

К РАСЧЕТУ ПРОЦЕССА МАССОПЕРЕНОСА В ВЕРТИКАЛЬНОМ ОТСТОЙНИКЕ

Н. Н. Беляев¹, Е. К. Нагорная²

1 – Днепропетровский национальный университет железнодорожного транспорта имени академика В. Лазаряна

2 – ГВУЗ «Приднепровская государственная академия строительства и архитектуры»
e-mail: ek_n@i.ua

На базе построенной 2D численной модели выполнен расчет вертикального отстойника. Модель основывается на численном интегрировании уравнения конвективно-диффузионного переноса примеси и модели потенциального течения. Приводятся результаты вычислительного эксперимента.

Ключевые слова: численное моделирование, вертикальный отстойник, CFD модель.

Введение

Вертикальные отстойники широко используются в настоящее время в системах водоотведения малых промышленных объектов. В Украине для расчета вертикальных отстойников применяются балансовые (нуль – мерные) модели [1] либо одномерные кинематические модели транспорта загрязнителя [2,3]. Перечисленные группы моделей не учитывают геометрическую форму отстойника и гидродинамику течения в сооружении. Целью данной работы является разработка численной модели массопереноса в вертикальном отстойнике, позволяющей учитывать при моделировании его геометрическую форму.

Математическая модель процесса массопереноса

Для расчета транспорта загрязнителя в вертикальном отстойнике используется осредненное по ширине сооружения уравнение переноса примеси [6]:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \frac{\partial uC}{\partial x} + \frac{\partial (v-w)C}{\partial y} + \sigma C = \text{div}(\mu \text{grad} C), \quad (1)$$

где C – концентрация загрязнителя в сточной воде;

u, v – компоненты вектора скорости течения;

$\mu = (\mu_x, \mu_y)$ – коэффициенты диффузии;

t – время; w – скорость оседания загрязнителя;

σ – коэффициент, учитывающий процессы агломерации и т.п. в отстойнике.

Отметим, что при использовании модели (1) компоненты вектора скорости течения сточных вод в отстойнике должны удовлетворять уравнению неразрывности.

В построенной численной модели на твердых непроницаемых стенках реализуется граничное условие вида:

$$\frac{\partial C}{\partial n} = 0,$$

где n – единичный вектор внешней нормали к твердой поверхности.

На горизонтальных границах в численной модели реализуется граничное условие «поглощения» загрязнителя. На входной границе (граница входа потока сточных вод в

отстойник) ставится условие:

$$C|_{\text{граница}} = C_K$$

где C_K - известное значение концентрации загрязнителя.

На выходной границе расчетной области, в численной модели ставится «циклическое» (мягкое) граничное условие вида:

$$C(i+1, j) = C(i, j),$$

где i, j – номер разностной ячейки.

В начальный момент времени полагается $C = 0$ в расчетной области. Задача транспорта загрязнителя в отстойнике решается на установление решения.

Для практического использования модели (1) транспорта загрязнителя в вертикальном отстойнике необходимо рассчитать поле скорости потока внутри сооружения. Для решения этой гидродинамической задачи используется модель потенциального течения. В этом случае моделирующее уравнение имеет вид [5]:

$$\frac{\partial^2 P}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 P}{\partial y^2} = 0, \quad (2)$$

где P - потенциал скорости.

Для данного уравнения ставятся следующие граничные условия [5]:

- на твердых стенках отстойника, перегородках внутри него: $\frac{\partial P}{\partial n} = 0$,

где n - единичный вектор внешней нормали к твердой границе;

- на входной границе (область втекания сточных вод в отстойник): $\frac{\partial P}{\partial n} = V_n$,

где V_n - известное значение скорости втекания;

- на выходной границе расчетной области (область выхода осветленных вод из отстойника) $P = P^*(x = \text{const}, y) + \text{const}$ (условие Дирихле)

Если поле потенциала скорости определено, то компоненты вектора скорости потока сточных вод в отстойнике рассчитываются зависимостями [5]

$$u = \frac{\partial P}{\partial x}, \quad v = \frac{\partial P}{\partial y}.$$

Метод решения

Для численного интегрирования уравнения транспорта загрязнителя в отстойнике используется попеременно – треугольная разностная схема [4]. Численный расчет реализуется

на прямоугольной разностной сетке. Значение концентрации загрязнителя рассчитывается в центрах разностных ячеек.

