

УДК 539.34

Усеинов Б. К.

### **ИССЛЕДОВАНИЕ РАБОТЫ КОНСТРУКЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ С ТОЧКИ ЗРЕНИЯ РЕОЛОГИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ТВЕРДОГО ТЕЛА**

*Аннотация.* В статье рассматриваются вопросы классификации свойств физических тел и их реологические модели. Приводятся диаграммы зависимости  $\sigma - \epsilon$  для различных классов реологических моделей, их аппроксимация, и на их основе исследуются деформации малоуглеродистых конструкционных, легированных сталей и цветных металлов. Представлены математическая интерпретация и аппроксимация экспериментальных диаграмм растяжения-сжатия различных материалов от начала нагружения до разрушения.

*Ключевые слова:* реологическая модель, диаграмма растяжения, закон Гука, пластичность, линейное упрочнение, деформация, перемещение, модуль упругости, модуль пластичности, математическая интерпретация, аппроксимация.

Усеінов Б. К.

## ДОСЛІДЖЕННЯ РОБОТИ КОНСТРУКЦІЙНИХ МАТЕРІАЛІВ З ТОЧКИ ЗОРУ РЕОЛОГІЧНИХ МОДЕЛЕЙ ТВЕРДОГО ТІЛА

**Анотація.** У статті розглядаються питання класифікації властивостей фізичних тіл і їх реологічні моделі. Наводяться діаграми залежності  $\sigma - \epsilon$  для різних класів реологічних моделей, їх апроксимація, і на їх основі досліджуються пластичні деформації маловуглецевих конструкційних, легованих сталей і кольорових металів. Представлені математична інтерпретація і апроксимація експериментальних діаграм розтягування-стиснення різних матеріалів від початку навантаження до появи явних ознак руйнування.

**Ключові слова:** реологіческая модель, діаграма розтяги, закон Гука, конструкційні сталі, леговані сталі, пластичність, лінійне зміцнення, нелінійна пружність, деформація, переміщення, модуль пружності, модуль пластичності, математична інтерпретація, апроксимація.

Useinov B. K.

## INVESTIGATION OF WORK CONSTRUCTION MATERIALS IN TERMS OF RHEOLOGICAL MODELS OF SOLIDS

**Summary.** The article deals with the classification of properties of physical bodies and their rheological models. A chart depending  $\sigma - \epsilon$  for different classes of rheological models, their approximation and based on them are investigated plastic deformation of low carbon steels, stainless steels and non-ferrous metals. The behavior of a perfectly plastic, elastic-plastic and nonlinear elastic materials and determine their deformation. Mathematical interpretation and approximation of the experimental stress-strain diagrams of various materials from the start of loading until clear signs of destruction.

**Key words:** rheological model, tension diagram, Hooke's law, structural steel, alloy steel, plasticity, linear hardening, nonlinear elasticity, ductile fracture, creep, surface loading, hereditary body, deformation, displacement, elastic modulus, elastic modulus, mathematical interpretation, approximation.

**Постановка проблеми.** Вопросы определения параметров работы элементов конструкций при переходе в пластическую область работы представляют определенную сложность. В связи с этим сделана попытка определения перемещений с позиции теории пластичности и классификации реологических моделей материалов, перемещений для малоуглеродистых конструкционных сталей, линейно упрочняющихся сталей и цветных металлов.

**Анализ публикаций.** Классификация реологических моделей твердых тел, положения теории хрупкого разрушения и другие вопросы, связанные с хрупким разрушением излагаются в книге [1]. В статье [2] рассмотрены различные структурные факторы, развитие дислокаций и дисклинаций в твердом теле, работу пластической деформации.

Работы [3–5] посвящены рассмотрению конкретных задач с использованием реологических моделей материалов и особо развитие пластичности в конкретных задачах. В [6] описаны общие вопросы проектирования, конструкционные материалы их механические свойства, сварочные напряжения и деформации.

**Цель статьи** – раскрыть физическую сущность реологических свойств материалов и их приложение при решении вопросов, связанных с определением пластических деформаций.

**Изложение основного материала.** При расчете элементов конструкций из различных материалов основополагающим являются механические характеристики материала конструкции. Они определяют условие прочности на различных этапах нагружения. Многообразие также наблюдается в условиях нагружения, температурных условиях, развитии пластических деформаций и пр. Все эти условия описываются так называемыми реологическими моделями и многочисленными теориями поведения материалов.

Основными реологическими моделями, описывающими поведение твердых тел, являются термоупругие тела с мгновенной и обратимой реакцией. В этих телах определяются термоупругие постоянные, и если поверхность нагружения или поверхность текучести не меняется, тело называется упругопластическим. Эта теория в виде теории течения применима к металлам, их сплавам и используется в теориях пластичности.

