

УДК 622.002.5

Николенко И. В., Каримов Э. А.

### ВЛИЯНИЕ ПАРАМЕТРОВ ГИДРОДИНАМИЧЕСКОГО ФИЛЬТРОВАНИЯ С НЕПОДВИЖНЫМ ФИЛЬТРОЭЛЕМЕНТОМ НА ТОНКОСТЬ ОЧИСТКИ РАБОЧЕЙ ЖИДКОСТИ В МАШИНАХ

**Аннотация.** В статье рассмотрены вопросы процесса гидродинамического фильтрования рабочей жидкости в машинах. Проанализированы методы очистки рабочей жидкости. Установлено, что внедрение в машиностроение гидродинамического фильтрования позволяет эффективно использовать все его преимущества: снижение энергоемкости, сроков очистки, повышение тонкости очистки рабочей жидкости, уменьшение перепада давления на фильтроэлементах, предохранение их от засорения и, следовательно, обеспечение для них условий саморегенерации. Представлена расчетная схема процесса гидродинамического фильтрования для определения критического диаметра частиц при фильтровании на подвижном фильтроэлементе. Выполнен расчет критических диаметров частиц загрязнений при различных значениях действующих факторов.

**Ключевые слова:** рабочая жидкость, машиностроение, промышленные стоки, обратное водоснабжение, гидродинамическое фильтрование, тонкость очистки, критический диаметр частицы.

Ніколенко І. В., Карімов Е. А.

### ВПЛИВ ПАРАМЕТРІВ ГІДРОДИНАМІЧНОГО ФІЛЬТРУВАННЯ З НЕРУХОМИМ ФІЛЬТРОЕЛЕМЕНТОМ НА ТОНКІСТЬ ОЧИЩЕННЯ РОБОЧОЇ РІДИНИ В МАШИНАХ

**Анотація.** У статті розглянуті питання процесу гідродинамічного фільтрування робочої рідини в машинах. Проаналізовані методи очищення робочої рідини. Встановлено, що впровадження у машинобудування гідродинамічного фільтрування дозволяє ефективно використовувати всі його переваги: зниження енергоємності, термінів очищення, підвищення тонкощі очищення робочої рідини, зменшення перепаду тиску на фільтроелемент, запобігання їх від засмічення а, отже, забезпечення для них умов саморегенерації. Представлена розрахункова схема процесу гідродинамічного фільтрування, для визначення критичного діаметра частинок при фільтруванні на рухомому фільтроелементі. Виконано розрахунок критичних діаметрів частинок забруднень при різних значеннях діючих факторів.

**Ключові слова:** робоча рідина, машинобудування, промислові стоки, оборотне водопостачання, гідродинамічний фільтрування, тонкість очищення, критичний діаметр частинки.

Nikolenko I. V., Karimov E. A.

### INFLUENCE OF HYDRODYNAMIC FILTERING CONDITIONS WITH THE FIXED FILTER ELEMENT ON THE PURIFICATION PRECISION OF POWER LIQUID IN MACHINES

**Summary.** In the article the issues of hydrodynamic filtering process of power liquid in machines are considered. The methods of power liquid purification are analyzed. It is established that installation of hydrodynamic filtering in machine-building industry allows to use effectively all its advantages: energy intensity reducing, purification terms, increase of the precision purification of power liquid, reduction of pressure difference on filter elements, their preservation from blinding and, therefore, providing self-regeneration conditions for them. All mentioned advantages of HDF provide more rational use of energy and natural resources. The analytical model of hydrodynamic filtering process for critical diameter determination of particles when filtering on a mobile filter element is submitted. The calculation of critical diameters of impure particles at various magnitudes of the operating factors is executed. The received calculation results for impact degree evaluation of various factors on precision purification for the technological processes development of power liquid purification with the hydrodynamic filtering application are estimated.

**Key words:** working fluid, mechanical engineering, industrial wastewater, water recycling, hydrodynamic filtration, cleaning subtlety, critical particle diameter.

**Постановка проблемы.** Рабочие жидкости (РЖ) в машинах, оборудовании, промышленном производстве необходимы для обеспечения основных и вспомогательных технологических процессов. Гидравлический привод находит в последние десятилетия все большее применение в различной мобильной технике, особенно в механизмах хода и рабочего оборудования сельскохозяйственной и строительно-дорожной техники, вытесняя при этом традиционные механические, гидромеханические, и электрические приводы [1].

