

Подригало М. А., Абрамов Д. В.

УСТАНОВИВШЕЕСЯ ДВИЖЕНИЕ КОЛЕСА АВТОМОБИЛЯ ПРИ ИЗМЕНЕНИИ КРУТЯЩЕГО МОМЕНТА ПО ГАРМОНИЧЕСКОМУ ЗАКОНУ

Аннотация. Колебания крутящего момента двигателя, обусловленные организацией процесса работы, передаются к ведущим колесам автомобиля. Это приводит к колебаниям угловых и линейных скоростей ведущих колес. Возникает вопрос определения влияния амплитуды и частоты колебаний крутящего момента на кинематические параметры ведущего колеса автомобиля. В статье определены кинематические и динамические параметры жесткого ведущего колеса и эластичного ведущего колеса при постоянном значении крутящего момента. Также определены кинематические и динамические параметры жесткого ведущего колеса и эластичного ведущего колеса при изменении крутящего момента по гармоническому закону.

Ключевые слова: колесо, крутящий момент, амплитуда, частота, скорость, буксование, коэффициент сцепления.

Podrigalo M. A., Abramov D. V.

УСТАЛЕНИЙ РУХ КОЛЕСА АВТОМОБІЛЯ ПРИ ЗМІНУ КРУТНОГО МОМЕНТУ ПО ГАРМОНІЙНОМУ ЗАКОНУ

Анотація. Коливання крутного моменту двигуна, зумовлені організацією процесу роботи, передаються до ведучих коліс автомобіля. Це призводить до коливань кутових і лінійних швидкостей ведучих коліс. Виникає питання визначення впливу амплітуди і частоти коливань крутного моменту на кінематичні параметри ведучого колеса автомобіля. У статті визначені кінематичні та динамічні параметри жорсткого ведучого колеса і еластичного ведучого колеса при постійному значенні крутного моменту. Також визначені кінематичні та динамічні параметри жорсткого ведучого колеса і еластичного ведучого колеса при зміні крутного моменту за гармонійним законом.

Ключові слова: колесо, крутний момент, амплітуда, частота, швидкість, буксування, коефіцієнт зчеплення.

Podrigalo M. A., Abramov D. V.

STEADY MOTION OF THE VEHICLE WHEEL WHEN TORQUE CHANGES HARMONICALLY

Summary. Fluctuations in engine torque due to the organization of the work process are transmitted to the drive wheels of the car. This leads to fluctuations of the angular and linear speeds of the driving wheels. The question arises as to determine the influence of the amplitude and frequency of fluctuations of torque on the kinematic parameters of the drive wheel of the car. The movement of the elastic wheel loaded with torque, in the article is considered as a complex motion consisting of the sum of the translational and of the relative movements. The translational movement is the movement of the hard wheels with a linear speed of the axis. The relative motion is due to angle suppleness tire on the wheel. The article defines the kinematic and dynamic parameters of the hard drive wheel and a flexible drive wheel at a constant torque. Kinematic and dynamic parameters of the hard drive wheel are also identified and a flexible drive wheel torque when changing obeys the harmonic law. The analytical expressions allow evaluating the impact of the amplitude-frequency characteristics of the torque on the wheel and the elastic characteristics of the tires on the stability of the translational motion of the vehicle. Obtained expressions in the future will build $\varphi_x S_x$ chart of the wheel traction mode movement, determine the critical slippage of $S_{кр}$, above which the wheel darts off in slippage. As approaching the circular oscillation frequency torque on the wheel to the circular frequency of the natural oscillations there is a sharp increase of the relative slippage of the tire and the longitudinal coefficient of adhesion is used, which may lead to loss of stability of the translational motion.

Key words: wheel, torque, amplitude, frequency, speed, slippage, the coefficient of adhesion.

Постановка проблемы. Двигатель внутреннего сгорания является источником колебаний крутящего момента, обусловленных организацией процесса. Указанные колебания передаются к ведущим колесам автомобиля. Даже

при установившемся движении машины в этом случае будут происходить колебания угловых и линейных скоростей ведущих колес.

В настоящей статье определены зависимости линейной, угловой скорости, относительного

буксования колеса автомобиля от амплитуды и круговой частоты колебаний крутящего момента.