Разностные соотношения данной схемы в операторном виде записываются так [4]:

на первом шаге расщепления $k = n + \frac{1}{4}$:

$$\frac{C_{i,j}^k - C_{i,j}^n}{\Delta t} + \frac{1}{2}(L_x^+ C^k + L_y^+ C^k) = \frac{1}{4}(M_{xx}^+ C^k + M_{xx}^- C^k + M_{yy}^+ C^n + M_{yy}^- C^n),$$

на втором шаге расщепления $k = n + \frac{1}{2}$; $c = n + \frac{1}{4}$:

$$\frac{C_{i,j}^k - C_{i,j}^c}{\Delta t} + \frac{1}{2}(L_x^- C^k + L_y^- C^k) = \frac{1}{4}(M_{xx}^- C^k + M_{xx}^+ C^c + M_{yy}^- C^k + M_{yy}^+ C^c),$$

на третьем шаге расщепления $k = n + \frac{3}{4}$; $c = n + \frac{1}{2}$:

$$\frac{C_{i,j}^k - C_{i,j}^c}{\Delta t} + \frac{1}{2}(L_x^+ C^k + L_y^+ C^k) = \frac{1}{4}(M_{xx}^- C^c + M_{xx}^+ C^k + M_{yy}^- C^k + M_{yy}^+ C^c),$$

на четвертом шаге расщепления $k = n + 1$; $c = n + \frac{3}{4}$:

$$\frac{C_{i,j}^k - C_{i,j}^n}{\Delta t} + \frac{1}{2}(L_x^- C^k + L_y^- C^k) = \frac{1}{4}(M_{xx}^- C^k + M_{xx}^+ C^c + M_{yy}^- C^c + M_{yy}^+ C^k).$$

В данных выражениях использованы следующие обозначения разностных операторов

$$\frac{\partial u^+ C}{\partial x} \approx \frac{u_{i+1,j}^+ C_{i,j}^{n+1} - u_{i,j}^+ C_{i-1,j}^{n+1}}{\Delta x} = L_x^+ C^{n+1},$$

$$\frac{\partial u^- C}{\partial x} \approx \frac{u_{i+1,j}^- C_{i+1,j}^{n+1} - u_{i,j}^- C_{i,j}^{n+1}}{\Delta x} = L_x^- C^{n+1},$$

$$\frac{\partial v^+ C}{\partial y} \approx \frac{v_{i,j+1}^+ C_{i,j}^{n+1} - v_{i,j}^+ C_{i,j}^{n+1}}{\Delta y} = L_y^+ C^{n+1},$$

$$\frac{\partial v^- C}{\partial y} \approx \frac{v_{i,j+1}^- C_{i,j}^{n+1} - v_{i,j}^- C_{i,j}^{n+1}}{\Delta y} = L_y^- C^{n+1},$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\mu_x \frac{\partial C}{\partial x} \right) \approx \tilde{\mu}_x \frac{C_{i+1,j}^{n+1} - C_{i,j}^{n+1}}{\Delta x^2} - \tilde{\mu}_x \frac{C_{i,j}^{n+1} - C_{i-1,j}^{n+1}}{\Delta x^2} = M_{xx}^- C^{n+1} + M_{xx}^+ C^{n+1},$$

$$\frac{\partial}{\partial y} \left(\mu_y \frac{\partial C}{\partial y} \right) \approx \tilde{\mu}_y \frac{C_{i,j+1}^{n+1} - C_{i,j}^{n+1}}{\Delta y^2} - \tilde{\mu}_y \frac{C_{i,j}^{n+1} - C_{i,j-1}^{n+1}}{\Delta y^2} = M_{yy}^- C^{n+1} + M_{yy}^+ C^{n+1}.$$

и т.д. В приведенных обозначениях принято $v = v - w$.