**Анализ литературы.** В гидравлических системах РЖ служат рабочим телом, смазкой, теплоносителем, а также удаляют продукты износа деталей и их соединений. В двигателях внутреннего сгорания для этих целей используется три автономные системы [2]. Недостатки гидравлических приводов связаны с необходимостью стабилизации показателей качества РЖ по степени чистоты и температуры в диапазоне рабочих параметров. Также недостатком является возможность утечек РЖ из гидросистем, что ужесточает требования по пожаробезопасности при нормальной эксплуатации и по экологии при аварийных ситуациях.

Количество и качество РЖ определяется техническими характеристиками машин, а также масштабом и характером технологических процессов. Показатели их качества, параметры гидравлических приводов в значительной степени определяют надежность машин и оборудования, качество и себестоимость выпускаемой продукции [3; 4].

Современная экологическая ситуация характеризуется повышением внимания к вопросам энергосбережения и ресурсосбережения в производстве, что напрямую связано с качеством и расходом используемой в технологических процессах РЖ. Решение этой проблемы для предприятий различных отраслей во многом связано с организацией современных систем очистки РЖ, которые являются резервом сбережения ресурсов любого производства. Поэтому очистка РЖ представляет важную технологическую и методическую задачу, которая связана с разработкой эффективных способов повторного их использования в производственном процессе [5].

Загрязнение РЖ различными примесями снижает надежность и срок службы агрегатов гидроприводов. Плохое качество РЖ, учитывая ее многофункциональность в гидросистеме, может снизить срок службы гидроагрегатов в несколько раз. Нерастворимые загрязнители, как правило, увеличивают трение и износ контактирующих поверхностей, а также могут вызывать засорение дросселей и каналов управления и за-

клинивание подвижных деталей гидроагрегатов. Негативное влияние загрязнителей особенно велико в современных гидроприводах высокого давления, где зазоры между поверхностями подвижных деталей составляют всего 5...10 мкм [6].

Загрязнение РЖ может происходить в процессе ее изготовления, хранения, поставки, заправки, эксплуатации, ремонта гидросистем. Наибольшую опасность представляют абразивные частицы, входящие в состав атмосферной пыли, которые могут попадать в гидросистему из окружающей среды. По составу все, что принято называть пылью, состоит из 70% кварцевого песка, 15...17% окиси алюминия, 3...5% окиси железа, 2...4% окиси кальция, 0,5...1,5% окиси магния и других составляющих [7]. Твердость частиц из окиси алюминия и кварцевого песка выше твердости поверхности многих деталей гидроагрегатов. Поэтому наличие таких нерастворимых загрязнителей, которые наиболее характерны для гидроприводов сельскохозяйственной, строительно-дорожной техники, вызывает увеличение износа деталей гидроагрегатов агрегатов.

Абразивные частицы из окружающей среды попадают в гидросистему через поверхности деталей, контактирующих со внутренними полостями гидроагрегатов, при изменении уровня РЖ в баке, связанного с тепловым изменением ее объема или при подаче части жидкости в рабочие органы. Выбор способа или способов очистки РЖ, конструкции и места установки очистителя в гидросистемах производится с учетом требуемой тонкости фильтрации, системы технического обслуживания и ремонта, а также трудоемкости и стоимости этих мероприятий [8].

Особенностью основной части нерастворимых загрязнений является то, что все минеральные нерастворимые частицы имеют плотность большую, чем плотность воды, и размер частиц в диапазоне 5...800 мкм. Плотность частиц загрязнений находится в таком диапазоне: для глины – 1600...2900 кг/м<sup>3</sup>, для гранита – 2000...3000 кг/м<sup>3</sup>, песок – 1500...1600 кг/м<sup>3</sup>, металлические частицы – 5000...8000 кг/м<sup>3</sup> [8].

Большое число различных загрязнений рабочих жидкостей обуславливает и многочисленные методы, приемы и технологические схемы, которые применяются при их очистке. Способы очистки РЖ от нерастворимых загрязнений делятся на четыре группы: *механическая очистка* или *фильтрование* – отделение загрязнений при прохождении жидкости через пористый материал; *физическая очистка* – отделение загрязнений при нахождении жидкости в силовых полях; *физико-химическая очистка* – отделение частиц загрязнений с помощью дополнительной химической обработки, при которой происходит укрупнение

частиц загрязнений; *комбинированная очистка* – отделение загрязнений из жидкости при совместной механической и физической очистке [9].

