



ДОСЛІДЖЕННЯ ДИНАМІЧНОЇ СТІЙКОСТІ ЕКОНОМІЧНОГО ЗРОСТАННЯ УКРАЇНИ (ДЕТЕРМІНОВАНИЙ ПІДХІД)

У статті проведено практичне дослідження динамічної стійкості економічного розвитку України. Розроблено метод оцінювання стійкості, який ґрунтується на динамічній моделі економічного зростання Солоу і детермінованих підходах до дослідження стійкості розвитку. Отримано імітаційну модель досліджуваного процесу. На основі теорії автоматизованого керування отримано передавальну функцію розробленої моделі і матрицю постійних коефіцієнтів системи, використано умову стійкості за Ляпуновим.

Ключові слова: стійкість, теорія автоматизованого керування, моделювання, імітаційна модель, економіка України.

ВСТУП

На цей час багато дослідників усе більше уваги приділяють питанням керування соціально-економічними системами для формування механізмів стійкого економічного зростання.

У теоретико-методичному плані особливо актуальними стають питання вибору моделей і методів оцінювання стійкості соціально-економічних систем у контексті динаміки їхнього розвитку.

Основний внесок у моделювання стійкості функціонування соціально-економічних систем зробили такі вчені, як О. Ареф'єва, В. Гросул, М. Кизим, В. Ковалевич, Г. Козаченко, Л. Костирко, В. Кочетков, Р. Михайлюк, Л. Сергєєва, С. Тхор, Р. Брейлі, К. Джеймс Ван Хорн, Э. Хелферт та ін. Варто зазначити, що в цей час дослідники займаються експертним моделюванням статичних станів стійкості соціально-економічних систем, а детермінованому моделюванню приділяється недостатньо уваги.

Детерміноване моделювання стійкості динамічних систем починається від загальної теорії автоматичного керування. Саме формалізовані підходи до моделювання, чіткий математичний апарат привертають все більше уваги вчених до цієї проблематики.

ПОСТАНОВКА ЗАВДАННЯ

Метою статті є формування і практична реалізація методу, заснованого на детермінованих підходах до моделювання, який би дозволяв оцінювати стійкість розвитку економіки України.

¹ Рецензент – д. е. н., доцент Шталь Т. В.



РЕЗУЛЬТАТИ ДОСЛІДЖЕННЯ

Будь-яка система під впливом зовнішніх і внутрішніх впливів змінює свій стан у часі. Динамічною системою називають сукупність взаємодіючих компонентів, у яких процеси, що відбуваються, визначаються початковими станами цих компонентів, взаємозв'язками між ними й доданими до системи впливами. Стан динамічної системи у часі й просторі характеризується змінними, що набувають у кожний момент часу певних числових значень [1].

Економічна динаміка, що вивчає поведінку складних динамічних систем в економіці, не може обійти увагою такий важливий напрямок, як стійкість систем. Теорія стійкості зобов'язана своїм виникненням працям А. Пуанкаре і О. Ляпунова.

Будь-яка динамічна система у будь-який момент часу характеризується своїм станом і напрямом руху. Система здійснює рух або під впливом внутрішніх спонукальних причин, або у результаті впливу на неї зовнішнього середовища. Принципово різними є причини, які обумовлюють її рух як на початковий момент часу, так і в наступні моменти.

Під стійкістю розуміється здатність системи повертатися у рівноважний стан у випадку, якщо вона була виведена з нього. В такому випадку стан рівноваги називається стійким. Іншому варіанту відповідає нестійкість стану і системи.

Поняття стійкості також застосовується і відносно руху системи, а саме як властивість мало відхилитися від заданої траєкторії руху за малих збурювальних впливів з боку зовнішнього середовища. В цьому випадку треба говорити про динамічну стійкість.

Складність і відкритість економічних систем пояснюють той факт, що стійкість на практиці має місце достатньо рідко. Однак це поняття має важливе значення для економічної теорії і дозволяє досліджувати внутрішні властивості економічних систем [2].

Ситуація, яка склалася в економіці України, показує, що економічна динаміка потребує більш глибокого вивчення, ніж це було до сьогодні. Саме вивчення стану економічного росту України і динамічної стійкості обумовлює актуальність цього дослідження.

