

УДК 631.171:633

**З.А. Годжаев, зам. директора, профессор, д-р техн. наук,**

*Всероссийский научно-исследовательский институт механизации сельского хозяйства (ГНУ ВИМ)*

*1-й Институтский проезд, д. 5, г. Москва, Россия, 109428,*

*E-mail: fic51@mail.ru*

**В.И. Прядкин, доцент, д-р техн. наук**

*Воронежская государственная лесотехническая академия (ВГЛТА).*

*ул. Тимирязева, 8, г. Воронеж, Россия, 394613,*

*E-mail: sorkol@mail.ru*

## **ПРИМЕНЕНИЕ SPH МЕТОДА КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ПРИ МОДЕЛИРОВАНИИ ПРОЦЕССА ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ШИН СВЕРХНИЗКОГО ДАВЛЕНИЯ С ПОЧВЕННО-РАСТИТЕЛЬНОМ ПОКРОВОМ**

*Приведены результаты теоретических исследований по применению SPH метода конечных элементов для моделирования процессов взаимодействия шин сверхнизкого давления с почвенно-растительным покровом. Определены оптимальные значения диаметра и ширины шин для средств химизации при работе на почвах с низкой несущей способностью, уровень контактных давлений, напряжения в почвенном массиве, степень полеглости растений.*

**Ключевые слова:** *шина сверхнизкого давления, почва, растение, мобильное энергетическое средство.*

**Введение.** Разнообразием почвенно-климатических условий в России обусловлено, что большой процент работ выполняется на почвах с низкой несущей способностью, которые составляют 11,2 млн. га пахотной площади земель в России. Особую сложность представляют технологические операции при работе агрегатов в ранний весенний и поздний осенний периоды [1]. Для решения проблемы обеспечения агротехнической проходимости мобильных энергосредств при работе в ранний весенний период на почвах повышенной влажности, необходимо выбирать наиболее рациональные параметры ходового аппарата с точки зрения сохранения почвенно-растительного покрова. Это требует разработки специальных моделей для анализа системы «шина – почва – растение», основанных на применении метода конечных элементов.

Исследования процессов, протекающих в почвенном массиве и напряженно-деформационных характеристик стеблей растений при воздействии колесного движителя, методом конечных элементов являются относительно новыми, получившими в последнее время наибольшее применение. Этот метод лучше других обеспечен численными процедурами исследования математических моделей объектов. Наиболее важным его преимуществом является наличие не явных методов интегрирования систем дифференциальных уравнений. Применение данного метода позволяет наиболее точно описать процесс взаимодействия колесных движителей с почвенно-растительным покровом. В отличие от аналитических методов форма линии контакта эластичной шины с почвой получается в результате моделирования в соответствии с характеристиками опорной поверхности и движителя. Важным преимуществом метода является его наглядность, обеспечиваемая визуализацией исследуемых процессов на экране монитора компьютера.

При решении плоской задачи моделирования объемно-напряженного состояния в почвенном массиве многие исследователи выбирают в качестве конечных элементов фигуры прямоугольной и треугольной формы. В последнее время наибольшее распространение получили пространственные математические модели почвы, в которых конечные элементы принимались в виде тетраэдров, а расчетная область под колесным движителем разбивается на параллелепипеды, каждый из которых разделен на шесть тетраэдров [2]. Однако применяемые в качестве конечных элементов фигуры прямоугольной и треугольной формы при решении плоских задач и конечные элементы в виде тетраэдров при решении пространственных задач не позволяют моделировать свойства почвы в широком диапазоне изменения их свойств. Поэтому при пространственном моделировании почвенного массива конечные элементы целесообразно выбирать в виде шаров [3], что позволяет наиболее точно отразить реальную структуру почвы и связи между частицами для трех её состояний – упругой, пластичной и текучей.

*Цель статьи* – моделирование взаимодействия шин с почвенно-растительным покровом.

Моделирование процесса взаимодействия колесного движителя с растительным покровом является сложной задачей, так как предусматривает описание видимых механических повреждений растений от воздействия на них колесного движителя. Поэтому моделирование взаимодействия колесного движителя со стеблем растения производится с учетом упругих свойств на изгиб и излом [4].