Анализ последних исследований и публикаций. Динамике колеса автомобиля посвящены исследования многих авторов, в том числе представленные в работах [1–9]. При исследовании качения деформируемого колеса большинство авторов используют так называемый феноменологический подход. Сущность феноменологического подхода к любому явлению или предмету состоит в том, что предмет изучения представляется в виде некоего «черного ящика», поведение и свойства которого определяются его внешними характеристиками [3]. Среди разнообразных условий качения колеса с деформируемой периферией могут встречаться такие, в которых движение колеса мало отличается от качения твердого тела. В связи с этим авторы [3] рассматривают сначала предельный случай, когда деформируемостью колеса можно пренебречь.

При исследовании качения деформируемого колеса используется гипотеза крипа (псевдоскольжения) [10]. При использовании теории крипа принимались два следующих утверждения: величина крипа пропорциональна продольной деформации периферии колеса в окрестности области контакта; сила, с которой опорная плоскость действует на колесо в продольном направлении при псевдоскольжении, пропорциональна продольной деформации колеса [3].

Для оценки влияния псевдоскольжения на потери скорости поступательного движения колеса в известных работах используется показатель – относительное буксование (буксование) колеса.

Зависимость для определения буксования колеса имеет вид

$$S_x = 1 - \frac{V_0}{\omega_k \cdot r_d}, \quad (1)$$

где V_0 – линейная скорость оси колеса (равна скорости автомобиля); ω_k – угловая скорость вращения колеса; r_d – динамический радиус колеса.

Из уравнения (1) определим линейную скорость оси колеса

$$V_0 = \omega_k \cdot r_d \cdot (1 - S_x), \quad (2)$$

С увеличением S_x происходит уменьшение V_0 . Причиной появления относительного буксования S_x является деформация периферийной части шины. Исследованию влияния эластичных свойств шины на ее свойства и относительное буксование посвящены работы [4; 5; 7; 8].

Однако в известных исследованиях не рассмотрено влияние неравномерности крутящего момента, приложенного к колесу, на линейную, угловую скорости и относительное буксование колеса.

Цель статьи – определение влияния амплитуды и частоты колебаний крутящего момента на кинематические параметры ведущего колеса автомобиля.

Для достижения указанной цели необходимо решить следующие задачи: определить кинематические и динамические параметры жесткого колеса; определить кинематические и динамические параметры эластичного колеса при постоянном значении крутящего момента; определить кинематические и динамические параметры колеса при изменении крутящего момента по гармоническому закону.

Изложение основного материала.

Определение кинематических и динамических параметров жесткого колеса. На рис. 1 представлена схема нагружения одиночного жесткого ведущего колеса автомобиля.

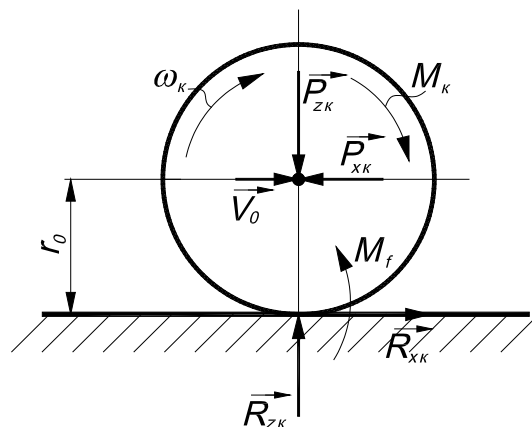


Рис. 1. Схема сил и моментов, действующих на жесткое ведущее колесо автомобиля.