Пояснение к данным разностным операторам представлено в работе [4]. Неизвестное значение концентрации загрязнителя на каждом шаге расщепления определяется по явной формуле «бегущего счета».

Для численного интегрирования уравнения (2) используется метод установления решения по времени. Поэтому, численно интегрируется уравнение эволюционного типа

$$\frac{\partial P}{\partial t} = \frac{\partial^2 P}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 P}{\partial y^2}, \quad (3)$$

здесь t - фиктивное время.

При $t \rightarrow \infty$ решение уравнения (3) будет стремиться к «установлению», т.е. к решению уравнения (2).

Для численного интегрирования уравнения (3) используется неявная схема суммарной аппроксимации [7]. В этом случае разностные уравнения на каждом дробном шаге имеют вид:

$$\begin{aligned} \frac{P_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} - P_{i,j}^n}{\Delta t} &= \left[\frac{-P_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} + P_{i-1,j}^{n+\frac{1}{2}}}{\Delta x^2} \right] + \left[\frac{-P_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} + P_{i,j-1}^{n+\frac{1}{2}}}{\Delta y^2} \right], \\ \frac{P_{i,j}^{n+1} - P_{i,j}^{n+\frac{1}{2}}}{\Delta t} &= \left[\frac{P_{i+1,j}^{n+1} - P_{i,j}^{n+1}}{\Delta x^2} \right] + \left[\frac{P_{i,j+1}^{n+1} - P_{i,j}^{n+1}}{\Delta y^2} \right]. \end{aligned}$$

Отметим, что значение потенциала скорости $P_{i,j}$ в центре каждой разностной ячейки, на каждом шаге расщепления, осуществляется по явной формуле – методу бегущего счета [7].

В численной модели компоненты вектора скорости определяются по формулам:

$$\begin{aligned} u_{i,j} &= \frac{P_{i,j} - P_{i-1,j}}{\Delta x}, \\ v_{i,j} &= \frac{P_{i,j} - P_{i,j-1}}{\Delta y}. \end{aligned}$$

Компоненты вектора скорости водной среды рассчитываются на гранях разностных ячеек (контрольных объемов), что позволяет построить консервативную разностную схему для уравнения транспорта загрязнителя. При решении эволюционного уравнения (3) задается поле потенциала скорости для «начального» момента фиктивного времени.

Кроме рассмотренного метода условной аппроксимации в разработанном коде также применяется метод Либмана [7] для численного интегрирования уравнения (2). В этом случае аппроксимирующее уравнение имеет вид:

$$\frac{P_{i+1,j} - 2P_{i,j} + P_{i-1,j}}{\Delta x^2} + \frac{P_{i,j+1} - 2P_{i,j} + P_{i,j-1}}{\Delta y^2} = 0.$$

Тогда неизвестное значение потенциала в центре разностной ячейки определяется так:

$$P_{i,j} = \left[\frac{P_{i+1,j} - P_{i-1,j}}{\Delta x^2} + \frac{P_{i,j+1} - P_{i,j-1}}{\Delta y^2} \right] / A,$$

где $A = \left(\frac{2}{\Delta x^2} + \frac{2}{\Delta y^2} \right).$

В разработанном коде расчет по методу Либмана реализован в отдельной подпрограмме.

Особенностью моделирования массопереноса в вертикальных отстойниках является необходимость проведения численного интегрирования уравнений модели в области сложной геометрической формы. Для формирования геометрической формы отстойника на прямоугольной разностной сетке, с учетом возможности размещения в нем перегородок и т.п., применяется метод маркирования [4]. Это дает возможность быстро формировать любую геометрическую форму отстойника, без каких либо налагаемых на нее ограничений.

