



УДК 330.4: 19.86:658

Яценко О. В.

Східноєвропейський університет економіки і менеджменту

ДИНАМІЧНІ БАГАТОСЕКТОРНІ МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ ФУНКЦІОНУВАННЯ ПІДПРИЄМСТВ В УМОВАХ РИНКОВОЇ ЕКОНОМІКИ

У статті розглянуто багатосекторну динамічну модель підприємства в умовах ринкової економіки. Сформульовано динамічну оптимізаційну модель ринку з даними учасниками. Для кожного учасника ринку визначено параметри і вписано умови їхнього функціонування. При вивченні динамічних процесів розвитку підприємств у макроекономічному аналізі використовують системи пов'язаних, нелінійних, диференціальних рівнянь для важливих економічних параметрів.

Запропоновано концептуальну модель управління розвитком підприємства, яка враховує вплив трансформаційних ефектів сучасного етапу розвитку національної економіки і спрямована на розробку адекватних управлінських рішень відповідно до ресурсних можливостей підприємства. Математичним підґрунтям розробленої концепції виступають методи економетричного моделювання та системної динаміки.

Ключові слова: *ринкова економіка, багатосекторна модель, учасники ринку, оптимізаційна модель.*

Yatsenko O.

East European University of Economics and Management

DYNAMIC MATHEMATICAL MODEL OF MULTI ENTERPRISES UNDER MARKET ECONOMY

In the article the multi dynamic business model in a market economy. Formulated dynamic optimization model with data market participants. Each participant of the parameters and conditions issued their functioning. In the study of dynamic processes of enterprises in macroeconomic analysis used system-related, non-linear, differential equations for important economic parameters.

A conceptual model of development management company, taking into account the impact transformative effects the current stage of development of the national economy and seeks to develop appropriate management decisions in accordance with the resource capabilities of the company. Mathematical concepts are the basis of the developed methods of econometric modeling and system dynamics.

Keywords: *market economy, Multi-model, market participants optimization model.*



ВСТУП

Підприємство є невід'ємною частиною будь-якої ринкової економічної системи. Його функції полягають у забезпеченні виробництва благ та послуг, необхідних для задоволення потреб споживачів. Ефективність діяльності підприємства прямо впливає на економічне зростання в країні та добробут населення країни.

Розвиток вітчизняних підприємств здійснюється під впливом факторів нестабільного економічного середовища, які, у свою чергу, визначають складні види циклічних коливань основних економічних показників, таких як прибуток, виручка від реалізації, рентабельність, обсяги збуту, витрати на збут, брак та інші. В свою чергу, ефективність діяльності підприємства буде визначатися такими факторами: правове поле, в якому воно функціонує, ступінь розвитку ринкових відносин у країні тощо. В свою чергу, сукупна ефективність діяльності підприємств для економіки країни визначається їхнім територіальним та галузевим розподілом. Тому питання вивчення сутності підприємства як суб'єкта ринкових відносин та як виробничо-ринкової системи мають дуже важливе значення, особливо в період становлення та розвитку ринкових відносин в країні.

Сьогодні ринкова економіка ставить перед дослідниками і практиками множини проблем. Це – визначення оптимальної поведінки її учасників (перш за все виробників і споживачів), ролі держави і банківської системи, процеси регулювання цін та стримування інфляції, забезпечення досконалої конкуренції і приборкання ринкової стихії, визначення пропорцій між споживанням і інвестиціями та багато іншого. На ці завдання накладаються також соціальні проблеми, що робить їх змістовний аналіз практично неможливим, а помилки ухвалення рішень у цій сфері можуть бути катастрофічними для суспільства. Дослідження в цих напрямках продовжуються, а роль в їхньому розв'язанні математичних методів зростає. Частина відповідей на вказані проблеми отримана в роботах з математичної економіки [1–2], проте розглянуті підходи не є комплексними і не розглядають все різноманіття ринкових проблем у рамках однієї складної моделі. Це привело до того, що дослідження в галузі економіки переживають кризу [3–4]. Вихід з неї можливий шляхом побудови загальних математичних моделей сучасної ринкової економіки і їхнього комп'ютерного моделювання [5–7].

