

**ДОСЛІДЖЕННЯ ТА РОЗРАХУНОК ПОЛЯРИЗАЦІЙНИХ ВЛАСТИВОСТЕЙ  
ІНТЕРФЕРОМЕТРА ЗА ДОПОМОГОЮ МЕТОДУ ДЖОНСА**

Відповідно до закону всесвітнього тяжіння, між всіма матеріальними тілами, незалежно від їх природи, будови, розмірів, форми і положення, існує сила тяжіння, що прямо пропорційна добутку їх мас і обернено пропорційна квадрату відстані між ними. Сила тяжіння характеризується прискоренням  $g$ , що надається вільно падаючому тілу. Прискорення сили тяжіння на поверхні Землі змінюється від 978 Гал на екваторі до 983 Гал на полюсі. Найбільш широко результати високоточних визначень прискорення сили тяжіння використовуються в метрології, астрономії, геофізиці, геодезії та геології. У зв'язку з цим, виникає необхідність у розробці апаратури для вимірювань абсолютного значення прискорення сили тяжіння з похибкою, що не перевищує одиниць восьмого і навіть перших одиниць дев'ятого знака.

Теоретичною основою балістичного методу визначення абсолютного значення прискорення сили тяжіння за допомогою балістичного гравіметра є закон прискореного руху пробного тіла в полі сили тяжіння. На підставі цього закону значення  $g$  знаходиться через параметри руху вільно падаючого тіла: пройдений шлях  $z$  і час  $t$ .

У статті розглянуто питання дослідження та розрахунку поляризаційних властивостей інтерферометра, що входить до складу балістичного гравіметра, за допомогою методу Джонса. Знайдено матрицю Джонса інтерферометра і проведено за нею розрахунок його поляризаційних властивостей. Показано, що сучасні способи рішення задачі інтерференції пучків на основі методу Джонса дозволяють одержати результати більш коротким і простим шляхом. Це є особливістю цінним в практичній інтерферометрії. Показано, що при покращенні вигляду дифракційної картини можна оптимізувати її для різноманітних геодезичних, картографічних та навігаційних завдань.

**Ключові слова:** поляризація; дифракційні елементи; оптичний пристрій; інтерферометр; балістичний гравіметр.

**Постановка проблеми.** Поляризаційні властивості оптичного пристрою можуть бути розраховані за методом Джонса, який є найпростішим і, в той же час, найбільш широко використовується у подібних випадках [1].

Властивості інтерферометра описуються матрицею Джонса (МД). Існування власних значень матриці дозволяє знайти такі значення азимута поляризації, за яких він не змінюється після проходження через прилад. Необхідно знайти МД інтерферометра і провести за нею розрахунок його поляризаційних властивостей. У відомій літературі [1, 4–6 та ін.] немає рішення цього завдання. **Завдання** даної статті: провести дослідження та розрахунок поляризаційних властивостей елементів пристрою за допомогою методу Джонса.

Все це дозволяє вивести загальні закономірності зміни поляризації в приладі. Це дає можливість розрахувати поляризаційні властивості, що пропонуються в схемі, яка є найбільш придатною для балістичних гравіметрів.

**Аналіз джерел досліджень.** Проведені дослідження показали, що розрахунок поляризаційних властивостей інтерферометра найкраще здійснювати за допомогою методу Джонса, найкоротшому алгебраїчному методу розрахунку, який дозволяє визначити стан, в якому буде знаходитись повністю поляризоване світло після проходження через ряд ідеальних поляризаторів, фазових пластинок та інших оптичних пристроїв [7]. Матриці, що використовуються в цьому методі, не містять жодних зайвих елементів і будь-яка матриця, яка може бути записана, відповідає приладу, що реалізовується. Оскільки необхідно розрахувати поляризаційні явища і як джерело світла в інтерферометрі використовується лазер, що випускає когерентне монохроматичне світло, то використання методу Джонса в здійсненому розрахунку є найбільш обґрунтованим. Слід зазначити, що у літературі [1–6 та ін.] вирішення даного завдання відсутнє.

**Мета роботи** полягає у наступному: проведення дослідження та розрахунок поляризаційних властивостей елементів пристрою за допомогою методу Джонса.

**Викладення основного матеріалу досліджень.** З точки зору класичної фізики, світло являє собою поперечні електромагнітні хвилі. Воно буде поляризоване, якщо має переважне направлення коливань: для одного із поперечних напрямів або для визначеного напрямку обертання [1].

Поперечне зміщення, що утворює монохроматичну лінійно-поляризаційну плоску хвилю, вимірюють синусоїдально з часом та з координатою вздовж напрямлення розповсюдження. Зміна відносної величини електричного вектора  $E$  позначеною через  $\xi$  можна описати виразом:

$$\xi = \sin\left(\omega \cdot t - \frac{2 \cdot \pi \cdot z}{\lambda}\right), \quad (1)$$

де  $z$  – координата вздовж осі пучка;  $\lambda$  – довжина хвилі;  $\omega$  – кутова частота;  $t$  – час.