Уравнения плоскопараллельного движения жесткого ведущего колеса:

$$\begin{cases} J_k \cdot \dot{\omega}_k = M_k - M_f - R_{xk} \cdot r_0; \\ m_k \cdot \dot{V}_0 = R_{xk} - P_{xk}, \end{cases} \quad (3) \quad (4)$$

где J_k – момент инерции колеса с учетом приведения к нему моментов инерции вращающихся масс трансмиссии и двигателя; ω_k ; $\dot{\omega}_k$ – угловые скорость и ускорение колеса; M_k – крутящий момент на колесе; M_f – момент сопротивления качению, $M_f = f \cdot R_{zk} \cdot r_0$; f – коэффициент сопротивления качению; R_{zk} – нормальная реакция дороги на колесо; r_0 – свободный радиус колеса; R_{xk} – касательная реакция дороги на колесо; m_k – масса колеса с учетом приведения к ней части поступательно движущейся массы автомобиля; V_0 ; \dot{V}_0 – линейные скорость и ускорение оси колеса; P_{zk} , P_{xk} – нормальная нагрузка на колесо и горизонтальная реакция на колесо от рамы автомобиля.

Из уравнения (3) с учетом соотношения (5) определим

$$R_{\text{зк}} = \frac{M_{\text{к}}}{r_0} - f \cdot R_{\text{зк}} - \frac{J_{\text{к}}}{r_0} \cdot \dot{\omega}_{\text{к}}. \quad (6)$$

После подстановки (6) в (4), учитывая, что $\dot{\omega}_{\text{к}} = \dot{V}_0 / r_0$, получим

$$\dot{V}_0 = r_0 \cdot \frac{M_{\text{к}} - f \cdot R_{\text{зк}} \cdot r_0 - P_{\text{зк}} \cdot r_0}{J_{\text{к}} + m_{\text{к}} \cdot r_0^2}. \quad (7)$$

Продольный коэффициент сцепления колеса с дорогой

$$\varphi_x = \frac{R_{\text{зк}}}{R_{\text{зк}}} = \frac{M_{\text{к}} - f \cdot R_{\text{зк}} \cdot r_0 - J_{\text{к}} \cdot \dot{\omega}_{\text{к}}}{R_{\text{зк}} \cdot r_0}. \quad (8)$$

После подстановки (7) в (8) и преобразований

$$\varphi_x = \frac{m_{\text{к}} \cdot r_0 \cdot \left(\frac{M_{\text{к}}}{R_{\text{зк}}} - f \cdot r_0 \right) + J_{\text{к}} \cdot \frac{P_{\text{зк}}}{R_{\text{зк}}}}{J_{\text{к}} + m_{\text{к}} \cdot r_0^2}. \quad (9)$$

Зависимость (9) определяет величину реализуемого продольного коэффициента сцепления.

После подстановки (12) в (7) получим

$$\dot{V}_0 = \frac{r_0}{J_{\text{к}} + m_{\text{к}} \cdot r_0^2} \times \left[\bar{M}_{\text{к}} + A_M \cdot \sin(\Omega \cdot t) - f \cdot R_{\text{зк}} \cdot r_0 - P_{\text{зк}} \cdot r_0 \right]. \quad (13)$$

Линейная скорость оси колеса

$$V_0 = \frac{r_0}{J_{\text{к}} + m_{\text{к}} \cdot r_0^2} \times \int \left[\bar{M}_{\text{к}} + A_M \cdot \sin(\Omega \cdot t) - r_0 (f \cdot R_{\text{зк}} + P_{\text{зк}}) \right] dt. \quad (14)$$

Проведя интегрирование с учетом граничного условия (при $t = 0$ $V_0 = V_{0н}$) и учитывая, что в установившемся режиме (в данном случае при равномерном движении) справедливо соотношение (11), получим

$$V_0 = V_{0н} + \frac{A_M \cdot r_0}{\Omega \cdot (J_{\text{к}} + m_{\text{к}} \cdot r_0^2)} \cdot [1 - \cos(\Omega \cdot t)], \quad (15)$$

где $V_{0н}$ – начальная линейная скорость оси колеса.

Угловая скорость колеса

$$\omega_{\text{к}} = \omega_{\text{кн}} + \frac{A_M}{\Omega \cdot (J_{\text{к}} + m_{\text{к}} \cdot r_0^2)} \cdot [1 - \cos(\Omega \cdot t)], \quad (16)$$

где $\omega_{\text{кн}}$ – начальная угловая скорость колеса.