Значний досвід дослідження проблем ефективності макроекономічних систем накопичений в економічній теорії. Одними з перших ідей про ефективність зародилися на початку XVIII в. у П. Буагільбера та Ф. Кене, які розуміли під ефективністю зростання добробуту країни. Дослідженню проблем ефективності макроекономічних систем присвячені роботи вчених, які сформулювали сучасні теорії ефективності економік на макрорівні (наприклад,



Т. Мана, У. Петті, Д. Стюарта, Д. Юма, В. Парето, Е. Бароне, Н. Калдора, Д. Хікса, К. Маркса, Д. Мілля, А. Маршалла, Ф. Еджуорт, Л. Вальраса, Д. Міда, Г. Хаберлера, Я. Вінера, П. Самуельсона, Д. Бхагваті, А. Сміта, Д. Рікардо, Е. Хекшера, Б. Оліна, Р. Торренса, У. Столпера, Т. Рибчинського, Р. Джонса, М. Муси, С. Ліндера, М. Познера, Р. Соллоу, Б. Минхасом, К. Ерроу, Я. Тінбергена, Б. Баласса, Р. Вернона, П. Кругмана, Е. Хелпмана, М. Портера).

Засновником структурного аналізу ефективності вважається Ф. Кене, який розробив першу кількісну модель економіки – баланс відповідності між натуральними (речовими) і вартісними елементами суспільного виробництва. Ключовим моментом у пропонованій таблиці Кене є динамічний аналіз загальної картини відтворення, що простежується в працях А. Маршалла, У. Джевонса, К. Менгера, Л. Вальраса (аналіз інтенсивності факторів вартості, метод граничного аналізу), Ф. Візер (оцінка корисності витрат виробництва), Е. Бем-Баверка (аналіз суб'єктивної і об'єктивної вартості) і Дж. Б. Кларка (аналіз спадної продуктивності послідовних затрат). Метод граничного аналізу Кларк спробував перенести на макроекономічне середовище, ввівши в науковий обіг поняття соціальної праці й соціального капіталу. Моделювання ситуацій сукупного попиту і пропозицій розвивається в працях Дж. М. Кейнса, Дж. Хікса, Ф. Хансена.

Неокласична теорія (Р. Солоу, П. Самуельсон, М. Калдор, Р. Харрод) використовує аналіз виробничих функцій, простий аналіз взаємозв'язків між факторами і індикаторами ефективності. Економічна теорія К. Маркса розширює аналітичний інструментарій оцінки ефективності структурним аналізом та інструментарієм теорії суспільно-економічних формацій. Методи якісного аналізу, експертних оцінок, соціологічні ефективності економіки простежуються в працях Т. Веблена, Дж. Коммонса, Дж. Гелбрейта.

Проблемам циклічної динаміки присвячені роботи вітчизняних і зарубіжних вчених: М. А. Бердяєва, М. Д. Кондратьєва, С. Кузнеця, У. Мітчелла, В. С. Соловйова, М. І. Туган-Барановського, І. Шумпетера. Питання адаптації підприємств до умов нестабільного економічного середовища вивчали Ст. Бір, В. А. Забродський, М. М. Іванов, Т. С. Клебанова, Ю. Г. Лисенко, О. В. Мілов, В. Л. Петренко, В. І. Скурихін, В. П. Стасюк, та інші.

Таким чином, проблема розробки економіко-математичних моделей процесів управління підприємством в умовах ринкового середовища є актуальною та зумовлює вибір теми дослідження, його мету й завдання.

ПОСТАНОВКА ЗАВДАННЯ

Метою дослідження є розробка концептуальної моделі управління розвитком підприємства, яка враховує вплив трансформаційних ефектів сучасного етапу розвитку національної



економіки і спрямована на розробку адекватних управлінських рішень відповідно до ресурсних можливостей підприємства.