Наиболее простая физическая очистка загрязненных РЖ – отстаивание, или осветление – основано на осаждении частиц загрязнений с плотностью больше плотности жидкости, так как не требует дополнительных затрат энергии, и устройства для его реализации наиболее просты. РЖ должна находиться в емкости достаточное время в покое для осаждения загрязнителей под собственным весом. Недостатком этого способа является то, что полностью очистить рабочую жидкость отстоем невозможно.

Для физической очистки РЖ от взвешенных веществ применяют агрегаты с очисткой в центробежном силовом поле, в которых используется центробежная сила, действующая на частицы с плотностью больше плотности воды.

В большинстве случаев для глубокой очистки РЖ применяют фильтрование после других предварительных методов очистки. Фильтрование может быть поверхностным через фильтрующие перегородки либо объемным через пространственные поры толстой фильтрующей перегородки зернистую загрузку. При дополнительной реагентной обработке РЖ коагулянтами либо флокулянтами, вследствие укрупнения взвешенных частиц и других изменений их свойств, выделение твердых частиц при фильтрации улучшается [9]. В большинстве случаев очистка рабочих жидкостей одним методом малоэффективна, а потому в технологической схеме переработки воды, как правило, комбинируют различные методы – механические в сочетании с физическими либо физико-химическими методами.

**Цель статьи** – определить параметры, которые влияют на тонкость очистки при гидродинамическом фильтровании (ГДФ) с подвижным фильтрующим элементом (ФЭ), а также оценить степень влияния этих факторов на допустимые размеры частиц загрязнений при очистке рабочей жидкости. Для достижения поставленной цели необходимо решение следующих задач: провести расчеты для оценки влияния скорости продольного потока, размера ячеек (радиуса ячейки), динамической вязкости жидкости (зазора между ФЭ и корпусом), разности плотности частиц загрязнений и жидкости на тонкость очистки неподвижного ФЭ при ГДФ.

**Изложение основного материала.** Основными направлениями повышения эффективности процессов очистки рабочих жидкостей являются снижение энергоемкости, сроков очистки, повышение тонкости очистки рабочей жидкости, уменьшение перепада давления на фильтроэлементах, предохранение их от засорения и, следо-

вательно, обеспечение для них условий саморегенерации. Такой процесс механической очистки жидкости от загрязнений может быть обеспечен, если создать условия, при которых через ячейки поверхностного ФЭ будут проходить только частицы, размер которых значительно меньше размеров ячеек, а частицы с большими размерами будут удаляться с поверхности ФЭ. Эти условия, которые исключают закупорку ФЭ и повышают тонкость очистки, создаются при гидродинамическом фильтровании на специальных гидродинамических фильтрах [10; 11]. Поэтому ГДФ является одним из современных способов очистки жидкости от нерастворимых загрязнений.

В основу очистки жидкостей ГДФ положена гидродинамическая теория З. Л. Финкельштейна о движении частиц примесей в потоке жидкости вблизи ФЭ. В этой теории принимается, что фильтрующий элемент представляет собой пластину, покрытую регулярно расположенными отверстиями – ячейками определенного размера. Системный подход к принципу ГДФ З. Л. Финкельштейна позволил его выделить в отдельный класс устройств очистки жидкости, а также разработать основные схемы фильтров и основы их инженерного расчета [11–13].

При традиционной схеме очистки поток загрязненной жидкости направляется перпендикулярно плоскости ФЭ. Через него проходят те частицы, линейные размеры которых меньше размера фильтрующей ячейки. Частицы большего размера задерживаются и накапливаются со стороны падающего потока и постепенно «закупоривают» отверстия ФЭ. Поэтому при работе ФЭ в потоке загрязненной жидкости уменьшается его пропускная способность, повышается перепад давления на нем, а в конечном итоге он загрязняется и теряет работоспособность. ФЭ считается забитым, если создаваемые им потери напора превышают максимально допустимые, предусмотренные его конструкцией. После этого необходимо переводить забившийся ФЭ в исходное состояние путем замены либо эффективной промывки, которая определяется типом фильтра и характером задерживаемых им веществ. Время эксплуатации фильтра между двумя последовательными промывками называют *циклом фильтрования*.