После подстановки (12) в (9) получим

$$\varphi_x = \frac{m_{\text{к}} \cdot r_0 \cdot \left(\frac{\bar{M}_{\text{к}}}{R_{\text{зк}}} + \frac{A_M}{R_{\text{зк}}} \cdot \sin(\Omega \cdot t) - f \cdot r_0 \right) + J_{\text{к}} \cdot \frac{P_{\text{зк}}}{R_{\text{зк}}}}{J_{\text{к}} + m_{\text{к}} \cdot r_0^2}. \quad (17)$$

Наибольшее реализуемое значение продольного коэффициента сцепления за цикл изменения $M_{\text{к}}$

$$\varphi_{x\text{най}} = \frac{m_{\text{к}} \cdot r_0 \cdot \left(\frac{\bar{M}_{\text{к}} + A_M}{R_{\text{зк}}} - f \cdot r_0 \right) + J_{\text{к}} \cdot \frac{P_{\text{зк}}}{R_{\text{зк}}}}{J_{\text{к}} + m_{\text{к}} \cdot r_0^2} \leq \varphi_{x\text{макс}}. \quad (18)$$

Очевидно, что должно выполняться условие

$$\varphi_x \leq \varphi_{x\text{макс}}, \quad (10)$$

где $\varphi_{x\text{макс}}$ – максимальное значение продольного коэффициента сцепления.

При невыполнении условия (10) колесо буксует, и автомобиль теряет устойчивость поступательного движения.

В режиме установившегося (в данном случае равномерного) движения при $M_{\text{к}} = \text{const}$ $\dot{V}_0 = 0$ и $V_0 = \text{const}$. При условии $\dot{V}_0 = 0$ из уравнения (7) получим

$$M_{\text{к}} = (f \cdot R_{\text{зк}} + P_{\text{зк}}) \cdot r_0. \quad (11)$$

Зависимость (11) определяет величину крутящего момента $M_{\text{к}}$, при котором обеспечивается равномерное движение колеса.

При изменении крутящего момента на колесе по гармоническому закону

$$M_{\text{к}} = \bar{M}_{\text{к}} + A_M \cdot \sin(\Omega \cdot t), \quad (12)$$

где $\bar{M}_{\text{к}}$ – среднее значение крутящего момента; A_M ; Ω – амплитуда и круговая частота колебаний крутящего момента; t – время.

Таким образом, выражения (15) – (18) позволяют определить кинематические и динамические параметры одиночного жесткого ведущего колеса автомобиля.

Определение кинематических и динамических параметров эластичного колеса при постоянном значении крутящего момента. Движение эластичного колеса, нагруженного крутящим моментом, можно рассматривать как сложное движение, состоящее из суммы переносного и относительного движений. Переносное движение – это движение жесткого колеса с линейной скоростью V_0 его оси. Относительное движение обусловлено угловой податливостью шины колеса. Суммарный угол поворота колеса при сложном движении можно определить как

$$\varphi_{\text{к}} = \varphi_{\text{к}}^{\text{пер}} + \varphi_{\text{к}}^{\text{отн}}, \quad (19)$$

где $\varphi_{\text{к}}^{\text{пер}}$; $\varphi_{\text{к}}^{\text{отн}}$ – углы поворота колеса в переносном и относительном движении, соответственно.

Угловую скорость $\dot{\varphi}_{\text{к}}$ и ускорение $\ddot{\varphi}_{\text{к}}$ колеса при сложном движении

$$\dot{\varphi}_{\text{к}} = \dot{\varphi}_{\text{к}}^{\text{пер}} + \dot{\varphi}_{\text{к}}^{\text{отн}}; \quad (20)$$

$$\ddot{\varphi}_{\text{к}} = \ddot{\varphi}_{\text{к}}^{\text{пер}} + \ddot{\varphi}_{\text{к}}^{\text{отн}}. \quad (21)$$

При сложном движении справедливо уравнение (4) и следующие уравнения

$$J_{\kappa} \cdot \ddot{\varphi}_{\kappa}^{\text{пер}} = M_{\kappa} - (R_{\text{зк}} \cdot f + R_{\text{хк}}) \cdot r_{\text{д}}; \quad (22)$$

$$J_{\kappa} \cdot \ddot{\varphi}_{\kappa}^{\text{отн}} = M_{\kappa} - C_{\text{угл}} \cdot \varphi_{\kappa}^{\text{отн}} - K_{\text{угл}} \cdot \dot{\varphi}_{\kappa}^{\text{отн}}, \quad (23)$$

где $C_{\text{угл}}$ – угловая жесткость шины; $K_{\text{угл}}$ – угловой коэффициент вязкого трения в шине.