Несмотря на большое количество работ, посвященных использованию метода конечных элементов для исследования различных свойств шин, работ, посвященных исследованиям высокоэластичных шин сверхнизкого давления, относительно немного [2, 3].

На основании выше изложенного целью данной статьи является обоснование выбора рациональных параметров и режимов работы шин сверхнизкого давления применительно к мобильным энергосредствам, обеспечивающих заданный уровень контактных давлений на почвенно-растительный покров. Для достижения поставленной цели разработана модель «шина-почва-растение». Моделирование выполнялось с использованием одной из разновидностей метода конечных элементов (МКЭ), называемой SPH-методом (Smoothed Particle Hybridization Method). Использование МКЭ позволяет наиболее точно описать процесс взаимодействия высокоэластичной шины с почвенно-растительным покровом, описать контактные давления шины на почву, деформации шины при взаимодействии с почвой и растениями, напряжения в различных уровнях почвенных слоев, исследовать сглаживающую способность шины.

При исследовании системы «шина-почва-растение», колесо моделировалось в виде двух концентрических окружностей с различными свойствами: тонкостенной высокоэластичной оболочки и металлического обода. Шина представлялась в модели тороидальной поверхностью, способной к деформациям под действие различных внешних сил (нагрузки на колесо со стороны обода, силы со стороны почвы, растительного покрова), а также внутренних сил давления воздуха в колесе. Для того, чтобы в модели могла воспроизводиться деформация тонкостенной резиновой оболочки, последняя представляется совокупностью из отдельных конечных элементов шарообразной формы. Такой подход близок к методу конечных элементов, однако в отличие от МКЭ узлы сетки способны двигаться в соответствии с законами динамики. К узлам сетки привязаны физические свойства резиновой оболочки: каждый узел имеет некоторую массу, а взаимодействие с соседними узлами производится вязкоупругими силами, для которых коэффициенты жесткости и демпфирования рассчитываются заранее с учетом свойств резины и толщины оболочки. На узлы действуют силы давления со стороны воздуха, заключенного в оболочку, а также силы со стороны почвы и растительного покрова. Под действием этих сил тороидальная оболочка деформируется аналогично деформации реального колеса.

Расчет сил, действующих в конечных элементах тороидальной поверхности шины, производится следующим образом:

$$F_i = \sum_{j=1}^{N_{\text{ш}}} (F_{ij}^V + F_{ij}^B) + F_i^P + \sum_{j=1}^{N_{\text{ш}}} \sum_{k=1}^{N_{\text{ш}}} F_{ijk}^H,$$

где  $F_{ij}^V$  и  $F_{ij}^B$  – силы упругого и вязкого взаимодействия конечных элементов  $i$  и  $j$  (жирным шрифтом здесь и ниже выделены векторные величины);  $N_{\text{ш}}$  – общее количество элементов в модели шины;  $F_i^P$  – силы, действующие на элементы от давления воздуха в шине;  $F_{ijk}^H$  – силы, возникающие из-за изгиба поверхности шины.

Вязкоупругая сила  $\vec{F}$ , действующая на конечный элемент, определяется по формуле:

$$\vec{F} = c \cdot r_e \cdot \vec{n} - k\vec{v}, \quad (1)$$

где  $\vec{n}$  и  $\vec{v}$  – направление и скорость взаимодействия шарообразного элемента с поверхностью шины;  $c$  и  $k$  – коэффициенты жесткости и вязкости взаимодействия;  $r_e$  – величина внедрения элементов при взаимодействии.

Уравнения движения  $i$ -го конечного элемента шины описывались следующими дифференциальными уравнениями:

$$\begin{aligned} m_{\text{ЭШ}} \frac{d^2 x_i}{dt^2} &= \sum_{j=1}^{N_{\text{ш}}} (F_{xij}^V + F_{xij}^B) + k_{\text{зан}} \frac{\pi d_{\text{ЭШ}}^2}{4} P s_{ix} + \sum_{j=1}^{N_{\text{ш}}} \sum_{k=1}^{N_{\text{ш}}} F_{xijk}^H; \\ m_{\text{ЭШ}} \frac{d^2 y_i}{dt^2} &= \sum_{j=1}^{N_{\text{ш}}} (F_{yij}^V + F_{yij}^B) + k_{\text{зан}} \frac{\pi d_{\text{ЭШ}}^2}{4} P s_{iy} + \sum_{j=1}^{N_{\text{ш}}} \sum_{k=1}^{N_{\text{ш}}} F_{yijk}^H; \\ m_{\text{ЭШ}} \frac{d^2 z_i}{dt^2} &= \sum_{j=1}^{N_{\text{ш}}} (F_{zij}^V + F_{zij}^B) - m_{\text{ш}} g + k_{\text{зан}} \frac{\pi d_{\text{ЭШ}}^2}{4} P s_{iz} + \sum_{j=1}^{N_{\text{ш}}} \sum_{k=1}^{N_{\text{ш}}} F_{zijk}^H + \frac{G}{N}, \end{aligned} \quad (2)$$

где  $m_{\text{ЭШ}}$  – масса элемента шины;  $t$  – время;  $g$  – ускорение свободного падения;  $k_{\text{зан}}$  – коэффициент заполнения шарами-элементами поверхности шины;  $d_{\text{ЭШ}}$  – диаметр конечного элемента шины;  $P$  – давление воздуха в шине;  $\{s_{ix}, s_{iy}, s_{iz}\}$  – нормальный вектор к поверхности шины в месте нахождения элемента  $i$ ;  $G$  – нагрузка на колесо;  $x_{\text{ц}}$ ,  $z_{\text{ц}}$  – координаты центра колеса;  $d_{\text{д}}$  – диаметр диска колеса;  $N_{\text{д}}$  – количество элементов, принадлежащих диску колеса.

Распределение элементов шины производится на тороидальной поверхности:

$$\left( (x_i - x_{Ц})^2 + (y_i - y_{Ц})^2 + (z_i - z_{Ц})^2 + \frac{(D_{III} - d_{III})^2}{4} - \frac{d_{III}^2}{4} \right)^2 - (D_{III} - d_{III})^2 \left( (x_i - x_{Ц})^2 + (z_i - z_{Ц})^2 \right) = 0,$$

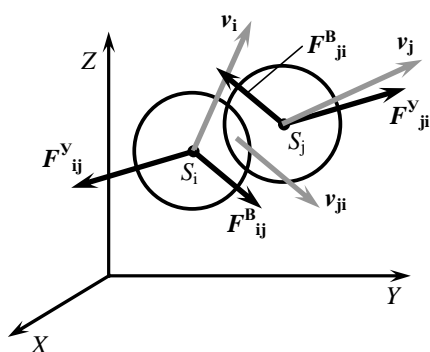


Рисунок 1 – Вязкоупругое взаимодействие двух частиц почвы

где  $x_i, y_i, z_i$  и  $x_j, y_j, z_j$  – координаты произвольных элементов  $i$  и  $j$ ;  $x_{Ц}, y_{Ц}, z_{Ц}$  – координаты геометрического центра колеса;  $D_{III}$  и  $d_{III}$  – диаметр колеса и толщина шины.

Почва представлялась ансамблем большого количества конечных элементов шарообразной формы, способных взаимодействовать как между собой, так и с поверхностью шины.

Силы, действующие на элементы почвы (рисунок 1), определялись следующим образом:

$$\mathbf{F}_i = \sum_{j=1}^{N_{III}} (\mathbf{F}_{ij}^V + \mathbf{F}_{ij}^B), \quad (3)$$

где  $\mathbf{F}_{ij}^V$  и  $\mathbf{F}_{ij}^B$  – силы упругого и вязкого взаимодействия шаров  $i$  и  $j$ .

Уравнения движения  $i$ -го элемента почвы описывались следующими дифференциальными уравнениями:

$$\begin{aligned} m_{ЭП} \frac{d^2 x_i}{dt^2} &= \sum_{j=1}^{N_{III}} (F_{xij}^V + F_{xij}^B), \\ m_{ЭП} \frac{d^2 y_i}{dt^2} &= \sum_{j=1}^{N_{III}} (F_{yij}^V + F_{yij}^B), \\ m_{ЭП} \frac{d^2 z_i}{dt^2} &= \sum_{j=1}^{N_{III}} (F_{zij}^V + F_{zij}^B) - m_{III} g, \end{aligned} \quad (4)$$

где  $m_{ЭП}$  – масса конечного элемента почвы.