Для восстановления ФЭ подлежит промывке обратным током чистой воды, замене или регенерации. Для увеличения грязеемкости ФЭ и срока его службы необходимо значительно увеличивать его поверхность или объем. Поэтому такой способ очистки жидкости далек от совершенства по технико-экономическим показателям, так как на время очистки либо замены ФЭ необходимо предусмотреть дополнительные, ре-

зервные ФЭ, периодическую его работу без очистки.

При ГДФ поток загрязненной жидкости направляется под углом либо параллельно плоскости ФЭ, как показано на рис. 1. Сложное движение частиц загрязнений относительно поверхности ФЭ можно представить как сумму двух движений: продольного и поперечного. Наибольшую вероятность проникнуть в отверстие имеют частицы, которые находятся в наиболее близких к поверхности ФЭ слоях жидкости. Если обеспечить условия сложного движения частиц загрязнений, при котором они вблизи поверхности ФЭ будут иметь нормальную  $V_n$  и касательную по отношению к нему  $V_t$  составляющие скорости, то через ячейки ФЭ пройдут только те частицы, размер которых меньше размера ячеек. Более крупные частицы с поверхности ФЭ смываются под действием потока жидкости со скоростью  $V_t$ .

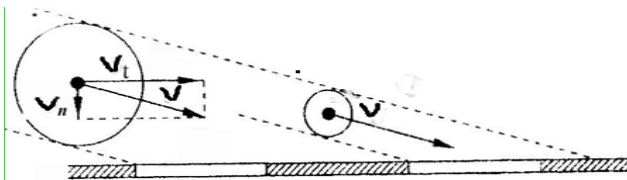


Рис. 1. Схематическое представление ГДФ: схема движения частиц.

Условия ГДФ можно создать за счет движения поверхности ФЭ относительно потока загрязненной жидкости либо за счет формирования необходимых векторов скорости потока относительно поверхности ФЭ. Оба этих способа применяются в фильтрах для обеспечения режимов ГДФ. С учетом режимов ГДФ гидродинамические фильтры делятся на две группы: полнопоточные и неполнопоточные (рис. 2).

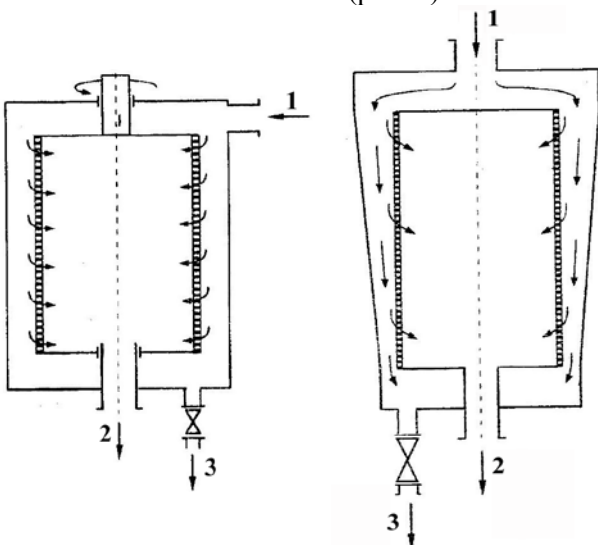


Рис. 2. Схема гидродинамического фильтров: а – полнопоточный; б – неполнопоточный; 1 – подача загрязненной жидкости; 2 – выход очищенной жидкости; 3 – удаление осадка и смывающего потока.

В полнопоточных фильтрах требуемое соотношение составляющих скоростей потока обеспечивается вращением ФЭ относительно потока очищаемой жидкости. При этом не требуется сброса на линию слива части подаваемой на очистку жидкости. На слив подаются частицы определенного размера в виде осадка. Конструктивно такой режим работы легче всего реализовать при вращении цилиндрического ФЭ в цилиндрическом корпусе.

Практический опыт показывает, что ГДФ обладает целым рядом преимуществ, которые обеспечивают его применение как одного из наиболее перспективных способов очистки различных жидкостей от нерастворимых загрязнений с тонкостью очистки в диапазоне 10...1000 мкм. Следовательно, использование ГДФ может иметь такие же положительные технико-экономические параметры, как и применение микрофильтров и гидроциклонов, т. к. по принципу работы и конструкции они занимают промежуточное положение, и при этом лишены недостатков данных конструкций.

Опыт практического применения показывает, что одно из основных преимуществ ГДФ – отделение частиц в несколько раз меньших, чем размер ячеек в ФЭ, в настоящее время реализуется в неполной мере [13–16]. Это объясняется тем, что в технической литературе отсутствуют сведения о влиянии на процессы ГДФ различных факторов, которые оказывают влияние на процессы очистки от нерастворимых загрязнений.