РЕЗУЛЬТАТИ ДОСЛІДЖЕННЯ

Відомі моделі Леонт'єва та фон Неймана істотно спрощують реальну дійсність, де розв'язуються в основному задачі збалансованого зростання економіки для фіксованих технологій. Кількість учасників ринку в них обмежена, і явно не визначаються функції таких його учасників, як банки і держава. В моделях Вальраса не визначені явно функції корисності, які необхідно задавати для кожного споживача. Обсяг корисної інформації для учасників ринку з розробки ними ефективних управлінських рішень обмежений. Деякі сучасні дослідження для моделювання ринкової економіки використовують моделі оптимального управління або теорії ігор, але їхня чисельна реалізація для реальних розмірів простору задач проблематична. Все це вимагає розробки нових математичних моделей ринку, які в більшій мірі відповідали б реальній дійсності. Побудовані нижче математичні моделі ринку є білінійними, проте при фіксованих значеннях керуючих параметрів вони будуть лінійними, що дозволяє знайти оптимальні значення інших параметрів, і таким чином визначити оптимальне функціонування даної складної системи ринкової економіки.

Розглянемо особливості моделювання складних систем. Складні системи можна розбити на два класи: природні та штучні. Всесвіт є природною системою, в той час як економіка – штучною. Усі системи функціонують у відповідності до заданого критерію. Але якщо штучні системи побудовані та функціонують згідно з локальними умовами оптимальності, то штучні системи, які створює людина, повинні задовольняти глобальним умовам оптимальності. З цього витікає висновок, що призначення людини – удосконалити світ, тобто зробити його більш оптимальним. Іншими словами, природа знаходить переважно локальні розв'язки, в той час як людина може знаходити глобальні розв'язки в складних системах.

Кожна складна система має внутрішню і зовнішню складність. Можна допустити, що сумарна складність системи є константою. Внутрішня складність системи – це складність її внутрішньої структури, а зовнішня – це складність управління даною системою. Природно, ми повинні прагнути до зниження зовнішньої складності за рахунок збільшення внутрішньої складності.

Постановка задачі та її математична модель. Розглядається динамічна модель ринкової економіки зі всіма учасниками ринку: постачальниками сировини, виробниками, споживачами, банками і державою. На відміну від класичних моделей, споживачі характеризуються не функцією корисності, а нішею ринку за кожним товаром [8].



Вхідними даними математичної моделі є: початковий капітал кожного учасника ринку, витрати виробництва, початкові ціни, ніші ринків по кожному товару, технологічні матриці, відсоткові ставки за кредитами, депозитами і цінними паперами, пропорції розподілу бюджету. Математична модель описує взаємодії всіх учасників ринку на заданому інтервалі часу і має такий вигляд. Необхідно максимізувати прибуток виробників:

$$\max \left\{ \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m (p_i y_{ij} - s_i x_{ij}) + A_1(m) - B_1(m) - G_1(m) + H_1(m) \right. \\ \left. + V(m) - W(m) - Q(m) \right\}$$

при обмеженнях (доходи постачальників невід'ємні):

$$\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^k s_i^0 u_{ij} \leq Q_0 \\ + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{k-1} p_i^0 z_{ij} + A_0(k) - B_0(k-1) - G_0(k) \\ + H_0(k-1) - Q_0(k)$$

доходи виробників невід'ємні

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^k s_i x_{ij} \leq \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^{k-1} \delta p_i y_{ij} + A_1(k) - B_1(k-1) + V(k) - W(k-1) \\ - G_1(k) + H_1(k-1) - Q_1(k)$$

доходи споживачів невід'ємні

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^{k-1} p_i y_{ik} \leq P \\ + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^k \alpha s_i x_{ij} - A_2(k) - B_2(k-1) - G_2(k) \\ + H_2(k-1) + u(1 + \sigma)Q(k)$$

доходи банків невід'ємні

$$K + (1 - \beta) \left(-A(k) + B(k-1) + G(k) - H(k-1) \right. \\ \left. + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^k \gamma s_i x_{ij} + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^{k-1} \gamma p_i y_{ij} - M(k) + O(k-1) \right) \geq 0$$

доходи бюджету невід'ємні



$$V(k) - W(k - 1) - M(k) + O(k - 1) \leq R + \vartheta(1 + \sigma)Q(k),$$

скрізь $k = 1, \dots, m$.