Практическая реализация модели

На основе построенной численной модели создан код «Settler- 2», реализованный на алгоритмическом языке *FORTRAN*. Основу данного кода составляют подпрограммы типа *SUBROUTINE*, координацию работы подпрограмм осуществляет основная программа *MAINPRG*. Ввод исходных данных осуществляется с помощью файла исходных данных типа «DATA».

Разработанная численная модель была использована для моделирования процесса массопереноса в малом вертикальном отстойнике, имеющем перегородку и в вертикальном отстойнике, имеющем перегородку и водослив (рис. 1). На рис.1 вертикальная пластина на нижней границе отстойника является водосливом. Цель моделирования – оценка эффективности очистки сточных вод в отстойниках рассматриваемого типа.

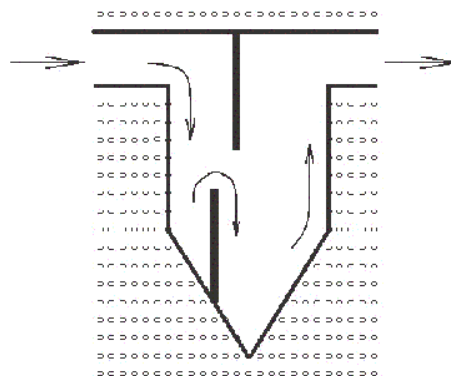


Рис.1. Схема вертикального отстойника с пластиной и водосливом.

Расчет выполнен при таких параметрах: коэффициент диффузии $0,7 \text{ м}^2/\text{ч}$; $w=0,2 \text{ м/ч}$; $\sigma=0$; длина отстойника $2,7 \text{ м}$; глубина $3,9 \text{ м}$. Концентрация загрязнителя во входящем в отстойник потоке равна 100 ед. (в безразмерном виде). Длина вертикальной пластины на верхней границе отстойника равна $1,38 \text{ м}$. Так как, очень часто, подача воды в отстойник характеризуется большой неравномерностью, то рассматриваются два варианта задачи. Первый вариант - скорость потока на входе в отстойник $1,9 \text{ м/ч}$ и второй вариант - скорость

потока на входе в отстойник 12 м/ч. Кроме этого, исследуется влияние высоты водослива на эффективность процесса очистки. Рассматривается малый водослив его – высота составляет 1,38 м и высокий – 2,53 м.

Прежде чем рассмотреть результаты вычислительного эксперимента, отметим, что значение концентрации на рисунках представлено в безразмерном виде: каждое число – это величина концентрации в процентах от величины входной концентрации. Печать чисел осуществляется по формату «целое число», т.е. дробная часть числа не выдается на печать. Это значит, что если, например, в какой-то точке расчетное значение концентрации составляет «4,53 %» от концентрации на входе в отстойник, то на печать будет выведено число «4». Данный подход к такому выводу результатов на «печать» эффективен при проведении серийных расчетов, когда осуществляется «перебор» различных вариантов с целью выбора наиболее оптимальной конструкции сооружения. Такое представление результатов вычислительного эксперимента позволяет оперативно анализировать прогнозную информацию по оценке величины концентрации в любой части отстойника. Следует отметить, что при необходимости, программа расчета осуществляет вывод на печать результатов по формату «действительное число», т.е. с сохранением дробной части числа.

На рис. 2-5 представлено распределение концентрации загрязнителя внутри отстойников различной конфигурации. Хорошо видно, что при малой скорости входного потока происходит эффективная очистка воды. Это видно из рис. 2, где на выходе из отстойника концентрация загрязнителя составляет порядка 3 % от входной концентрации. Увеличение скорости входного потока приводит к снижению эффективности очистки воды (рис. 3).

Отчетливо видно (рис. 2, 5), что при эффективной очистке воды распределение концентрации загрязнителя внутри отстойника – неравномерное.