Критический диаметр частицы при ламинарных режимах течения на подвижном ФЭ определяется следующим образом [12]:

$$d_p^3 \frac{3}{2h^2} - d_p^2 \cdot \left( \frac{c \cdot \Delta \rho g}{18\mu} + 3h \right) - d_p V_0 + 2cV_m = 0,$$

где  $V_0$  – скорость продольного потока, м/с;

$V_m$  – скорость поперечного потока, задается по зависимости  $V_m = \alpha \cdot V_0$ , где  $\alpha$  – коэффициент поперечной скорости;

$c$  – размер ячеек (радиус ячейки), мкм;

$\mu$  – динамическая вязкость жидкости, Па·с;

$h$  – зазор между ФЭ и корпусом, мм

$\Delta \rho$  – разность плотностей частиц загрязнений и жидкости, кг/м<sup>3</sup>.

Выполним расчет критических диаметров частиц загрязнений по вышеуказанной формуле, задавая следующие параметры:

-  $V_0 = 0,5; 1,0; 2,0; 4,0$ ;

-  $\alpha = V_m/V_0 = 0,25; 0,5; 0,75; 1,0; 1,25$ ;

-  $c = 10; 20; 40; 80; 160$ ;

-  $\mu = 50; 100; 200$ ;

-  $h = 5; 10; 40$ ;

-  $\Delta \rho = 500; 1000; 2000$ .

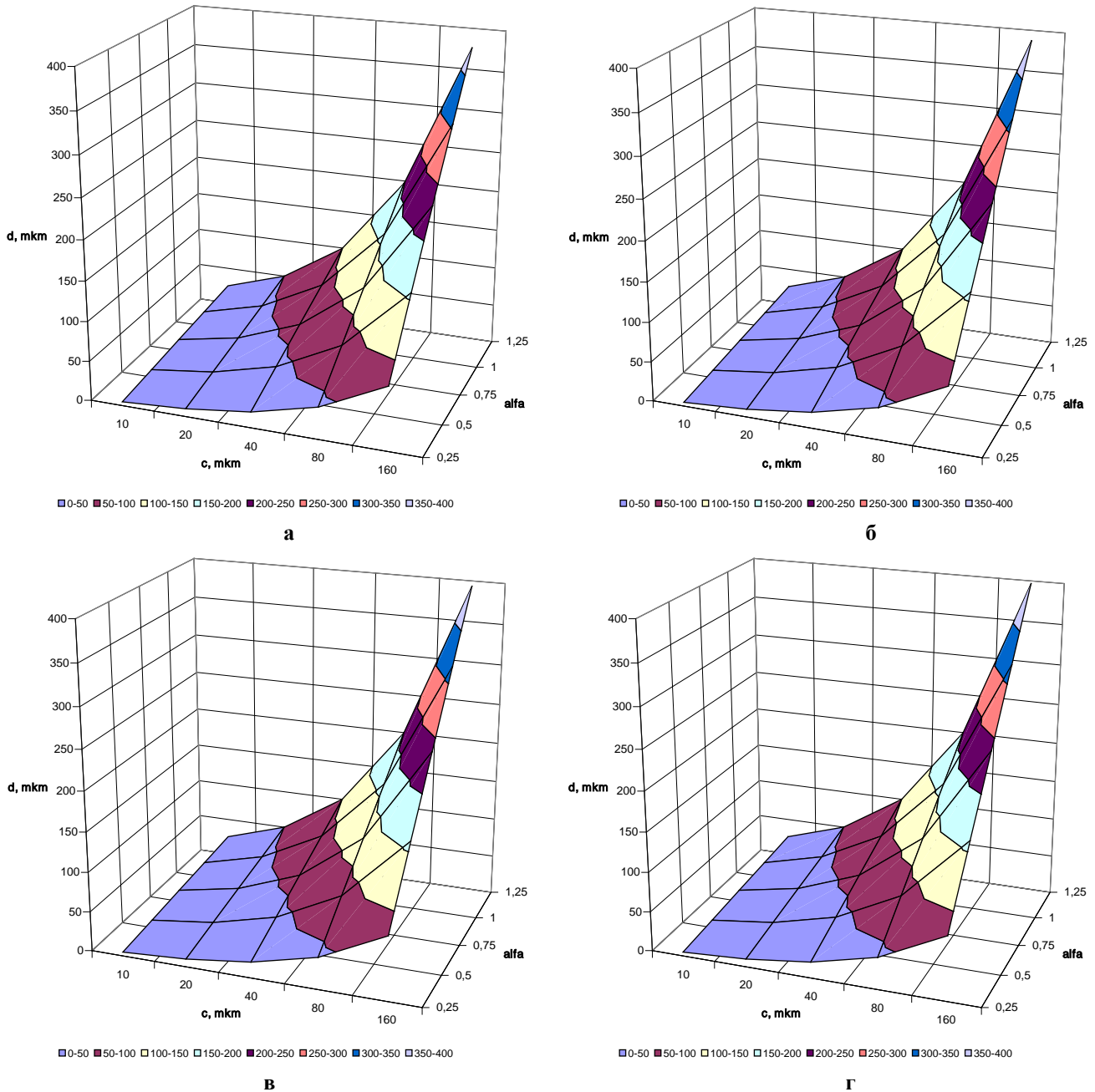
Критический диаметр соответствует максимальному диаметру частицы, которую при за-