При внесении пестицидов движение агрегата происходит по ранним всходам, поэтому при моделировании процесса взаимодействия движителя с поверхностью качения учитывали его воздействие на растительный покров. Растительный покров представлялся из стеблей растений способных к изгибу и излому. Каждый стебель разбивался на шарообразные элементы, взаимодействие которых носит вязкоупругий характер. Силы, действующие на элементы стебля со стороны колесного движителя, определяли по выражению:

$$\mathbf{F}_i = \sum_{j=1}^{N_{Э}} (\mathbf{F}_{ij}^V + \mathbf{F}_{ij}^B + \mathbf{F}_i^H), \quad (5)$$

где  $\mathbf{F}_{ij}^V$  и  $\mathbf{F}_{ij}^B$  – силы упругого и вязкого взаимодействия элементов  $i$  и  $j$ ;  $\mathbf{F}_i^H$  – сила, возникающая вследствие изгиба стебля;  $N_{Э}$  – общее количество элементов в модели стебля.

Уравнения движения  $i$ -го элемента, описывающего эволюцию стебля растения с течением времени (рисунок 2), имеют вид:

$$\begin{aligned} m_{ЭР} \frac{d^2 x_i}{dt^2} &= \sum_{j=1}^{N_{Э}} (F_{xij}^V + F_{xij}^B + F_{xi}^H), \\ m_{ЭР} \frac{d^2 y_i}{dt^2} &= \sum_{j=1}^{N_{Э}} (F_{yij}^V + F_{yij}^B + F_{yi}^H), \\ m_{ЭР} \frac{d^2 z_i}{dt^2} &= \sum_{j=1}^{N_{Э}} (F_{zij}^V + F_{zij}^B + F_{zi}^H) - m_{Э} g, \end{aligned} \quad (6)$$

где  $m_{ЭР}$  – масса конечного элемента стебля растения.

Решение дифференциальных уравнений модели «шина–почва–растение» производили с использованием метода Эйлера-Коши.

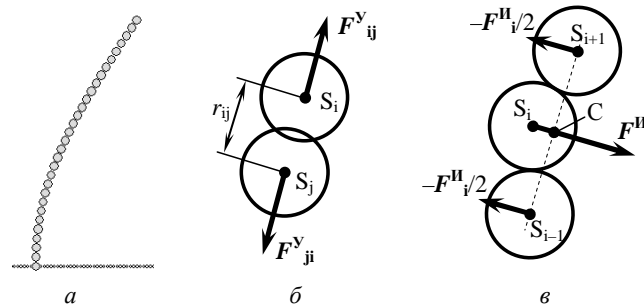


Рисунок 2 – Моделирование растительного покрова: а – стебель растения в виде отдельных шарообразных элементов; б – схема для расчета упругих сил при деформации элементов стебля; в – схема для расчета возвращающих сил при изгибе стебля

На первом этапе выбора параметров колесного движителя для МЭС проводилась их оптимизация по критериям: контактного давления  $q$ ; силе сопротивления качению  $F_{TШ}$ ; массе шины  $m_{Ш}$ . Решалась задача:

$$\begin{cases} q_{\max}(D_{Ш}, B_{Ш}) \rightarrow \min; \\ F_{TШ}(D_{Ш}, B_{Ш}) \rightarrow \min; \\ m_{Ш}(D_{Ш}, B_{Ш}) \rightarrow \min; \end{cases} \quad \text{при } G_K = \text{const} \text{ и } p_w = \text{const}.$$

Оптимизация проводилась на основе численного эксперимента с разработанной моделью шины [5]. Полученные графические изображения поверхности отклика, представлены с помощью линий уровня на рисунке 3.