Параметрами моделі є:

n – кількість видів товару;

m – кількість виробничих циклів;

Q_0 – початковий капітал постачальників сировини;

Q – початковий капітал виробників;

R – початковий капітал споживачів;

K – початковий капітал банків;

R – початковий капітал бюджету,

x_{ij} – обсяг виготовленого i -го товару в j -му періоді;

y_{ij} – обсяг реалізованого i -го товару в j -му періоді;

s_{i0} – витрати на виробництво i -го товару постачальниками;

r_{i0} – ціни i -го товару постачальників;

s_i – витрати на виробництво i -го товару;

r_i – ціни i -го товару;

R_i – ніша ринку i -го товару;

$A_0(k)$ – кредити комерційних банків за k періодів, одержані постачальниками;

$A_1(k)$ – кредити комерційних банків за k періодів, одержані виробниками;

$A_2(k)$ – кредити комерційних банків за k періодів, одержані споживачами;

$V_0(k)$ – повернені кредити разом з відсотками по них за k періодів, одержані постачальниками;

$V_1(k)$ – повернені кредити разом з відсотками по них за k періодів, одержані виробниками;

$V_2(k)$ – повернені кредити разом з відсотками по них за k періодів, одержані споживачами;

$V(k)$ – кредити центрального банку за k періодів, одержані виробниками;

$W(k)$ – повернені кредити разом з відсотками по них за k періодів, одержані виробниками;

$G_0(k)$ – депозити, перераховані в банк постачальниками за k періодів;

$G_1(k)$ – депозити, перераховані в банк виробниками за k періодів;

$G_2(k)$ – депозити, перераховані в банк постачальниками за k періодів;

$H_0(k)$ – повернені депозити постачальникам разом з відсотками за k періодів (відсотки нараховуються в кінці кожного періоду);

$H_1(k)$ – повернені депозити виробникам разом з відсотками за k періодів (відсотки нараховуються в кінці кожного періоду);

$H_2(k)$ – повернені депозити споживачам разом з відсотками за k періодів (відсотки нараховуються в кінці кожного періоду);



$Q_0(k)$ – податки на постачальників за k періодів;

$Q_1(k)$ – податки на виробників за k періодів;

$M(k)$ – цінні папери, продані центральним банком комерційним банкам за k періодів;

$O(k)$ – повернуті цінні папери за k періодів разом з відсотками (відсотки нараховуються після кожного періоду);

α – частина витрат виробників, які повертаються на ринок у вигляді заробітної платні;

β – частина активів комерційних банків, які складають витрати і резерви;

γ – частина відрахувань комерційним банкам від проходження сум за їхніми рахунками;

δ – частина прибутку підприємств, що направляється на інвестування;

σ – частина бюджету, що складається з неподаткових надходжень;

u – витратна (соціальна) частина бюджету;

v – частина бюджету, що направляється на інвестиції.

Ніша за кожним видом товарів на плановому періоді не може бути переповненою

$$\sum_{j=1}^m y_{ij} \leq R_i, \quad i = 1, 2, \dots, n.$$

Ринкова економіка функціонує впродовж перебігу m виробничих періодів. Обсяг виготовленої продукції кожного з n товарів визначається технологічною матрицею A порядку $n \times m$ за допомогою співвідношення $x = A_z$ (або $x = (I - A)z$).