данных параметрах пропускает неподвижный ФЭ. Этот размер можно считать тонкостью фильтрации.

Решение кубического уравнения выполним в программном комплексе Mathcad 2011 Professional по подпрограмме  $x = \text{polyroots}(y)$  [16].

Результаты расчета критического диаметра частиц  $d_p$  в мкм представлены на рис. 3 и 4. На

рис. 4 показаны зависимости критического диаметра частиц загрязнений  $d_p$  при постоянных значениях зазора в корпусе  $h = 10$  мм, разности плотностей материала частиц и жидкости  $\Delta\rho = 1000$  кг/м<sup>3</sup> и динамической вязкости жидкости  $\mu = 100$  Па·с, переменными принимались продольные скорости потока  $V_0$ , радиус ячеек ФЭ  $c$  и коэффициенты поперечной скорости  $\alpha$ .



**Рис. 3. Зависимость критического диаметра частиц при ГДФ с неподвижным ФЭ от радиуса ячейки  $c$  и отношения скоростей  $\alpha$  при параметрах динамической вязкости  $\mu = 100$  Па·с, разности плотности частиц загрязнений и жидкости  $\Delta\rho = 1000$  кг/м<sup>3</sup> и зазоре  $h = 10$  мм для продольных скоростей  $V_0$ : а – 0,5 м/с; б – 1 м/с; в – 2 м/с; г – 4 м/с.**

Из анализа полученных результатов, приведенных на рис. 3, следует, что основное влияние на критический диаметр частиц загрязнений оказывают коэффициент поперечной скорости  $\alpha$  и диаметр ячейки ФЭ. Также следует учитывать,

что в рассмотренном диапазоне параметров при увеличении продольной скорости потока критический диаметр частицы увеличивается. Кроме того, при увеличении коэффициента поперечной скорости  $\alpha$  влияние диаметра ячеек и величины

продольной скорости на критический диаметр частиц загрязнений увеличивается.

На рис. 4 показаны зависимости критического диаметра частиц загрязнений  $d_p$  при постоянном значении продольной скорости потока

$V_0 = 1$  м/с переменными принимались зазоры в корпусе  $h$ , разности плотностей материала частиц и жидкости  $\Delta\rho$ , динамические вязкости жидкости  $\mu$ , радиусы ячеек ФЭ  $c$  и коэффициенты поперечной скорости  $\alpha$ .