Угловое ускорение переносного движения $\ddot{\varphi}_{\kappa}^{\text{пер}} = \dot{\omega}_{\kappa}^{\text{пер}} = 0$ в соответствии с выражением $\dot{\omega}_{\kappa} = \dot{V}_0 / r_0$, поскольку $V_0 = \text{const}$ и $\dot{V}_0 = 0$. Уравнение (23) можно преобразовать к виду

$$\ddot{\varphi}_{\kappa}^{\text{отн}} + k^2 \cdot \varphi_{\kappa}^{\text{отн}} + 2n \cdot \dot{\varphi}_{\kappa}^{\text{отн}} = \frac{M_{\kappa}}{J_{\kappa}}, \quad (24)$$

где k – круговая частота собственных (свободных) колебаний колеса;

$2n$ – относительный коэффициент вязкого трения.

Уравнение (24) является неоднородным линейным дифференциальным уравнением второго порядка, решение которого состоит из общего и частного решения. При установившемся движении в процессе вынужденных колебаний (в соответствии с теорией колебаний) общее решение можно принять равным нулю. Частное решение уравнения (24) имеет вид

$$\varphi_{\kappa}^{\text{отн}} = \frac{M_{\kappa}}{k^2 \cdot J_{\kappa}} = \frac{M_{\kappa}}{C_{\text{угл}}}. \quad (25)$$

Соответственно, получим $\omega_{\kappa}^{\text{отн}} = \dot{\varphi}_{\kappa}^{\text{отн}} = 0$ и $\dot{\omega}_{\kappa}^{\text{отн}} = \ddot{\varphi}_{\kappa}^{\text{отн}} = 0$. Соответственно выражению (1) определим относительное буксование

$$S_x = 1 - \frac{V_0}{\omega_{\kappa} \cdot r_{\text{д}}} = 1 - \frac{\omega_{\kappa}^{\text{пер}}}{\omega_{\kappa}^{\text{пер}} + \omega_{\kappa}^{\text{отн}}} = \frac{\omega_{\kappa}^{\text{отн}}}{\omega_{\kappa}^{\text{отн}} + \omega_{\kappa}^{\text{пер}}} = 0. \quad (26)$$

Таким образом, в установившемся движении эластичного колеса при $M_{\kappa} = \text{const}$ влияние относительного буксования равно нулю.

Определение кинематических и динамических параметров эластичного колеса при изменении крутящего момента по гармоническому закону. Уравнения (22) и (23) после подстановки в них выражения (12) примут вид

$$J_{\kappa} \cdot \ddot{\varphi}_{\kappa}^{\text{пер}} = M_{\kappa} + A_M \cdot \sin(\Omega \cdot t) - (R_{\text{зк}} \cdot f + P_{\text{хк}}) \cdot r_{\text{д}}; \quad (27)$$

$$J_{\kappa} \cdot \ddot{\varphi}_{\kappa}^{\text{отн}} = M_{\kappa} + A_M \cdot \sin(\Omega \cdot t) - C_{\text{угл}} \cdot \varphi_{\kappa}^{\text{отн}} - K_{\text{угл}} \cdot \dot{\varphi}_{\kappa}^{\text{отн}}. \quad (28)$$

Уравнение (28) преобразуем к виду

$$\begin{aligned} \ddot{\varphi}_{\kappa 1}^{\text{отн}} + \ddot{\varphi}_{\kappa 2}^{\text{отн}} + k^2 \cdot (\varphi_{\kappa 1}^{\text{отн}} + \varphi_{\kappa 2}^{\text{отн}}) + \mu \cdot (\dot{\varphi}_{\kappa 1}^{\text{отн}} + \dot{\varphi}_{\kappa 2}^{\text{отн}}) = \\ = \frac{\bar{M}_{\kappa}}{J_{\kappa}} + \frac{A_M}{J_{\kappa}} \cdot \sin(\Omega \cdot t) \end{aligned}, \quad (29)$$