Следующая категория – вязкое тело или вязкая жидкость, когда напряжения, деформации и температура являются линейными функциями. К этой категории относится свойство ползучести. Эта теория применима к металлам с необратимыми деформациями.

Поведение полимерных материалов описывается моделью наследственного тела с полной обратимой реакцией.

К категории вязкопластических тел относятся нелинейно-вязкие среды – густые смазки или металлы при высоких температурах.

Такова классификация реологических моделей, которые являются определяющими при решении проблемы разрушения и прочности, т. е. задачи механики разрушения или изучения деформативных свойств тел.

Основная трудность использования реологических моделей заключается в математической интерпретации экспериментальных диаграмм

растяжения-сжатия различных материалов от начала нагружения до появления явных признаков разрушения. Для многих материалов этот процесс протекает сначала линейно (по закону Гука), а затем нелинейно. Если на линейном участке диаграммы задача решается элементарно, то на нелинейном участке появляются значительные трудности, с которыми приходится считаться. Например, для сталей это может быть аппроксимация в виде идеальной пластичности (рис. 1б) или в виде линейного упрочнения (рис. 1в).

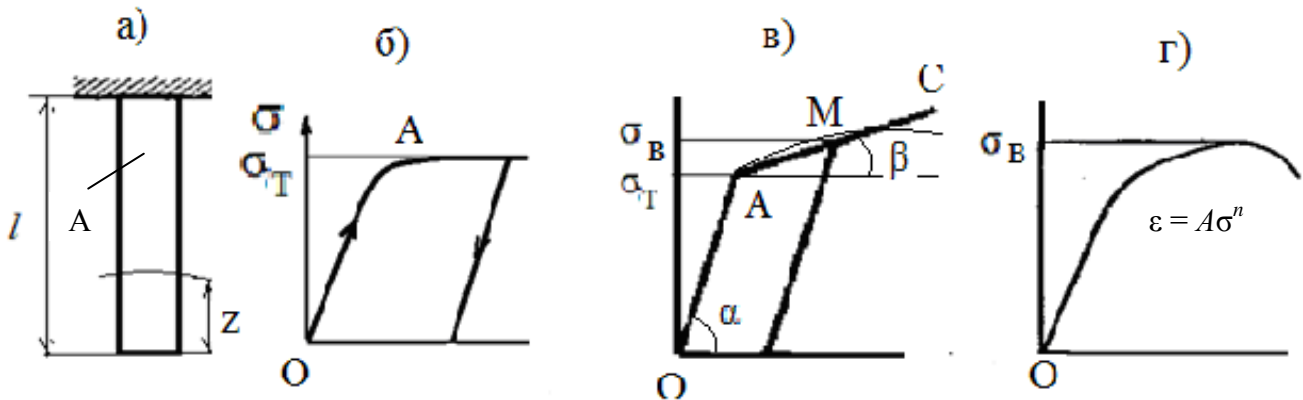


Рис. 1. Схема бруса и варианты аппроксимации диаграмм растяжения: а) схема бруса; б) малоуглеродистые конструкционные стали; в) легированные стали; г) цветные металлы и пластмассы.

Если решается задача для упругопластической среды, то разрушающей считается предел текучести  $\sigma_T$ , определяемая на основе диаграммы идеальной пластичности – диаграммы Прандтля (рис. 1б).

Более сложной является задача представления диаграммы растяжения для упрочняющихся сталей (легированные стали) в виде диаграммы с линейным упрочнением (рис. 1в). На этой диаграмме отрезок  $OA$  соответствует упругому состоянию материала, при этом точка  $A$  – предел текучести, отрезок  $AC$  соответствует состоянию пластичности, точка  $M$  – предельная интенсивность напряжений.

Исследуем деформацию бруса (рис. 1а), закрепленного одним концом, от собственного веса из материалов, диаграммы которых представлены на рис. 1б, 1в и 1г.

В первом случае примем материалом бруса малоуглеродистую сталь с диаграммой идеальной пластичности (рис. 1б) и определим удлинение бруса от собственного веса.

Так как диаграмма состоит из прямолинейных участков, то зависимость  $\sigma - \epsilon$  будет линейной и определится законом Гука:

$$\sigma = E\epsilon, \quad (1)$$

где  $E$  – модуль упругости первого рода,  $\sigma$  – нормальные напряжения, определяемые по формуле

$$\sigma = \frac{N(z)}{A}, \quad (2)$$

где  $N(z)$  – продольная сила, вызванная собственным весом и переменная по длине бруса;  $A$  – площадь сечения бруса.