У короткостроковому розрізі в економіці відбуваються постійні коливання обсягів випуску, рівня зайнятості населення, цін навколо тренду, заданого загальним поступовим рухом економіки, збільшенням її реального обсягу випуску, тобто економічним зростанням. Економічне зростання можна розглядати як довгостроковий аспект динаміки сукупної пропозиції або, що точніше, потенційного обсягу випуску. Аналіз його факторів і закономірностей є одним з центральних питань макроекономічної теорії.

Під економічним зростанням зазвичай розуміють довгострокову тенденцію збільшення реального обсягу випуску в економіці. Серед



найбільш поширених і обґрунтованих моделей економічного зростання є модель Солоу. Ця модель росту долає ряд обмежень кейнсіанських моделей і дозволяє точніше описати особливості макроекономічних процесів.

Р. Солоу показав, що нестабільність динамічної рівноваги в кейнсіанських моделях була наслідком невзаємозаміни факторів виробництва. Замість функції Леонтьєва він використовував у своїй моделі виробничу функцію Коба-Дугласа, в якій труд і капітал є субститутами. Іншими передумовами аналізу в моделі Солоу є спадна гранична продуктивність капіталу, постійна віддача від масштабів, постійна норма вибуття, відсутність інвестиційних лагів.

Модель економічного зростання Солоу є необхідною відправною точкою практично усіх досліджень економічного зростання. З її допомогою виявляють причини тимчасового і постійного, стійкого зростання економіки. В моделі розглядаються чотири змінні: випуск Y , капітал K , труд L і рівень «знань» E , накопичені в суспільстві. Випуск Y може змінюватися у часі тільки при зміні факторів виробництва K, L, E [3].

З позиції динаміки модель Солоу розглядається як замкнене єдине неструктуроване ціле, система виробляє один універсальний продукт, що може як споживатись, так і інвестуватись.

У динамічній моделі розглядають п'ять макроекономічних (ендогенних) змінних: Y – валовий внутрішній продукт (ВВП); I – валові інвестиції; C – фонд споживання; K – основні виробничі фонди; L – число зайнятого населення.

Перші три змінні (Y, I, C) є показниками типу потоку (їхні значення накопичуються протягом року), змінна K, L – миттєві змінні (їхні значення можуть бути змінені в будь-який момент безперервного часу).

Модель Солоу задається системою рівнянь вигляду:

$$\begin{cases} Y_t = F(K_t, L_t), \\ Y_t = I_t + C_t, \\ K_t = (1 - \mu)K_{t-1} + I_{t-1}, \\ L_t = (1 + \nu) \cdot L_{t-1}, \quad t = 1, 2, \dots, T. \end{cases} \quad (1)$$

де $t=0$ – базовий рік; T – кінцевий рік досліджуваного періоду; K_0, I_0, L_0 – вважаються заданими.

Зі змістовної точки зору ці рівняння мають такий сенс. Перше рівняння задає ВВП як виробничу функцію від ресурсів – основних виробничих фондів (ОВФ) і числа зайнятого населення, друге – розподіл ВВП на валові інвестиції та споживання. Третє рівняння – це рекурентне співвідношення для визначення основних виробничих



фондів майбутнього року за значеннями вартості фондів та інвестицій поточного року. В цьому рівнянні μ – коефіцієнт вибуття (знос) основних виробничих фондів в розрахунку на рік. Цей коефіцієнт передбачається сталим. З рівняння видно, що інвестиції, зроблені в поточному році, матеріалізуються в фонди у майбутньому році, тобто лаг капіталовкладень дорівнює одному року. Четверте рівняння – це рекурентне співвідношення для визначення числа зайнятих у майбутньому році на основі числа зайнятих у поточному році. Як бачимо, це рівняння оснований на гіпотезі постійного річного темпу зросту числа зайнятих ν .