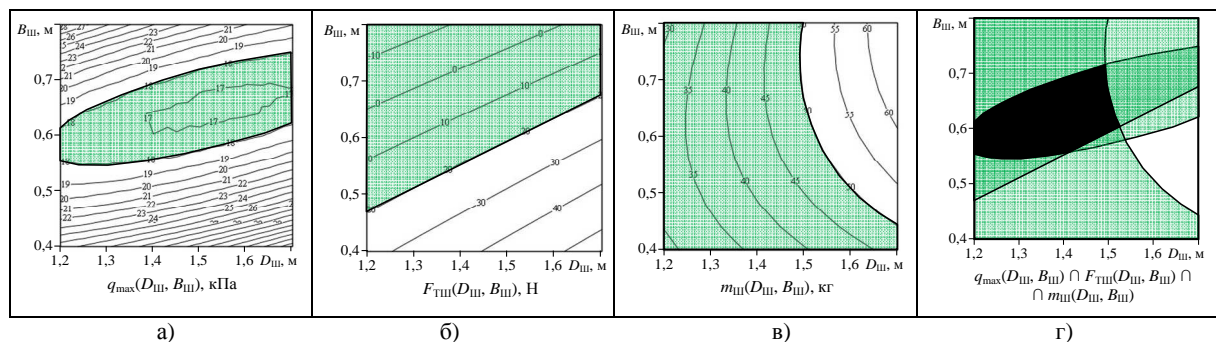


Рисунок 3 – Благоприятные области факторного пространства: а) при минимальном контактном давлении; б) при минимальной силе сопротивления качению; в) при минимальной массе; г) оптимальная область параметров шины

Оптимальная область, при минимальном контактном давлении, силе сопротивления качению и массе шины, соответствует диапазон изменения диаметра шины  $D_{Ш}$  от 1,2 до 1,5 м, и ширины  $B_{Ш}$  от 550 до 700 мм (рисунок 3, г).

Для обеспечения агротехнической проходимости МЭС на почвах с низкой несущей способностью и экологической совместимости с почвенно-растительным покровом, согласно исследованиям, проведенным в ведущих НИИ страны, допустимое давление колесного движителя должно быть меньше несущей способности почвы и не превышать 40-50 кПа [6].

Моделированием давлений в пятне контакта шин сверхнизкого давления с почвой установлено, что при нагрузке 2,5 кН продольные эпюры распределения давления имеют седловидную форму (рисунок 4). Наличие мембранного эффекта в продольной плоскости пятна контакта свидетельствует о том, что давление шины меньше несущей способности почвы. Снижение давления воздуха в шине с 25 до 10 кПа позволяет снизить максимальные давления на почву с 31 до 15 кПа.

При нагрузке 4,41 кН продольные эпюры по форме близки к трапеции (рисунок 5). При данной нагрузке условие по обеспечению проходимости соблюдается при давлении воздуха в шине не более 40 кПа, а при давлении воздуха в шине 50-60 кПа максимальные контактные давления превышают верхний порог несущей способности почвы. Опорная проходимость, при соблюдении экологической совместимости, для МЭС обеспечивается при нагрузке на колесо 2,5 кН, а при нагрузке 4,41 кН – при давлениях воздуха 10-40 кПа.

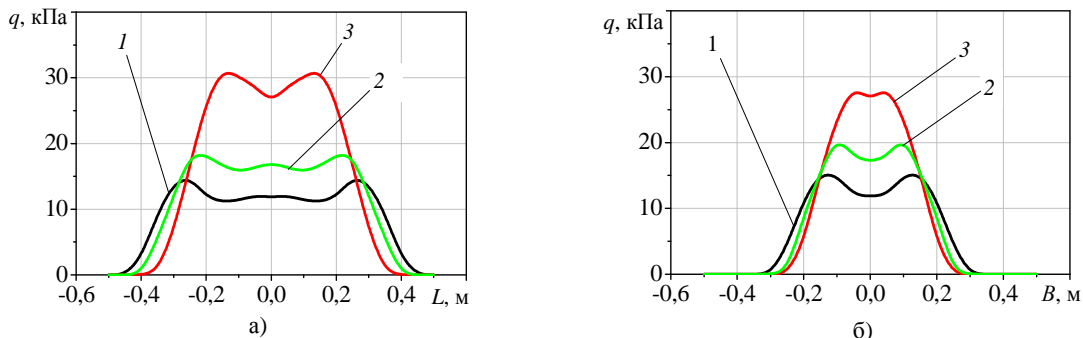


Рисунок 4 – Расчетные значения распределение давления в пятне контакта шины при нагрузке 2,45 кН: а – продольные; б – поперечные; 1 –  $P_W = 10$  кПа; 2 –  $P_W = 15$  кПа; 3 –  $P_W = 25$  кПа