где $\ddot{\varphi}_{\kappa 1}^{\text{отн}}$; $\ddot{\varphi}_{\kappa 2}^{\text{отн}}$ – парциальные угловые ускорения колеса, обусловленные действием среднего значения крутящего момента \bar{M}_{κ} и его переменной

части $A_M \cdot \sin(\Omega \cdot t)$, соответственно;

$\varphi_{\kappa 1}^{\text{отн}}$; $\varphi_{\kappa 2}^{\text{отн}}$; $\dot{\varphi}_{\kappa 1}^{\text{отн}}$; $\dot{\varphi}_{\kappa 2}^{\text{отн}}$ – соответствующие парциальные углы поворота и скорости вращения колеса.

Используя принцип суперпозиции действия сил в механике разложим уравнение (29) на два

$$\ddot{\varphi}_{\kappa 1}^{\text{отн}} + k^2 \cdot \varphi_{\kappa 1}^{\text{отн}} + 2n \cdot \dot{\varphi}_{\kappa 1}^{\text{отн}} = \frac{\bar{M}_{\kappa}}{J_{\kappa}}; \quad (30)$$

$$\ddot{\varphi}_{\kappa 2}^{\text{отн}} + k^2 \cdot \varphi_{\kappa 2}^{\text{отн}} + 2n \cdot \dot{\varphi}_{\kappa 2}^{\text{отн}} = \frac{A_M}{J_{\kappa}} \cdot \sin(\Omega \cdot t). \quad (31)$$

Частное решение уравнения (30) представлено зависимостью (25) (с заменой M_{κ} на \bar{M}_{κ}).

Частное решение уравнения (31) имеем в виде

$$\varphi_{\kappa 2}^{\text{отн}} = \frac{A_M}{J_{\kappa} \cdot \sqrt{(k^2 - \Omega^2)^2 + 4 \cdot n^2 \cdot \Omega^2}} \cdot \sin(\Omega \cdot t - \Delta), \quad (32)$$

где Δ – угол сдвига по фазе между колебаниями крутящего момента и шины колеса.

Таким образом,

$$\varphi_{\kappa}^{\text{отн}} = \varphi_{\kappa 1}^{\text{отн}} + \varphi_{\kappa 2}^{\text{отн}} = \frac{\bar{M}_{\kappa}}{k^2 \cdot J_{\kappa}} + \frac{A_M \cdot \sin(\Omega \cdot t - \Delta)}{J_{\kappa} \cdot \sqrt{(k^2 - \Omega^2)^2 + 4 \cdot n^2 \cdot \Omega^2}}. \quad (33)$$

Угловая скорость относительного движения колеса

$$\dot{\varphi}_{\kappa}^{\text{отн}} = \frac{A_M \cdot \Omega \cdot \cos(\Omega \cdot t - \Delta)}{J_{\kappa} \cdot \sqrt{(k^2 - \Omega^2)^2 + 4 \cdot n^2 \cdot \Omega^2}} = \omega_{\kappa}^{\text{отн}}. \quad (34)$$

Угловое ускорение относительного движения

$$\ddot{\varphi}_{\kappa}^{\text{отн}} = - \frac{A_M \cdot \Omega^2 \cdot \sin(\Omega \cdot t - \Delta)}{J_{\kappa} \cdot \sqrt{(k^2 - \Omega^2)^2 + 4 \cdot n^2 \cdot \Omega^2}} = \dot{\omega}_{\kappa}^{\text{отн}}. \quad (35)$$

Подставляя уравнение (12) в выражение (7), получим (при $r_0 = r_{\text{д}}$)

$$\dot{V}_0 = r_{\text{д}} \cdot \frac{\bar{M}_{\kappa} + A_M \cdot \sin(\Omega \cdot t) - f \cdot R_{\text{зк}} \cdot r_{\text{д}} - P_{\text{хк}} \cdot r_{\text{д}}}{J_{\kappa} + m_{\kappa} \cdot r_{\text{д}}^2}. \quad (36)$$