З точки зору класифікації елементів на статичні та динамічні рівняння (1) (кожне з яких є формалізованим записом елемента) може бути розтлумачено таким чином. Перше рівняння задає нелінійний статичний елемент (вхід – K_t, L_t , вихід – Y_t), друге рівняння – лінійний статичний елемент (вхід – Y_t , вихід – I_t, C_t), третє рівняння – лінійний динамічний елемент (вхід – K_{t-1}, I_{t-1} , вихід – K_t), четверте рівняння – лінійний динамічний елемент (вхід – L_{t-1} , вихід – L_t).

Таким чином, економіка у формі моделі Солоу виглядає неструктурованою, насправді структурується в контур з оберненим зв'язком, як показано на рис. 1. Тим самим економіка у формі моделі Солоу є динамічною системою, оскільки в її складі є динамічні елементи [4].

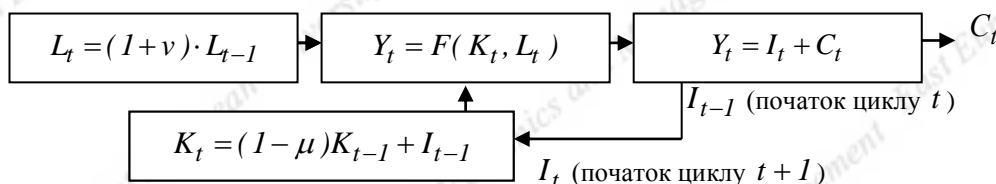


Рис. 1. Структурна схема динамічної моделі Солоу

Джерело: одержано автором на основі [4]

На основі розкритого теоретичного матеріалу побудуємо модель Солоу для дослідження динаміки економічного розвитку України. Дані для побудови моделі подано в табл. 1.

Показник L (вартість трудових ресурсів для держави на рік) розраховуємо як добуток зайнятого населення і середньомісячної заробітної плати, помноженої на дванадцять місяців.

На основі наведених даних з таблиці 1 одержуємо економетричну модель виробничої функції вигляду

$$Y = 6.13 \cdot K^{0.148} \cdot L^{0.751} \quad (2)$$

Коефіцієнт детермінації для цієї економетричної моделі становить 0.996 , що є досить високим показником.



Таблиця 1

Статистичні дані про розвиток економіки України
для побудови моделі Солоу

Рік	ВВП, млн грн	Зайняте населення в середньому, тис. осіб	Середньомісячна заробітна плата, грн	Вартість трудових ресурсів на рік, млн грн (L)	Залишкова вартість ОВФ, млн грн (K)
2000	170070	20 175,00	230	55683	466448
2001	204190	19 971,50	311	74533	503278
2002	225810	20 091,20	376	90651	512235
2003	267344	20 163,30	462	111785	538837
2004	345113	20 295,70	590	143693	587453
2005	441452	20 680,00	806	200016	661565
2006	544153	20 730,40	1 041	258964	774503
2007	720731	20 904,70	1 351	338906	993346
2008	948056	20 972,30	1 806	454511	1251178
2009	913345	20 191,50	1 906	461819	1597416
2010	1082569	20 266,00	2 239	544506	1731296
2011	1302079	20 324,20	2 633	642163	1780059
2012	1411238	20 354,30	3 026	739105	2135987
2013	1 454 931	20404,1	3 265	799432	2245367

Джерело: Державна служба статистики України

Щоб уникнути труднощів при подальшому розв'язанні диференціального рівняння, одержаного на основі (2), вдамося до лінеаризації, тобто замінимо вихідне нелінійне рівняння лінійним, що приблизно описує процеси в системі.

Достатньою умовою можливості проведення лінеаризації математичної моделі елемента системи або системи в цілому є відсутність розривів неоднозначних функцій. Лінеаризація нелінійної аналітичної функції заснована на положенні, що безперервна, яка має усі похідні в околиці якоїсь (робочої) точки функції, може бути розкладена в ряд Тейлора за степенями малих відхилень аргумента:

$$y(u) = y_0(u_0) + \left(\frac{\partial y}{\partial u}\right)_0 \Delta u + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 y}{\partial u^2}\right)_0 \Delta u^2 + \dots \quad (3)$$

Якщо при цьому відхилення аргумента Δu досить малі, то можна обмежитися першими лінійними членами розкладання й розглядати замість нелінійної функції $y = f(u)$ лінійну, звідки, видаляючи символ Δ , маємо

$$y \cong y_0 + \left(\frac{\partial y}{\partial u}\right)_0 u = y_0 + ku, \quad (4)$$



де y_0 – початкові умови параметрів системи.