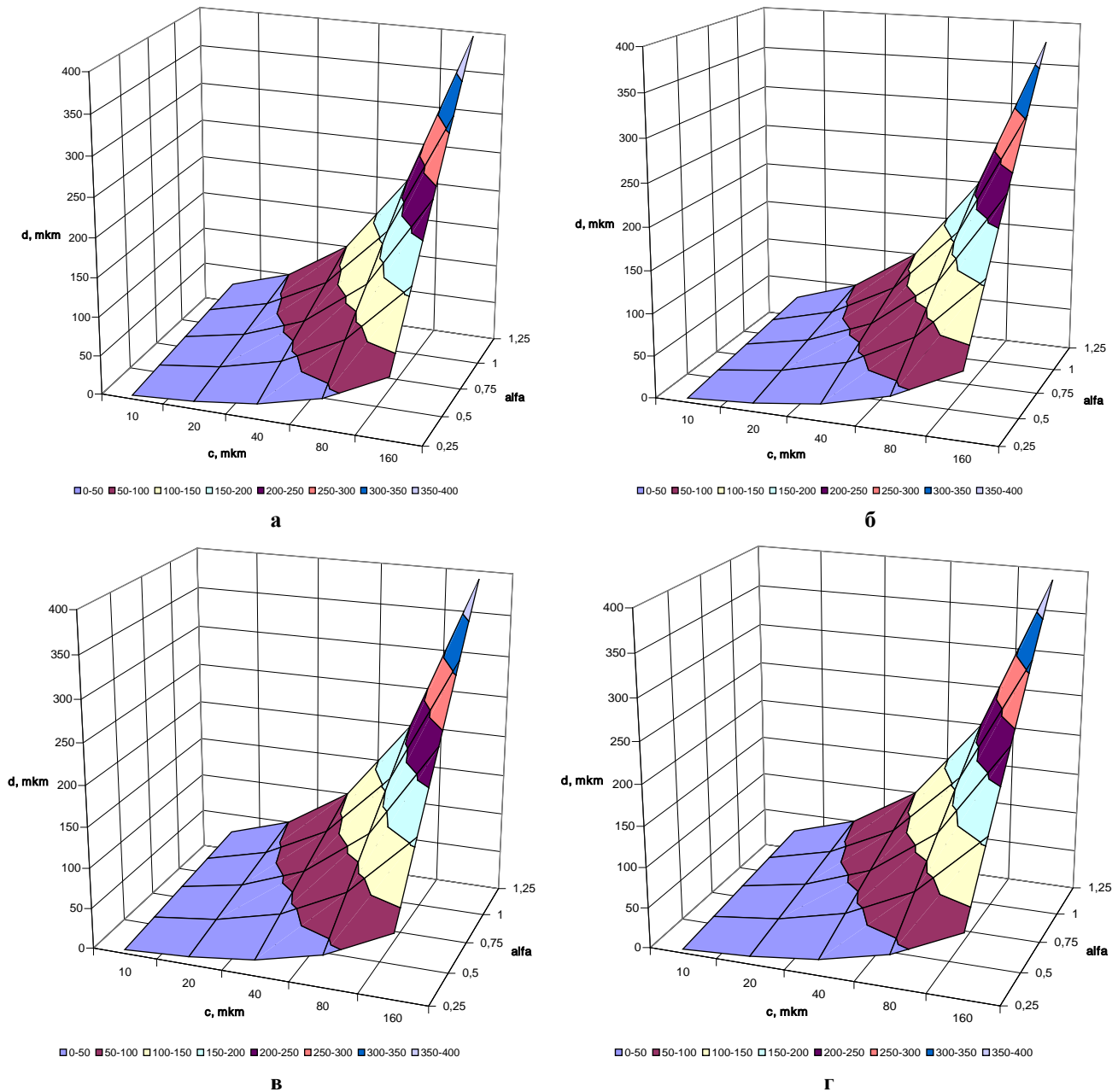


Рис. 4. Зависимость критического диаметра частиц при ГДФ с подвижным ФЭ от радиуса ячейки  $c$  и коэффициента поперечной скорости  $\alpha$  при следующих параметрах:

- продольная скорость  $V_0 = 1$  м/с;
- для а, б – относительная плотность  $\Delta\rho = 1000$  кг/м<sup>3</sup>, зазор  $h = 10$  мм,
- для а – динамическая вязкость  $\mu = 200$  Па·с, для б –  $\mu = 50$  Па·с;
- либо для а, б –  $\mu = 100$  Па·с,  $h = 10$  мм, для а –  $\Delta\rho = 500$  кг/м<sup>3</sup>, для б –  $\Delta\rho = 2000$  кг/м<sup>3</sup>;
- для в, г –  $\Delta\rho = 1000$  кг/м<sup>3</sup>,  $\mu = 100$  Па·с, для в –  $h = 5$  мм; для г –  $h = 40$  мм.

Из анализа полученных результатов, приведенных на рис. 4, следует, что в рассмотренном диапазоне параметров влияние на критический диаметр частиц загрязнений  $d_p$  вязкость жидкости, относительная плотность частиц и зазор ме-

жду ФЭ и корпусом оказывают значительно меньшее влияние, чем коэффициент поперечной скорости  $\alpha$  и диаметр ячейки ФЭ. Также следует учитывать, что при увеличении вязкости жидкости, уменьшении относительной плотности и за-

зора между корпусом и ФЭ критический диаметр частицы увеличивается.