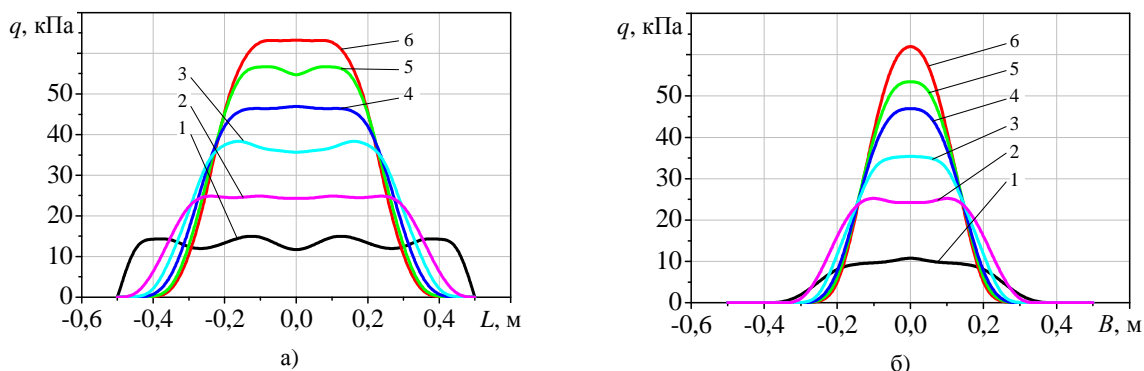


Рисунок 5 – Расчетные значения эпюр распределения давлений в пятне контакта шины при нагрузке 4,41 кН: а – продольные; б – поперечные; 1 –  $P_W = 10$  кПа; 2 –  $P_W = 20$  кПа; 3 –  $P_W = 30$  кПа; 4 –  $P_W = 40$  кПа; 5 –  $P_W = 50$  кПа; 6 –  $P_W = 60$  кПа

Моделированием напряжений в почвенном массиве установлено, что напряжения от катящегося колеса распространяются до глубины 500 мм. Наибольшая концентрация напряжений имеет место в пахотном слое почвы 0-250 мм, затухание напряжений в этом слое достигают 60%. В слое почвы 250-500 мм затухание напряжений достигает 80%, который подвергается незначительному напряжению 5 кПа.

Моделированием процесса взаимодействия колесного движителя с растительным покровом, имитирующим посевы пшеницы в фазе роста – кущение, эта фаза считается оптимальной при внесении пестицидов установлено, что при нагрузках на колесо 2,5 кН излома стеблей не происходит, а имеет место их полегание (рисунок 6).

Установлено, что в диапазоне давлений  $P_W$  в шине 15-25 кПа степень полеглости растений высотой  $h_K = 150$  мм выше, чем растений в фазе выхода в трубку на 5-8% (рисунок 7). На полеглость существенное влияние оказывает не только нагрузка на колесо, но и давление воздуха в шинах. Наибольший уровень полеглости достигает 64% при давлении 30 кПа.

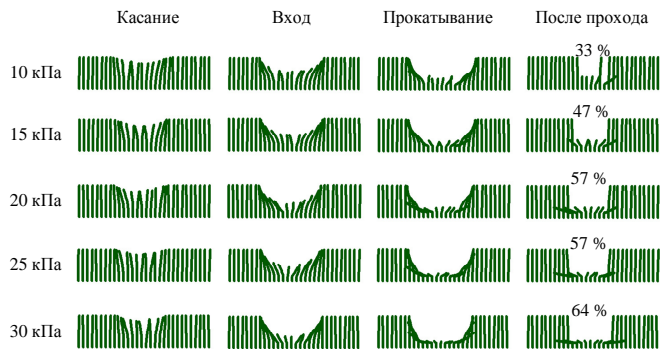


Рисунок 6 – Этапы взаимодействия колеса с рядом растений и процент полеглости, при различном давлении воздуха в шине и высоте растений 150 мм