У нашому випадку, лінеаризувавши рівняння (2), одержуємо рівняння вигляду

$$Y = 73275.4 + 1.551 \cdot L + 0.095 \cdot K. \quad (5)$$

Адекватність відображення фактичних тенденцій рівняннями (2) і (5) проілюстровано на рис. 2.

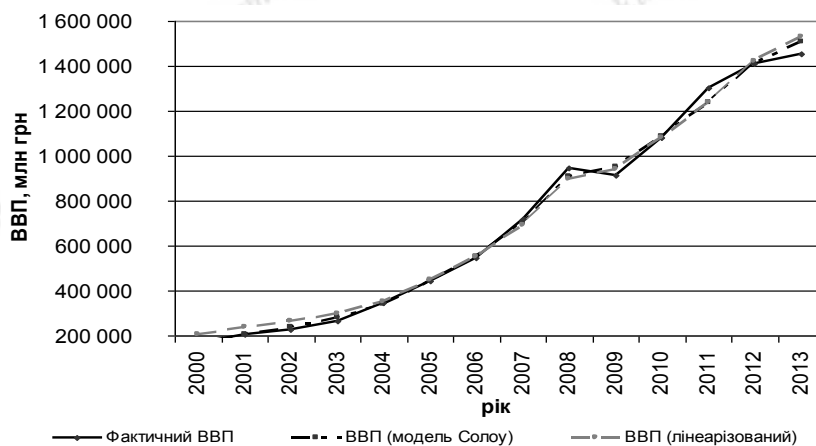


Рис. 2. Порівняння фактичних значень ВВП з отриманими значеннями на основі розроблених моделей

Джерело: власна розробка

Перейдемо до диференціального рівняння, продиференціювавши змінні у часі елементи K_t і L_t . Для простоти замінимо вираз $K_t = (1 - \mu)K_{t-1} + I_{t-1}$ на $K_t = (1 + v_K) \cdot K_{t-1}$. Тоді рівняння буде мати вигляд

$$Y = 73275.4 + 1.551 \cdot \left(\frac{v_L}{v_L - 1} \frac{dL}{dt} + L_0 \right) + 0.095 \cdot \left(\frac{v_K}{v_K - 1} \frac{dK}{dt} + K_0 \right), \quad (4)$$

$$\text{де } v_L = \sum_{i=1}^n \frac{L_t / L_{t-1}}{n}, \quad v_K = \sum_{i=1}^n \frac{K_t / K_{t-1}}{n}.$$

Для нашого випадку початкові умови дорівнюють $L_0 = 55683$ і

$K_0 = 446448$, а швидкості зміни показників у часі – $\frac{v_L}{v_L - 1} = 0.1883$ і

$$\frac{v_K}{v_K - 1} = 0.1167.$$

Для перевірки одержаної моделі (4), а також для отримання відповіді про стійкість економічного зростання України проведемо імітаційний експеримент у системі візуального блокового



модельовання Simulink 7 матричної системи MATLAB 2007. На рис. 3 зображено одержану імітаційну схему моделі Солоу для економіки України.