Вихідними параметрами розглянутої моделі в кожному виробничому періоді є: u_{ij} – обсяги сировини i -го вигляду в j -му періоді; z_{ij} – поставки продукції виробникам, виробництво і реалізація кожного товару (x_{ij}, y_{ij}) , обсяги кредитів, депозитів, цінних паперів, надходжень і витрат бюджету.

Обсяги кредитів, депозитів, цінних паперів, розраховуються за формулами:

$$A(k) = \sum_{j=1}^k \sum_{r=1}^{m-j+1} K_{jr}, \quad k = 1, \dots, m,$$

де K_{jr} – кредит, виданий на початку j -го періоду на r періодів;

$$B(k) = \sum_{j=1}^k \sum_{r=1}^{k-j+1} (1 + d_r) K_{jr}, \quad k = 1, \dots, m,$$



$$G(k) = \sum_{j=1}^k \sum_{r=1}^{m-j+1} Z_{jr}, \quad k = 1, \dots, m,$$

де Z_{jr} – вкладений депозит, виданий на початку j -го періоду на r періодів

$$H(k) = H(k-1) + \sum_{i=1}^k \sum_{j=k-j+1}^{m-i+1} Z_{ij}r_j + \sum_{j=1}^k Z_{jk-j+1}, \quad k = 1, \dots, m.$$

Формули для цінних паперів аналогічні депозитним.

Розглядатимемо три види податків: відрахування з фонду оплати праці (соціальний податок), податок на прибуток і податок на додану вартість (ПДВ). Нехай $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ – відповідні ставки розглянутих вище податків, тоді нескладно обчислити їхні значення за k минулих періодів.

Відрахування з фонду оплати праці визначається формулою

$$F(k) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^k \lambda_1 q s_i x_{ij}, \quad k = 1, \dots, m,$$

до якої входять відрахування до Пенсійного фонду, соціального страхування, фонду зайнятості, прибуткового податку. Параметр q визначає, яку частину витрат складає фонд оплати праці підприємства.

Для обчислення ПДВ необхідно враховувати матеріальні витрати, за яким уже нарахований відповідний податок. Вони складають частину $(1 - q)$ у витратах. Тому цей податок дорівнює

$$D(k) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^k \lambda_3 (p_i y_{ij} - (1 - q) s_i x_{ij}), \quad k = 1, \dots, m.$$

Податок на прибуток обчислюється останнім і дорівнює

$$L(k) = \lambda_2 \left\{ \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^k (p_i y_{ij} - s_i x_{ij}) - F(k) - D(k) \right\}, \quad k = 1, \dots, m.$$

Очевидно, що податки є додатковими витратами для підприємств з одного боку, і використовуються для фінансування бюджетної сфери, інвестування пріоритетних галузей, для матеріального забезпечення бюджету і загальнодержавних потреб. Таким чином, податки через заробітну платню та інвестиційні банки повертаються знову на ринок. Введемо позначення: $Q(k) = F(k) + L(k) + D(k)$, звідки одержуємо формулу



$$Q(k) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^k [(1 - \lambda_2)(\lambda_1 q - \lambda_3(1 - q)) - \lambda_2] s_i x_{ij} \\ + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^k (\lambda_2 - \lambda_2 \lambda_3 + \lambda_3) p_i y_{ij}.$$

Розглянута система податків не є єдино можливою. Більш простою схемою може бути введення єдиного податку із ставкою λ , який розраховуватиметься за формулою:

$$Q(k) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^k \lambda p_i y_{ij}.$$

Як критерій функціонування ринкової економіки розглядалася також максимізація ВВП (внутрішнього національного продукту):

$$\max_y \sum_{i=1}^n p_i (\sum_{j=1}^m y_{ij} - R_i).$$

При фіксованих значеннях деяких параметрів (банківські відсотки за кредитами і депозитами, за цінними паперами та ін.) розглянута модель є лінійною і ефективно розв'язується методами лінійного програмування. Розмірність розглянутої задачі: $5(m + 1) + 2n$ обмежень і $2(n + N) + 5m(m + 1)$ змінних. Розроблено програмне забезпечення Excel_SP даної моделі з вбудованою мовою математичного моделювання та реалізацією ефективних методів оптимізації, яке дозволяє за таблицею початкових даних на листі Excel будувати матрицю обмежень задачі лінійного програмування, розв'язувати цю задачу і формувати таблиці та графіки вихідних даних.