С учетом плотности материала  $\gamma$ :  $N(z) = \gamma Az$ , из (2) получим  $\sigma = \gamma z$ , а из (1)

$$\epsilon = \frac{\gamma z}{E}. \quad (3)$$

Удлинения определяются интегрированием (3):

$$\Delta l = \int_0^l \epsilon dz = \frac{\gamma l^2}{2E}. \quad (4)$$

Теперь решим ту же задачу для материала с линейным упрочнением (рис. 1в).

В этом случае зависимость  $\sigma - \epsilon$  представляется в виде двух прямых, причём при  $\epsilon \leq \epsilon_T$  имеем закон Гука (1), а при  $\epsilon \geq \epsilon_T$

$$(\sigma - \sigma_T) = D(\epsilon - \epsilon_T), \quad (5)$$

где  $D = \text{tg}\beta$  – угловой коэффициент (модуль пластичности).

Обычно  $D$  существенно меньше  $E$ . Такие диаграммы характерны для легированных сталей.

На участке диаграммы  $OA$  при  $\epsilon \leq \epsilon_T$  зависимость  $\sigma - \epsilon$  линейная, поэтому удлинение определится по формуле (4).

На участке диаграммы  $AMC$   $\epsilon > \epsilon_T$ , а  $\sigma > \sigma_T$ , в пределе  $\epsilon = \epsilon_B$ ,  $\sigma = \sigma_B$  из формулы (5) получим

$$(\sigma_B - \sigma_T) = D(\epsilon_B - \epsilon_T).$$

Подставляя сюда значения  $\sigma_T$  и  $\varepsilon_T$  из предыдущего случая, найдем  $\varepsilon_B = \frac{\sigma_B}{E} = \frac{\gamma z}{D}$  и тогда перемещение будет

$$\Delta l_B = \int_0^l \frac{\gamma z}{D} dz = \frac{\gamma l^2}{2D}. \quad (6)$$

Полное перемещение в момент начала разрушения будет определяться суммой перемещений (5) и (6):

$$\Delta l = \Delta l_T + \Delta l_B = \frac{\gamma l^2}{2} \left( \frac{1}{E} + \frac{1}{D} \right), \quad (7)$$

второе слагаемое в скобках значительно больше первого в силу соотношений между  $E$  и  $D$ .

И наконец, рассмотрим третий случай, где в качестве материала выберем отожженную медь с диаграммой описываемой степенной зависимостью (рис. 1г).

$$\Delta l = \int_0^l A \gamma^n z^n dz = A \gamma^n \frac{l^{n+1}}{n+1}.$$

Коэффициенты  $A$  и  $n$  подбираются из условия наибольшего приближения к экспериментальной кривой.

**Выводы.** Исследована работа прямого бруса в процессе нагружения и в упругой, и в пластической стадии с учетом только собственного веса. Получены расчетные формулы определения перемещений для малоуглеродистых конструк-

ционных сталей, легированных упрочняющихся сталей и цветных металлов.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Черепанов Г. П. Механика хрупкого разрушения / Г. П. Черепанов. – М., 1974. – 670 с.
2. Якубов Ф. Я. Структурно-энергетические основы упрочнения материалов / Ф. Я. Якубов, В. А. Ким // Ученые записки Крымского инженерно-педагогического университета. Выпуск 24. Технические науки. – Симферополь : НИЦ КИПУ, 2010. – С. 4–10.
3. Усеинов Б. К. Учет пластических свойств материала при изгибе прямоугольных пластин, ослабленных большим круговым вырезом / Б. К. Усеинов // Ученые записки Крымского инженерно-педагогического университета. Выпуск 5. – Симферополь : НИЦ КИПУ, 2004. – С. 18–20.
4. Усеинов Б. К. Сопротивление материалов : учебное пособие для студентов инженерных специальностей вузов при выполнении расчетно-графических и студенческих научно-исследовательских работ / Б. К. Усеинов. – Симферополь : Вперед, 2007. – 136 с.
5. Усеинов Б. К. Сравнительный анализ методов расчета элементов инженерных конструкций и вопросы экономии материала / Б. К. Усеинов // Ученые записки Крымского инженерно-педагогического университета. Выпуск 11. Технические науки. – Симферополь : НИЦ КИПУ, 2008. – С. 15–18.
6. Усеинов Б. К. Сварные конструкции. Расчет и проектирование : учебное пособие / Б. К. Усеинов. – Симферополь : Вперед, 2007. – 204 с.