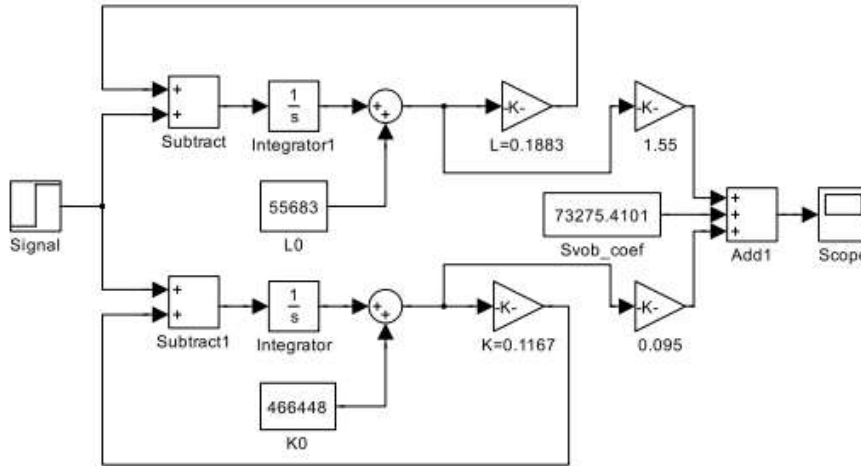


Рис. 3. Імітаційна модель розвитку економіки України, одержана в системі візуального блокового моделювання Simulink 7 матричної системи MATLAB 2007

Джерело: власна розробка

Вихідний сигнал (теоретичний результат динаміки ВВП України), отриманий на основі імітаційної моделі у системі візуального блокового моделювання Simulink 7 матричної системи MATLAB 2007, має вигляд, показаний на рис. 4.

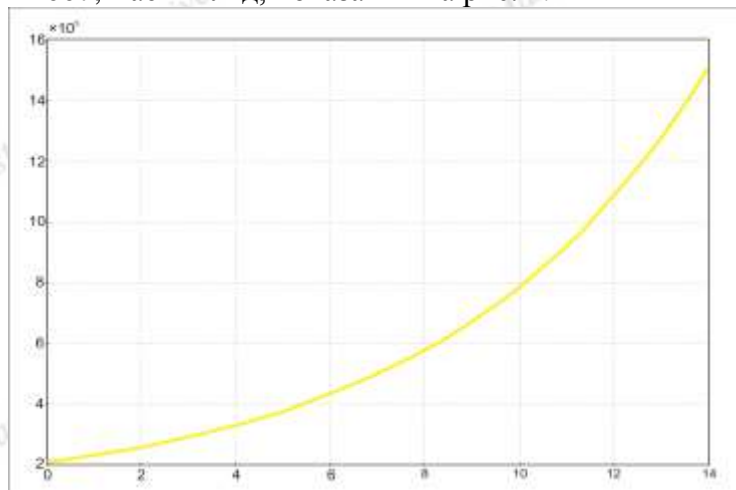


Рис. 4. Вихідний сигнал імітаційної моделі розвитку економіки України (млн грн)

Джерело: власна розробка

На основі отриманої схеми імітаційної моделі розвитку економіки України, використавши правила еквівалентних перетворень структурних систем автоматизованого керування, одержуємо для



нашої лінійної стаціонарної системи передавальну функцію від комплексної змінної (Ws) вигляду

$$W(s) = \frac{732745 \cdot s^2 + 22349 \cdot s + 22349}{s^2 + 0.305 \cdot s + 0.305}. \quad (5)$$

Для подальшого дослідження системи на стійкість необхідно одержати модель у просторі станів із записом диференціальних рівнянь у стандартній формі Коші (у вигляді системи рівнянь першого порядку):

$$\begin{cases} \dot{x} = A \cdot x + B \cdot u, \\ y = C \cdot x + D \cdot u. \end{cases} \quad (6)$$

де x – вектор змінних стану розміром $n \times 1$; u – вектор вхідних сигналів (вектор керування) розміром $m \times 1$; y – вектор вихідних сигналів розміром $p \times 1$. Крім того, A, B, C, D – сталі матриці. Матриця A має бути квадратною розміром $n \times n$, матриця B має розмір $n \times m$, матриця C – $p \times n$ і матриця D – $p \times m$. Для систем з одним входом і одним виходом матриця D – скалярна величина.

Для визначення стійкості динамічної системи достатньо знайти матрицю сталих коефіцієнтів динамічної системи. А О. Ляпунов у своїй роботі «Загальна задача про стійкість руху» [5] показав, що при дослідженні стійкості руху необхідною і достатньою умовою є: дійсна частина усіх коренів характеристичного рівняння лінеаризованої системи ($\det(A - \lambda E)$), де E – одинична матриця, а λ – дійсне змінне) має бути від'ємною.

