке. Влияние всех факторов закладываются в геометрические уравнения деформаций проволок и в том же виде входят в глобальную матрицу жесткости, т.е. используется одна и та же расчетная схема.

Методика применима как при упругом, так и при упруго-пластическом деформировании. Последнее позволяет вычислять несущую способность канатов, т.е. их прочностные характеристики, при различных схемах нагружения и, значит, выполнять расчет на прочность по несущей способности на основе расчетной схемы соответствующей нагружению каната. Известно, что такой метод прогрессивнее метода допускаемых напряжений, так как позволяет более полно использовать прочностной ресурс конструкции.

Регламентированный метод [1, 2] и его основная формула (1) по сути является расчетом по несущей способности. Но он имеет существенный недостаток, который состоит в том, что вне зависимости от схемы нагружения каната используется одна и та же (единственная) прочностная характеристика, называемая агрегатным разрывным усилием  $F_0 = \kappa P_c = 0,83P_c$ .

Выполненные расчеты с использованием предлагаемой методики [8] показывают, что коэффициент  $\kappa$  имеет различные значения при разных схемах нагружения. Так, при растяжении грузом в направляющих получается  $\kappa = 0,82...0,92$  (большее значение относится к канатам одинарной свивки, а меньшее к канатам двойной свивки). При свободном растяжении даже так называемых малокрутящихся канатов  $\kappa = 0,45...0,50$ . В работе [8] эта методика использована также для определения разрывного усилия каната (его несущей способности) при растяжении с изгибом на барабане (блоке) как на неподвижном, так и на вращающемся. Например, по данным [8], для каната  $6 \times 19(1+6+12)+o.c.$  при  $d/D = 10...30$  в случае растяжения на неподвижном барабане при грузе в направляющих  $\kappa = 0,604...0,619$ , в случае вращающегося барабана  $\kappa = 0,449...0,590$ . Эти результаты, полученные теоретическим путем [8], подтверждаются экспериментами других авторов [3, 6]. Расхождение составляет  $2...8\%$ .

Согласно методике [1], нормативные запасы прочности составляют  $Z_p = 2,5...9$ . Проанализируем эти значения на основе общей сути условия прочности:

$$n \geq Z_p,$$

где  $n$  – расчетный запас прочности.

В методе расчета по несущей способности  $n = F_0/S$ , где  $S$  – наибольшее натяжение ветви каната. Примем  $S = 0,83P_c/z_p = 0,83P_c/5$ . Тогда расчетные запасы при различных схемах нагружения с учетом приведенных выше значений коэффициента  $\kappa$  получаются такими:

- при растяжении каната грузом в направляющих (т.е. без кручения и изгиба)  $n = Z_p = 5$ ;
- при растяжении свободно подвешенным грузом малокрутящегося каната  $n = 2,25...2,5$ ;
- при растяжении с навивкой на барабан  $n = 2,245...2,95$ .

Расчетные запасы, вычисленные по напряжению  $n = \sigma_b/\sigma_{max}$ , где  $\sigma_b$  – предел прочности проволоки;  $\sigma_{max}$  – максимальное напряжение в проволоках каната по (30) при определенной схеме нагружения, получаются еще меньшими. Они не многим отличаются от нормативных запасов других деталей подъемно-транспортного оборудования и металлоконструкций ПТМ.

**Вывод.** При использовании методик [1, 2] невозможно полностью учесть конструктивные особенности типов канатов, схемы нагружения, свойства проволок и другие факторы. Безусловное требование надежности и безопасности обеспечивается завышением нормативных запасов прочности. Если прочностные характеристики для основных схем нагружения ввести в сертификаты, тогда расчет канатов на статическую прочность, оставаясь таким же удобным по простоте, как в Правилах [1], будет надежным и экономичным. Это можно сделать, взяв за основу определение прочностных характеристик канатов при расчетной схеме [8]. Конечно, это потребует значительных интеллектуальных и экономических затрат.

#### **Библиографический список использованной литературы**

1. Правила устройства и безопасной эксплуатации грузоподъемных кранов. — Харьков: Форт, 2007. — 268 с.

2. Drahtseile: Normen. — Berlin-Koln: Beuth, 1990. — 360 s.
3. Глушко М.Ф. Стальные подъемные канаты / М.Ф. Глушко. — К.: Техніка, 1966. — 325 с.
4. Глушко М.Ф. Статика изогнутого каната / М.Ф. Глушко // Стальные канаты. — К.: Техніка, 1969. — Вып. 6. — С. 5–19.
5. Глушко М.Ф. Винтовой изгиб прядей и коэффициенты жесткости прямого каната / М.Ф. Глушко, А.А. Чиж // Стальные канаты. — К.: Техніка, 1969. — Вып. 6. — С. 19–30.
6. Сергеев С.Т. Стальные канаты / С.Т. Сергеев. — К.: Техніка, 1974. — 325 с.
7. Малиновский В.А. Стальные канаты / В.А. Малиновский. — Одесса: Астропринт, 2001. — 187 с.
8. Чаюн И.М. Несущая способность подъемных канатов и лент / И.М. Чаюн. — Одесса: Астропринт, 2003. — 233 с.
9. Чаюн М. И. Концепция учета трения между элементами каната / М.И. Чаюн, И.М. Чаюн // Стальные канаты. — Одесса: Астропринт, 2008. — Вып. 6. — С. 24–37.

*Поступила в редакцию 22.02.2014 г.*

#### **Чаюн І.М. Два напрямки в будівельній механіці каната**

Пропонується в розрахунках сталених канатів на міцність, що відповідно регламентованих Правилам незалежно від схеми навантаження зводиться до вибору по розривному зусиллю, рівному 0,83 від сумарного розривного зусилля його проволок, використовувати декілька характеристик, що відповідають конкретній схемі вантаження каната. Такі характеристики пропонується визначати аналітично на основі розробленого методу.

**Ключові слова:** міцність, метод розрахунку, несена якість.

#### **Chayun I.M. Two directions in structural mechanics of rope**

During the hawsers strength calculation, which represents the definition due to the restricted Rules after the breaking strength, which makes 0,83 of the total breaking strength of its wires, it is offered to use some strength properties, that correspond to the specific rope loading condition. It is offered to define such properties on the basis of the developed methodology.

**Keywords:** strength, method of analysis, bearing capacity.