Для спрощення розрахунку введемо комплексні позначення: амплітуди  $A$  і так звана початкова фаза  $\zeta$ , тоді вираз (1) можна записати у формі:

$$\xi = A \cdot e^{i\varphi}, \quad (2)$$

де  $\varphi = \zeta + \omega \cdot t - 2 \cdot \pi \cdot z / \lambda$ .

Дійсна частина  $\xi$  являє собою миттєву відносну величину електричного вектора  $E$  (в момент часу  $t$  в точці  $z$ ). Величина  $A \cdot e^{i\varphi}$  є комплексною амплітудою. Величина  $\varphi = \zeta + \omega \cdot t - 2 \cdot \pi \cdot z / \lambda$  – кутова фаза. Інтенсивність пучка пропорційна  $A$ .

Прийнято зображати поляризоване світло, використовуючи проекційну картину від електричного вектора на площині, перпендикулярно променю [4].

Введемо Декартову систему координат  $x, y$  таким чином, щоб вісь  $Oz$  була спрямована по лінії розповсюдження світла, і система  $x, y$  права. Коливання електричного вектора представляється комбінацією двох комплексних виразів типу  $A \cdot x_1 \cdot y \cdot e^{i\varphi_{x1y}}$ . Різницю  $\varphi_y - \varphi_x$  позначимо через  $\gamma$ . У загальному випадку компоненти  $x$  і  $y$  відрізняються за амплітудою і  $y$  може мати будь-яку величину. Отже, загальним виглядом проекційної картини є еліпс. Він може бути описаний за допомогою параметрів, що визначені на рисунку 1. Кут  $\alpha$  (між головною напіввіссю і віссю  $Ox$ ) – азимут поляризації ( $-90^\circ < \alpha < 90^\circ$ ), відношення напіввісь  $b/a$  – еліптичність; через  $\beta$  позначимо  $\arctg b/a$  ( $-90^\circ < \beta < 90^\circ$ );  $A_y$  і  $A_x$  – максимальна величина  $x$  і  $y$  компонент електричного вектора відповідно; кут  $\arctg \frac{A_y}{A_x}$  будемо позначати через  $R$ . Якщо кут  $\alpha$  близький до  $\pm 45^\circ$  або еліпс сильно витягнутий вздовж осі, то кути  $|\alpha|$  і  $R$  близькі, але в усіх інших випадках вони дуже відрізняються.

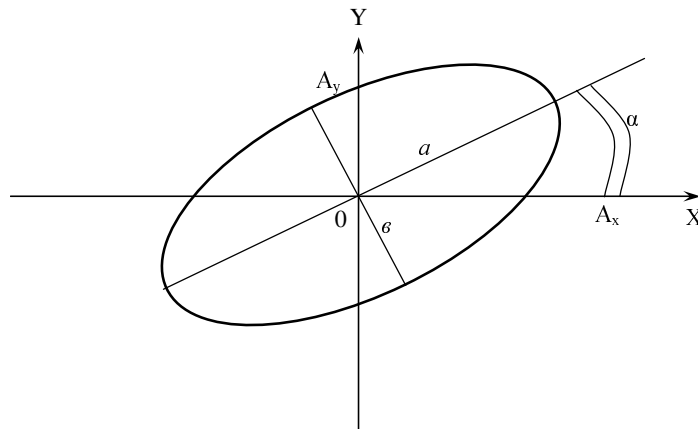


Рис. 1. Параметри еліпса

Миттєві координати кінця вектора електричного поля будуть змінюватися в часі відповідно до виразів:

$$\begin{aligned} x &= A_x \cdot \cos(\omega \cdot t), \\ y &= A_y \cdot \sin(\omega \cdot t + \gamma). \end{aligned} \quad (3)$$

Виключаючи параметр  $\omega \cdot t$  (3), маємо:

$$\frac{x^2}{A_x^2} - \frac{2 \cdot x \cdot y}{A_x \cdot A_y} + \frac{y^2}{A_y^2} = \sin^2 \gamma. \quad (4)$$

З аналітичної геометрії [2] відомо, що для еліпса, що задається рівнянням (4), азимут  $\alpha$  головної осі:

$$\alpha = \frac{1}{2} \cdot \operatorname{arctg} \left[ \operatorname{tg} \left( 2 \cdot \operatorname{arctg} \frac{A_y}{A_x} \right) \cdot (\cos \gamma) \right],$$

$$\hat{a}/\hat{\lambda} = \operatorname{tg} \beta = \operatorname{tg} \left[ \frac{1}{2} \cdot \arcsin(\sin |2 \cdot R|) \cdot \sin \gamma \right].$$
(5)