Как видно из представленных результатов, величина концентрации на выходе из каждого отстойника (что представляет основной интерес при расчете, т.к. это эффективность очистки) составит:

- для отстойника с пластиной при скорости входного потока $v=1,9$ м/ч, $\Xi=3$ % (вариант 1);
- для отстойника с пластиной при скорости входного потока $v=12$ м/ч, $\Xi=21$ % (вариант 2);
- для отстойника с пластиной и малым водосливом (высота водослива 1,38 м; скорость входного потока $v=12$ м/ч): $\Xi=18\%$ (вариант 3);
- для отстойника с пластиной и высоким водосливом (высота водослива 2,53 м; скорость входного потока $v=12$ м/ч): $\Xi=7\%$ (вариант 4).

Как видно из представленных данных, отстойник заданных габаритов имеет высокую эффективность очистки воды при малой скорости входного потока, т.е. при малом расходе (вариант 1). Эффективность очистки воды для данного отстойника резко падает при значительном увеличении расхода воды, поступающей на сооружение (вариант 2). Повысить эффективность очистки воды на сооружении при большом расходе можно «введя» внутрь отстойника «водослив» - вертикальную пластину, определенной высоты (варианты 3 и 4).

Таким образом, изменяя внутреннюю «геометрию» сооружения можно влиять на степень эффективности очистки воды при больших, аварийных расходах. Такой подход может оказаться очень эффективным и экономичным при реконструкции действующих очистных сооружений. Выбор место расположения пластин, водосливов, их размеры, наиболее оптимальные для конкретного сооружения, могут быть определены на основе разработанной численной модели.

Отметим, что для расчета одного варианта задачи потребовалось 5 с. компьютерного времени. Таким образом, для решения многопараметрической задачи массопереноса в области сложной геометрической формы требуются незначительные временные затраты при использовании разработанной численной модели.

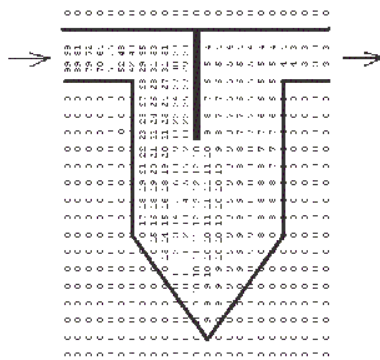


Рис.2. Распределение концентрации загрязнителя в вертикальном отстойнике, скорость входного потока $v=1,9$ м/ч.

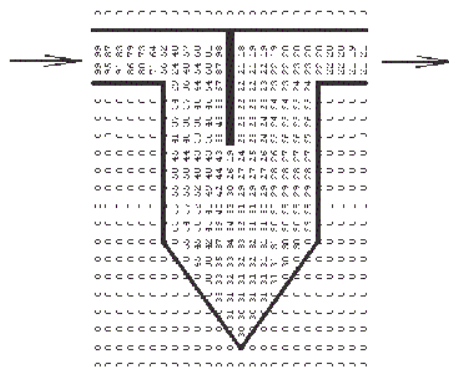


Рис. 3. Распределение концентрации загрязнителя в вертикальном отстойнике, скорость входного потока $v=12$ м/ч.

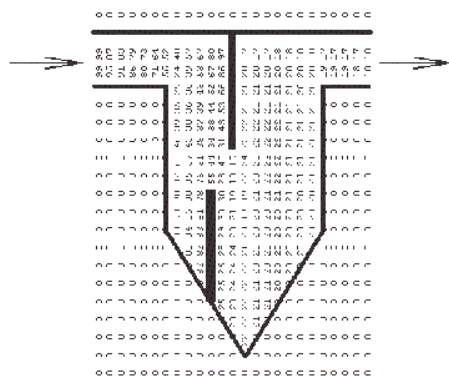


Рис. 4. Распределение концентрации загрязнителя в вертикальном отстойнике с пластиной и водосливом (высота водослива 1,38 м; скорость входного потока $v=12$ м/ч).