При установившемся движении колеса справедливо условие равновесия

$$\bar{M}_{\kappa} - r_{\text{д}} \cdot (f \cdot R_{\text{зк}} + R_{\text{хк}}) = 0. \quad (37)$$

Учитывая соотношение (37), а также учитывая, что при $t = 0$ величина $V_0 = V_{0\text{н}}$, определим линейную скорость оси колеса

$$V_0 = V_{0\text{н}} + \frac{A_M \cdot r_{\text{д}}}{\Omega \cdot (J_{\kappa} + m_{\kappa} \cdot r_{\text{д}}^2)} \cdot [1 - \cos(\Omega \cdot t)]. \quad (38)$$

Угловая скорость переносного движения колеса

$$\omega_{\kappa}^{\text{пер}} = \frac{V_0}{r_{\text{д}}} = \omega_{\text{кн}}^{\text{пер}} + \frac{A_M}{\Omega \cdot (J_{\kappa} + m_{\kappa} \cdot r_{\text{д}}^2)} \cdot [1 - \cos(\Omega \cdot t)], \quad (39)$$

где $\omega_{\text{кн}}^{\text{пер}}$ – начальная угловая скорость переносного движения (минимальная за цикл).

Относительное буксование колеса

$$S_x = \frac{\omega_k^{\text{отн}}}{\omega_k^{\text{отн}} + \omega_k^{\text{пер}}} = \frac{1}{1 + \frac{J_k}{\Omega^2} \cdot \frac{\sqrt{(k^2 - \Omega^2) + 4 \cdot n^2 \cdot \Omega^2}}{\cos(\Omega \cdot t - \Delta)} \cdot \left[\frac{\omega_k^{\text{пер}} \cdot \Omega}{A_M} + \frac{1 - \cos(\Omega \cdot t)}{J_k + m_k \cdot r_d^2} \right]}. \quad (40)$$

Анализ выражения (40) показывает, что при приближении круговой частоты колебаний Ω крутящего момента к собственной частоте круговых колебаний шины величина S_x стремится к единице, т. е. колесо стремится к полному буксованию.

При изменении крутящего момента по гармоническому закону (12) выражение (6) примет вид

$$R_{\text{зк}} = \frac{\overline{M}_k}{r_d} + \frac{A_M \cdot \sin(\Omega \cdot t)}{r_d} - f \cdot R_{\text{зк}} - \frac{J_k}{r_d} \cdot \dot{\omega}_k. \quad (41)$$

Угловое ускорение колеса $\dot{\omega}_k$ находим, учитывая уравнения (20), (35) и дифференцируя выражение (39):

$$\dot{\omega}_k = \dot{\omega}_k^{\text{пер}} + \dot{\omega}_k^{\text{отн}} = \frac{A_M \cdot \sin(\Omega \cdot t)}{J_k + m_k \cdot r_d^2} - \frac{A_M \cdot \Omega^2 \cdot \sin(\Omega \cdot t - \Delta)}{J_k \cdot \sqrt{(k^2 - \Omega^2)^2 + 4 \cdot n^2 \cdot \Omega^2}}. \quad (42)$$

Подставляя (42) в (41), после преобразований с учетом того, что в установившемся режиме движения при $M_k = \overline{M}_k$ и $\dot{\omega}_k = 0$ справедливо соотношение (25), получим

$$R_{\text{зк}} = P_{\text{зк}} + \frac{A_M}{r_d} \cdot \left[\frac{\sin(\Omega \cdot t)}{1 + \frac{J_k}{m_k \cdot r_d^2}} + \frac{\Omega^2 \cdot \sin(\Omega \cdot t - \Delta)}{\sqrt{(k^2 - \Omega^2)^2 + 4 \cdot n^2 \cdot \Omega^2}} \right]. \quad (43)$$