За допомогою розглянутої моделі на ПЕОМ досліджувалися практично всі складові ринкової економіки: вплив інвестицій, банківських відсотків, податків, конкуренції, зростання заробітної платні й інфляції, витрат держбюджету і кредитно-грошову політику ЦБ та ін. Розглянемо, яким чином в цій моделі враховується кожна з цих проблем.

Інвестиції підприємств вкладались в удосконалення технологій виробництва, розробку нових товарів та рекламу. Удосконалення технологій приводить до зниження собівартості виготовлення продукції, розробка нового товару (замість старого) збільшує собівартість і ціну, вкладення в рекламу розширює нішу відповідного товару. За цих умов увесь плановий період розбиваємо на дві частини. На першому етапі частину прибутку направляємо на інвестування, а на другому змінюємо параметри моделі відповідно до вигляду інвестицій. За сумарним критерієм визначаємо ефективність інвестицій. Для



визначення оптимальних вкладень у інвестиції та їхні структури були проведені значні чисельні експерименти. При цьому в модель вносились такі зміни (при трьох учасниках ринку). Цільова функція мала вигляд:

$$\max\left\{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m (p_i y_{ij} - s_i x_{ij}) + A(m) - B(m) - G(m) + H(m) - \sum_{i=1}^n u_i\right\} \quad (1)$$

де u_i – обсяг реклами в i -й товар за наступних обмежень.

Витрати не перевищують наявних засобів:

$$(1 + \gamma) \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^k s_i x_{ij} - (1 - \gamma) \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^{k-1} \delta p_i y_{ij} - A_1(k) + B_1(k-1) + G_1(k) + H_1(k-1) \leq Q, k = 1, 2, \dots, m. \quad (2)$$

Тут величина δ визначає, яка частка доходу підприємства використовується на подальше виробництво в у-му виробничому циклі. Тоді частина $1 - \delta$ від прибутку підприємства направляється на інвестиції. Параметр δ в даній моделі є керуючим і визначає ефективність інвестицій підприємства.

Реалізація не перевищує капітали, що є на ринку:

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^{k-1} p_i y_{ij} \leq P + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^k \alpha_i s_i x_{ij} + A_2(k) - B_2(k-1) - G_2(k) + H_2(k-1), k = 1, 2, \dots, m. \quad (3)$$

З урахуванням кредитів та депозитів активи банків на початку к-го періоду обмежені співвідношенням:

$$0 \leq K + (1 - \beta) \left(-A(k) + B(k-1) + G(k) - H(k-1) + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^k \gamma s_i x_{ij} + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^{k-1} \gamma p_i y_{ij} \right), k = 1, 2, \dots, m, \quad (4)$$

Ніша ринку по кожному товару не може бути переповнена на плановому періоді.

$$\sum_{j=1}^m y_{ij} \leq R_i + \rho \frac{u_i}{\rho_i}, i = 1, 2, \dots, n, \quad (5)$$

де ρ – коефіцієнт ефективності реклами.