Рассмотренные параметры ГДФ принимались в диапазоне значений параметров, характерных для РЖ [15]. Приведенные результаты моделирования процесса ГДФ позволяют обосновать его рациональные параметры при известных размерах частиц загрязнений с применением ГДФ.

**Выводы.** Установлено, что основное влияние на критический диаметр частиц загрязнений оказывают коэффициент поперечной скорости  $\alpha$  и диаметр ячейки неподвижного ФЭ. В рассмотренном диапазоне параметров при увеличении продольной скорости потока критический диаметр частицы увеличивается. Определено, что при увеличении коэффициента поперечной скорости  $\alpha$  влияние диаметра ячеек и величины продольной скорости на критический диаметр частиц загрязнений увеличивается. Также установлено, что коэффициент поперечной скорости  $\alpha$  и диаметр ячейки ФЭ оказывают значительно большее влияние на критический диаметр частиц загрязнений  $d_p$ , чем вязкость жидкости, относительная плотность частиц и зазор между неподвижным ФЭ и корпусом.

Таким образом, подтверждена возможность использования ГДФ в системах очистки рабочей жидкости от механических примесей.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Алферова Л. А. Замкнутые системы водного хозяйства промышленных предприятий, комплексов и районов / Л. А. Алферова, А. П. Начаев. – М. : Стройиздат, 1984. – 286 с.
2. Проектирование предприятий по производству строительных материалов и изделий / [Ю. М. Баженов, Л. А. Алимов, В. В. Воронина, Н. В. Трескева]. – М. : АСВ, 2005. – 472 с.
3. Богданов В. С. Технологические комплексы и линии для производства строительных материалов и изделий / В. С. Богданов, А. А. Борщевский, А. С. Ильин. – М. : Стройиздат, 2000. – 198 с.
4. Когановский А. М. Очистка и использование сточных вод в промышленном водоснабжении / А. М. Когановский. – М. : Химия, 1983. – 328 с.
5. Громов Б. В. Проблемы развития безотходных производств / Б. В. Громов, Б. Н. Ласкорин. – М. : Стройиздат, 1985. – 256 с.
6. Жуков А. И. Методы очистки производственных сточных вод / А. И. Жуков, И. Л. Монгайт, И. Д. Родзиллер. – М. : Стройиздат, 1977. – 204 с.
7. Nikolenko I. The feasibility report on maintainability of the water supply and sewerage system / I. Nikolenko, E. Saliev // MOTROL. – 2012. – Vol. 14, № 5. – P. 119–124.
8. Saliev E. Ecological and economic problems of power saving up technologies' introduction in Ukraine / E. Saliev // MOTROL. – 2009. – № 11В. – P. 104–110.
9. Коваленко В. П. Основы очистки жидкости от механических загрязнений / В. П. Коваленко. – М. : М. : Химия, 1978. – 304 с.
10. Финкельштейн З. Л. Применение и очистка рабочих жидкостей для горных машин / З. Л. Финкельштейн. – М. : Недра, 1986. – 232 с.
11. Финкельштейн З. Л. Расчет гидродинамических фильтров / З. Л. Финкельштейн // Пневматика и гидравлика. Приводы и системы управления. – 1979. – Вып. 7. – С. 232–240.
12. Финкельштейн З. Л. Снижение загрязненности водных ресурсов за счет применения гидродинамических фильтров / З. Л. Финкельштейн, И. Н. Кучин, Л. Н. Бойко // Промислова гидравліка і пневматика. – 2003. – Вип. 2. – С. 28–32.
13. Vojko N. Filter for cleaning with running magnetic field / N. Vojko, Z. Finkelstejn, M. Yamkovaya // MOTROL. – 2008. – № 10А. – P. 31–36.
14. Finkelstein Z. New possibilities for improving reliability of hydraulic equipment with the help of hydrodynamic cleaning / Z. Finkelstein, Z. Vasilechko, M. Asadi // MOTROL. – 2012. – № 14-1. – P. 11–15.
15. Хаппель Дж. Гидродинамика при малых числах Рейнольдса / Дж. Хаппел, Г. Бреннер. – М. : Мир, 1976. – 630 с.
16. Дьяконов В. П. Энциклопедия Mathcad 2001i Mathcad 11 / В. П. Дьяконов. – М. : Солон-Пресс, 2004. – 832 с.