Используемый продольный коэффициент сцепления колеса

$$\varphi_x = \frac{R_{\text{зк}}}{R_{\text{зк}}} = \frac{P_{\text{зк}}}{R_{\text{зк}}} + \frac{A_M}{R_{\text{зк}} \cdot r_d} \cdot \left[\frac{\sin(\Omega \cdot t)}{1 + \frac{J_k}{m_k \cdot r_d^2}} + \frac{\Omega^2 \cdot \sin(\Omega \cdot t - \Delta)}{\sqrt{(k^2 - \Omega^2)^2 + 4 \cdot n^2 \cdot \Omega^2}} \right] \leq \varphi_{x \text{max}}. \quad (44)$$

Выражение (44) в сочетании с уравнением (41) в дальнейшем позволит построить $\varphi_x S_x$ диаграммы колеса в тяговом режиме движения, определить критическое буксование $S_{\text{кр}}$, при превышении которого колесо срывается в буксование. Анализ выражения (44) показывает, что по мере приближения круговой частоты Ω к собственной круговой частоте k колебаний шины происходит резкое возрастание φ_x . Это может привести к тому, что φ_x превысит $\varphi_{x \text{max}}$, и колесо начнет буксовать, а автомобиль будет терять скорость. Это может происходить на определенных фазах вращения колеса.

Выводы.

1. В результате проведенного исследования определены кинематические и динамические параметры жесткого и эластичного колес при действии постоянного и изменяющегося по гармоническому закону крутящих моментов.

2. Полученные аналитические выражения позволяют оценивать влияние амплитудно-частотных характеристик крутящего момента на колесе и упругих характеристик шин на устойчивость поступательного движения автомобиля.

3. По мере приближения круговой частоты колебаний крутящего момента на колесе к кру-

говой частоте собственных колебаний шины происходит резкое увеличение относительного буксования и используемой величины продольного коэффициента сцепления, что может привести к потере устойчивости поступательного движения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Чудаков Е. А. Качение автомобильного колеса / Е. А. Чудаков. – Труды автомобильной лаборатории института машиноведения АН СССР. Выпуск 9. – М.: Изд-во АН СССР, 1948. – 200 с.
2. Работа автомобильной шины / [В. И. Кнороз, Е. Б. Кленников, И. П. Петров и др.]; под ред. В. И. Кнороза. – М.: Транспорт, 1976. – 238 с.
3. Левин М. А. Теория качения деформируемого колеса / М. А. Левин, Н. А. Фуфаев. – М.: Наука, 1989. – 272 с.
4. Механика шины / [В. А. Перегон, В. А. Карпенко, Л. П. Гречко, Ю. П. Макеев]. – Харьков: Изд-во ХНАДУ, 2011. – 404 с.
5. Динамика колеса и устойчивость движения автомобиля / [У. А. Абдулгасис, А. У. Абдулгасис, Д. М. Клец, М. А. Подригало]; под ред. У. А. Абдулгасиса. – Симферополь: ДИАЙПИ, 2010. – 208 с.
6. Динамика автомобиля / [М. А. Подригало, В. П. Волков, А. А. Бобошко и др.]; под ред. М. А. Подригало. – Харьков: Изд-во ХНАДУ, 2008. – 424 с.

7. Абдулгасіс А. У. Вплив нестабільності характеристик шин на нерівномірність їхнього навантаження і стійкість руху автомобілів : автореф. дис. на здобуття наук. ступеня канд. техн. наук : спец. 05.22.20 «Експлуатація та ремонт засобів транспорту» / А. У. Абдулгасіс. – Харків, 2011. – 20 с.
8. Назарько О. О. Удосконалення методів оцінки стійкості легкових автомобілів в тяговому режимі руху : автореф. дис. на здобуття наук. ступеня канд. техн. наук : спец. 05.22.20 «Експлуатація та ремонт засобів транспорту» / О. О. Назарько. – Харків, 2013. – 20 с.
9. Подригало М. А. Динамика одиночного колеса автомобиля при срыве в полное буксование / [М. А. Подригало, Д. М. Клец, О. А. Назарько] // Автомобильный транспорт : сборник научных трудов. – Харьков : Изд-во ХНАДУ, 2010. – Вып. 26. – С. 35–38.
10. Федосов А. С. Модель стационарного плоского движения колеса / А. С. Федосов // Автомобильный транспорт : сборник научных трудов. – Харьков : Изд-во ХНАДУ, 2002. – Вып. 9. – С. 122–126.