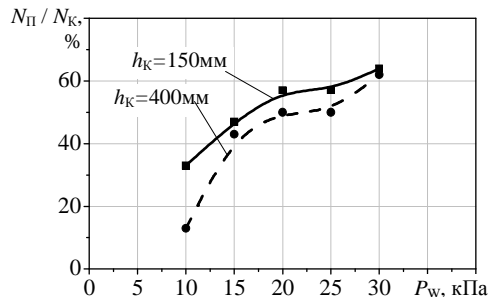


Рисунок 7 – Доля полеглых растений после воздействия колесного движителя при их высоте 150 и 400 мм

**Выводы**

Применение SPH-метода и использование конечных элементов в виде шаров позволило рассмотреть процессы, протекающие в системе «шина – почва – растение».

Оптимальным параметрам колесного движителя соответствует диапазон изменения диаметра шины  $D_{III}$  от 1,2 до 1,5 м, и ширины  $B_{III}$  от 550 до 700 мм.

Агротехническая проходимость мобильных энергосредств на почвах с низкой несущей способностью обеспечивается при нагрузке на колесо 2,5 кН, а при нагрузке 4,41 кН – при давлениях воздуха 10-40 кПа.

Наибольшая концентрация напряжений от шин сверхнизкого давления имеет место в пахотном слое почвы 0-250 мм, затухание напряжений в этом слое достигают 60 %.

Проведенные исследования позволили обосновать параметры шин сверхнизкого давления, уровень контактных давлений, полеглость растений, однако напряжено-деформационные нагрузки в шине не были уточнены, что требует дальнейшего рассмотрения.

**Библиографический список использованной литературы**

1. Техника для ресурсосберегающих технологий / С.В. Кадыров, В.И. Прядкин, А.В. Русанов, В.Н. Бриндюк // Сельскохозяйственные машины и технологии. — 2012. — № 2. — С. 44–47.
2. Горин Г.С. Анализ результатов сравнительных испытаний тягово-сцепных свойств колес с шинами низкого и сверхнизкого давления / Г.С. Горин, А.А. Янчук, А.В. Ващула // Тракторы и сельхозмашины. — 2013. — № 6. — С. 14–18.
3. Прядкин В.И. Агротехническая проходимость энергосредств по почвам с низкой несущей способностью / В.И. Прядкин // Сельскохозяйственные машины и технологии. — 2013. — № 4. — С. 34–37.
4. Прядкин В.И. Оценка воздействия колесного движителя на растительный покров / В.И. Прядкин // Техника в сельском хозяйстве. — 2013. — № 2. — С. 24–26.
5. Адлер Ю.П. Планирование эксперимента при поиске оптимальных условий / Ю.П. Адлер, Е.В. Маркова, Ю.В. Грановский. — М.: Наука, 1976. — 279 с.
6. Медведев В.В. Нормирование допустимых нагрузок ходовых систем МТА на почву / В.В. Медведев, В.Г. Цыбулько, П.И. Слободюк // Сб. науч. тр. ВИМ. — М., 1988. — Т. 118. — С. 57–67.

*Поступила в редакцию 28.02.2014 г.*

**Годжаев З.А., Прядкин В.И. Застосування SPH методу кінцевих елементів при моделюванні процесу взаємодії шин наднизького тиску із ґрунтово-рослинним покривом**

Наведені результати теоретичних досліджень по застосуванню SPH методу кінцевих елементів для моделювання процесів взаємодії шин наднизького тиску із ґрунтово-рослинним покривом. Визначені оптимальні значення діаметра й ширини шин для засобів хімізації при роботі на ґрунтах з низькою несною здатністю, рівень контактних тисків, напруження у ґрунтовому масиві, ступінь полеглості рослин.

**Ключові слова:** шина наднизького тиску, ґрунт, рослина, мобільний енергетичний засіб.

**Godjaev Z.A., Priadkin V.I. Application of SPH finite element methods in modeling process of interaction of low pressure tires with land cover**

The paper presents the results of theoretical studies on the application of the finite elements SPH-ing for the simulation of the interaction of low pressure tires with soil and vegetation in the shelter. Optimum values of diameter and width tires of chemicals at work on soils with low bearing capacity, the level of contact pressure, tension in the soil array, the degree-stump lodged plants are determined.

**Keywords:** low pressure (tire), soil, plant, mobile power tool.