Перспективи підприємств у конкурентному середовищі ринку



визначались за аналогічною моделлю для декількох підприємств, що випускають однотипну продукцію. Завдання полягає в тому, щоб визначити, яким чином розподілити загальні ресурси підприємств: нішу ринку, капітал банку та капітал споживачів. Запропоновано такий алгоритм перерозподілу ресурсів. Спочатку всі названі ресурси розподілялись серед підприємств порівну. Після розв'язання задачі (1) – (5) для кожного з підприємств визначалась частка ніш за кожним товаром і кожним підприємством, яка не була заповнена. Невикористані ніші додавались і розподілялись порівну серед тих підприємств, які свої ніші заповнили. В тих же пропорціях розподілялись серед підприємств й інші загальні ресурси. Чисельні експерименти показали швидку збіжність даного алгоритму, але при цьому через деякий час на ринку залишалось тільки одне підприємство. Для ліквідації монополізму даний алгоритм було модифіковано, і для кожного підприємства був встановлений мінімальний обсяг загальних ресурсів. Це дало змогу подолати монополізм, і на ринку залишались декілька підприємств, але їхні ніші за кожним товаром були різні.

Для дослідження оптимального впливу параметрів монетарної політики, податкової системи, розподілу бюджету, визначення рівня інфляції розглянемо модель з учасниками ринку (виробники, споживачі, банки, держава). Для дослідження перерахованих проблем критерієм вибирався рівень ВВП. Монетарна політика включає визначення оптимальних значень таких параметрів: розподіл бюджету, процентних ставок за кредитами, депозитами і цінними паперами, резервна ставка центрального банку, рівень емісії, рівень торгівлі валютою. Відповідні керуючі параметри присутні в моделі. Необхідно знайти

$$\min_y \sum_{i=1}^n \rho_i \left(R_i - \sum_{j=1}^m y_{ij} \right)$$

при таких обмеженнях.

Доходи підприємств невід'ємні:

$$(1 + \gamma) \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^k s_i x_{ij} \leq Q + (1 - \gamma) \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^{k-1} \delta p_i y_{ij} - A_1(k) + B_1(k-1) + V(k) - W(k-1) - G_1(k) + H_1(k-1) - Q(k), \quad k = 1, 2, \dots, m.$$

Купівельна спроможність ринку обмежує величину продажів продукції



$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^{k-1} p_i y_{ik} \leq P + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^k \alpha_i s_i x_{ij} + A_2(k) - B_2(k-1) - G_2(k) + H_2(k-1) \\ + u(1 + \sigma)Q(k-1) + \\ + \sum_{j=1}^k \omega_1 v_j - \sum_{j=1}^k \omega_2 w_j, \quad k = 1, 2, \dots, m.$$

Вводимо нові змінні v_k і w_k , що дорівнюють відповідно кількості проданої та купленої валюти в k -му періоді. Необхідно ввести також вхідні параметри курсу купівлі та продажу валюти, які ми позначатимемо відповідно через ω_1 і ω_2 .

Резерви банків, доступні для кредитів в k -му періоді, не можуть бути від'ємними:

$$0 \leq K + (1 - \beta) \left(-A(k) + B(k-1) + G(k) - H(k-1) \right. \\ \left. + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^k \gamma s_i x_{ij} + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^{k-1} \gamma p_i y_{ij} - M(k) + O(k-1) \right) - \\ - \sum_{j=1}^k \omega_1 v_j - \sum_{j=1}^k \omega_2 w_j, \quad k = 1, 2, \dots, m,$$

Звісно, що резерви центрального банку також обмежені, що виражається такими умовами:

$$V(k) - W(k-1) - M(k) + O(k-1) \leq R + \rho G(k), \quad k = 1, 2, \dots, m.$$

Параметр ρ визначає частину резервної ставки центрального банку, яка визначається обсягом депозитів комерційних банків.

Останнє обмеження можна замінити таким:

$$V(k) - W(k-1) - v(M(k) + O(k-1)) \leq v(1 + \sigma)Q(k) + R, \quad k = 1, 2, \dots, m,$$

яке означає, що доходи бюджету невід'ємні.