Умову стійкості соціально-економічної системи можна сформулювати в такий спосіб: щоби система була стійкою, необхідно й достатньо, щоби всі корені матриці сталих коефіцієнтів її характеристичного рівняння мали від'ємну дійсну частину. Якщо хоча б один корінь має позитивну дійсну частину, система нестійка. Якщо один з коренів дорівнює нулю, а інші мають від'ємну дійсну частину, то система перебуває на границі стійкості, тобто будь-яке збурення може вивести її зі стану стійкості [1].

У нашому випадку матриця A має такий вигляд:

$$A = \begin{bmatrix} -0.305 & -0.61 \\ 0.5 & 0 \end{bmatrix}, \quad (7)$$

а характеристичне рівняння $\det(A - \lambda E) = 0$ матриці A дорівнює



$$\det(A - \lambda E) = \begin{bmatrix} a_{11} - \lambda & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} - \lambda \end{bmatrix} = \lambda^2 + 0,305\lambda + 0,305. \quad (8)$$

Після одержання характеристичного рівняння (8) приступаємо до дослідження коренів (λ_i) характеристичного рівняння на стійкість. Корені можуть бути або дійсними, або попарно комплексно спряженими. Виходячи з розташування на комплексній площині, корені із від'ємними дійсними частинами називаються лівими, а з позитивними – правими. У нашому випадку корені є попарно комплексно спряженими і лежать у лівій напівплощині:

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= -0.1525 - 0.53i, \\ \lambda_2 &= -0.1525 + 0.53i. \end{aligned} \quad (9)$$

що говорить про стійкість динаміки розвитку досліджуваної системи.

Звичайно, якщо корені характеристичного рівняння визначені, то можна відразу говорити про стійкість системи. Однак для рівнянь вищого порядку визначення коренів пов'язано із громіздкими обчисленнями й потребує значних програмних і людських ресурсів. Складність таких рівнянь зростає з підвищенням степеня рівняння. Водночас установлення факту стійкості системи зовсім не має потреби у визначенні значень коренів, а досить тільки з'ясувати, перебувають всі вони в лівій напівплощині чи ні. У цих випадках достатньо ефективними методами визначення стійкості системи є критерії Гурвиця, Рауса, Л'єнара, Шипара та ін.

ВИСНОВКИ

1. У статті запропоновано метод визначення динамічної стійкості економічного розвитку України. Використання для аналізу стійкості функціонування економічних систем моделей, здатних враховувати динаміку стану та керованість, відкриває широкі можливості формалізованого опису таких систем і застосування до них критеріїв стійкості. Враховуючи відносну легкість реалізації певних критеріїв, можливо відзначити, що це дозволяє відслідковувати стійкість функціонування економічної системи в динаміці, у режимі реального часу.

2. Одержано практичний результат, який підтверджує стійкість динаміки розвитку економіки України.

3. У подальшому перспективним напрямом цього дослідження є розроблення методів для дослідження меж стійкості динаміки розвитку економіки України, а також визначення стійкості економічної системи з урахуванням невизначеності вхідних параметрів.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Основы теории автоматического управления : учебник / В. С. Бульгин, Ю. Г. Гришанин, Н. Б. Судзиловский и др. ; под ред. Н. Б. Судзиловского. – М. : Машиностроение, 1985. – 512 с. 2. Моделирование экономической динамики : учеб.



пособ. / Т. С. Клебанова, Н. А. Дубровина, О. Ю. Полякова, Е. В. Раевнева. – 2-е изд. – Харьков : Издательский дом «ИНЖЭК», 2005. – 244 с. 3. Туманова, Е. А. Макроэкономика. Элементы продвинутого подхода : учебник / Е. А. Туманова, Л. Н. Шагас. – М. : Инфра-М, 2004. – 400 с. 4. Колемаев В. А. Экономико-математическое моделирование. Моделирование макроэкономических процессов и систем / В. А. Колемаев. – М. : Юнити-Дана, 2005. – 295 с. 5. Ляпунов А. М. Общая задача об устойчивости движения / А. М. Ляпунов. – М. : Изд-во АН СССР, 1956. – Т. 2. – 472 с.

Дата надходження до редакції – 14.10.2014 р.