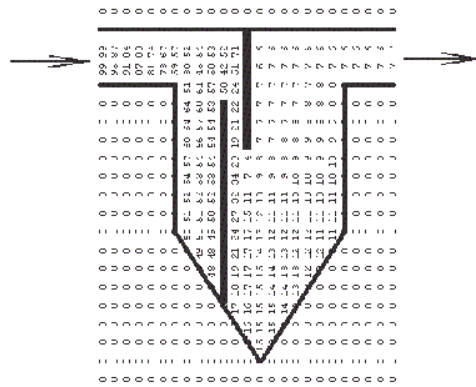


Рис. 5. Распределение концентрации загрязнителя в вертикальном отстойнике с пластиной и водосливом (высота водослива 2,53 м; скорость входного потока $v=12$ м/ч).

Выводы

В работе представлена новая численная модель для расчета процесса массопереноса в канализационных вертикальных отстойниках. Модель дает возможность рассчитывать поле скорости в вертикальных отстойниках без ограничения на их геометрическую форму. На основе построенной численной модели разработан специализированный код, который может быть использован как инструмент решения комплекса задач, возникающих при проектировании и реконструкции вертикальных отстойников. Дальнейшее совершенствование рассмотренной в работе модели необходимо проводить в направлении ее адаптации к моделированию трехмерного процесса массопереноса в отстойниках.

ДО РОЗРАХУНКУ ПРОЦЕСУ МАСОПЕРЕНОСУ У ВЕРТИКАЛЬНОМУ ВІДСТІЙНИКУ

М.М. Біляєв, О. К. Нагорна
e-mail: ek_n@i.ua

На базі розробленої 2D чисельної моделі виконано розрахунок вертикального відстійнику. Модель базується на чисельному інтегруванні рівняння конвективно-дифузійного переносу домішки та моделі потенційного руху. Наводяться результати обчислювального експерименту.

Ключеві слова: чисельне моделювання, вертикальний відстійник, CFD модель.

CALCULATION OF MASS TRANSFER PROSES IN THE VERTICAL SEDIMENTATION TANK

N. N. Belyaev, H. K. Nagornaya
e-mail: ek_n@i.ua

The 2D numerical model was developed and used to simulate the pollutant transfer in the vertical settler. The model is based on the numerical integration of the K-gradient transport model and the model of the potential flow. The results of numerical experiment are presented.

Key words: numerical simulation, vertical settler, CFD model.

Список литературы:

1. *Таварткиладзе И.М.* Математическая модель расчета вертикальных отстойников с перегородкой / Таварткиладзе И.М., А.М. Кравчук А.М., Нечипор О.М. // Водоснабжение и санитарная техника. — 2006. — Выпуск №1. — ч. 2. — С. 39 — 42.
2. *Олейник А.Я.* Теоретический анализ процессов осаждения в системах биологической очистки сточных вод / Олейник А.Я., Калугин Ю.И., Степовая Н.Г., Зябликов С.М. // Прикладная гидромеханика. — 2004. — Том 6 (78). — №4. — С. 62 — 67.
3. *Степова Н.Г.* До розрахунку вертикального відстійника з урахуванням форми його нижньої частини / Степова Н.Г., Калугін Ю.І., Олійник О.Я. // Проблеми водопостачання, водовідведення та гідравлики. — 2010. — Випуск №14. — С. 145 — 151.
4. *Згуровский М. З.* Численное моделирование распространения загрязнения в окружающей среде / М. З. Згуровский, В. В. Скопецкий, В. К. Хрущ, Н. Н. Беляев. — К.: Наук. думка, 1997. — 368 с.
5. *Лойцянский Л. Г.* Механика жидкости и газа. — М.: Наука, 1978. — 735 с.
6. *Марчук Г. И.* Математическое моделирование в проблеме окружающей среды. — М.: Наука, 1982. — 320 с.
7. *Самарский А. А.* Теория разностных схем. — М.: Наука, 1983. — 616 с.