Таким чином, одержано білінійну модель ринкової економіки, яка за фіксованих значень керуючих параметрів (α , β , γ , δ , ρ , σ , u , v , ω_1 , ω_2) стає лінійною. Залежно від конкретної проблеми ринку вибираються приведені обмеження і їхні компоненти, що породжує множину моделей. За допомогою даної моделі досліджувались проблемні питання ринкової економіки – інвестицій, економічного



росту, інфляції, монетарної та податкової політики, конкуренції, рівноваги та ін. В цих дослідженнях визначались оптимальні значення змінних моделей ринкової економіки, яка функціонувала протягом фіксованого часу, потім на основі аналізу попереднього періоду визначались значення керуючих параметрів для наступного періоду і т. д.

Враховуючи складність запропонованих моделей ринкової економіки, їхній аналіз проводився шляхом виконання великої кількості експериментів за різних початкових даних. Ці експерименти дали можливість знайти закономірності розвитку ринкової економіки.

ВИСНОВКИ

Таким чином, за результатами дослідження можна сформулювати такі висновки:

1. Запропоновані динамічні багатосекторні моделі ринкової економіки. Ці моделі є білінійними, а при фіксованих значеннях керуючих параметрів – лінійними. Для моделей ринкової економіки істотним є вибір початкових даних Q , P , K , R . Існує мінімальний набір цих даних, при якому економіка буде працювати. Змінні системи – обсяг виробництва, реалізації, кредитів, депозитів, цінних паперів, зовнішніх запозичень – належать до змінних стану системи, а решта параметрів, що стосуються процентних ставок, належать до параметрів управління. На відміну від стандартної задачі дискретного оптимального управління, параметри стану тут не визначаються з різницевих рівнянь, а знаходяться одночасно. Проте, якщо модель продовжити на наступні планові періоди при обчисленні сумарного критерію, то значення змінних стану попереднього періоду при фіксованих параметрах управління однозначно визначатимуть значення змінних стану наступного виробничого циклу. Таким чином, плановий період у даній моделі можна продовжити до нескінченності, перераховуючи кожного разу на кінець інтервалу планування значення початкових умов.

2. Для ефективного зростання економіки соціальна складова бюджету повинна бути достатньо великою; ринковій економіці властивий монополізм, проте резервування мінімальної кількості загальних ресурсів за кожним підприємством ліквідує монополізм; у витратах на рекламу (реклама збільшує нішу ринку відповідного товару) перш за все зацікавлені споживачі.

Чисельні експерименти з даною моделлю ринкової економіки показали, що спрощення обмежень знижує її стійкість.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Моришима М. Равновесие, устойчивость, рост / М. Моришима ; пер. с англ. В. А. Булавского, Б. А. Вертгейма, А. М. Рубинова ; под ред. В. Л. Макарова. – М. : Наука, 1972. – 280 с.
2. Никайдо Х. Выпуклые структуры и математическая экономика / Х. Никайдо ; пер. с англ. А. В. Малишевского ; под ред. Э. М. Бравермана. – М. : Мир, 1972. – 519 с.
3. Полтерович В. М. Кризис



экономической теории / В. М. Полтерович. – М. : ЦЭМИ РАН, 2002. – С. 1–23.
4. Балацкий Е. В. Мировая экономическая наука на современном этапе: кризис или прорыв? / Е. В. Балацкий // Наукоедение, 2001. – № 2. – С. 1–20. 5. Косолап А. И. Математическое моделирование и оптимизация сложных детерминированных систем : монография / А. И. Косолап. – Днепропетровск : ДГУ, 1999. – 176 с.
6. Косолап А. И. Выпуклый анализ и многоэкстремальные задачи : монография / А. И. Косолап. – Днепропетровск : ДНУ, 2007. – 280 с. 7. Косолап А. И. Математическое моделирование динамики экономико-социальных систем / А. И. Косолап // Социальные процессы и математическое моделирование. – Днепропетровск : ДГУ, 2000. – Т. 1. – № 2. – С. 130–143. 8. Косолап А. І. Вступ до математичної економіки : навч. посіб. / А. І. Косолап. – Дніпропетровськ : ДНУ, 2002. – 96 с.

Дата надходження до редакції – 21.09.2016 р.