Якщо  $\frac{A_y}{A_x} > 1$ , то до одержаного за (5) значення азимуту потрібно додати  $(90^\circ \cdot \cos \gamma)$ . Якщо

$180^\circ > \gamma > 0^\circ$ , то еліптичність додатня і спрямування обертання ліве. При  $\gamma = 0$  проекція являє собою пряму лінію (лінійна поляризація), при  $\gamma = \pm 90^\circ$  проекція буде у вигляді кола. У загальному випадку два вектори мають різні напрямки у дійсному тримірному просторі і різні фази [8, 9]. Отже, результат додавання являє собою складний, незручний для практичного застосування вираз. У частковому випадку, коли обидва пучки лінійно поляризовані і мають однакові частоти і фази, процедура зводиться до простого складання двох векторів, величини яких є середньоквадратичними значеннями векторів вихідних пучків. Коли два лінійнополяризованих пучки відрізняються за фазою на деяку величину, операція складання стає більш трудомісткою. Якщо різниця фаз дорівнює  $180^\circ$  і інтенсивності двох пучків рівні, то пучок, що отриманий при їх комбінації, має нульову інтенсивність.

Сучасні способи розв'язання задачі інтерференції пучків на основі методу Джонса дозволяють одержати результати більш коротким і простим шляхом, що покажемо нижче. Це наближує задачу до інженерного розрахунку і є особливо цінним в практичній інтерферометрії.

Метод Джонса дозволяє здійснювати розрахунки для повністю поляризованого світла [5, 6]. У цьому методі використовують вектор Джонса, що являє собою стовпчик із двох елементів, який описує форму поляризації та амплітуду компонент електричного вектора в деякій точці простору. В загальному випадку, при розповсюдженні світла вздовж вісі  $O_z$  вектор Джонса має вигляд:

$$\begin{bmatrix} E_x \\ E_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_x \cdot e^{i(\varepsilon_x + 2\pi\nu t)} \\ A_y \cdot e^{i(\varepsilon_y + 2\pi\nu t)} \end{bmatrix},$$
(6)

де  $E_x$  і  $E_y$  – скалярні компоненти електричного вектора у визначений момент вздовж вісі  $x$  і  $y$ ;  $A_x$  – максимальна величина  $E_x$ ;  $A_y$  – максимальна величина  $E_y$ ;  $\varepsilon_x, \varepsilon_y$  – відповідно фаза  $x, y$  – компоненти в момент часу  $t = 0$  в заданій точці.

Елементи стовпця є комплексними величинами. Після перетворення (6) отримуємо:

$$e^{i2\pi\nu t} \cdot \begin{bmatrix} A_x \cdot e^{i\varepsilon_x} \\ A_y \cdot e^{i\varepsilon_y} \end{bmatrix}.$$
(7)

Абсолютна величина множника  $e^{i2\pi\nu t}$  дорівнює 1. Тому при рішенні просторових задач цим коефіцієнтом можемо знехтувати. Запишемо вектор Джонса в наступній формі:

$$\begin{bmatrix} A_x \cdot e^{i\varepsilon_x} \\ A_y \cdot e^{i\varepsilon_y} \end{bmatrix}.$$
(8)

Ця форма називається повним вектором Джонса. Звідси видно, що, якщо зміною в часі знехтувати не можна, параметр  $e^{i2\pi\nu t}$  можна ввести на будь-якому етапі розрахунку. Щоб врахувати інтенсивність пучка, вектор Джонса потрібно помножити зліва на транспонований комплексно-спряжений йому вектор, тобто зробити множення дужок. При цьому отримуємо:

$$J = [E_x, E_y] \cdot \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \end{bmatrix} = [A_x \cdot e^{-i\varepsilon_x}, A_y \cdot e^{-i\varepsilon_y}] \cdot \begin{bmatrix} A_x \cdot e^{i\varepsilon_x} \\ A_y \cdot e^{i\varepsilon_y} \end{bmatrix} = A_x^2 + A_y^2.$$
(9)

При розгляді однієї світлової хвилі абсолютна фаза коливань не враховується і задається вільно, наприклад, фазу  $x$ -компоненти вважаємо такою, що дорівнює 0. Крім цього, в багатьох випадках немає необхідності враховувати абсолютну амплітуду, при цьому її також можна записати у вигляді скалярного множника. Для пучка одиничної інтенсивності повинна виконуватись умова  $A_x + A_y = 1$ . Тому можна записати  $A_x = \cos \alpha$  і  $A_y = \sin \alpha$ . Вираз для вихідної хвилі матиме наступний вигляд:

$$\begin{bmatrix} \cos \alpha \\ \sin \alpha \cdot e^{i\gamma} \end{bmatrix} \cdot A \cdot e^{i\omega \left( t - \frac{z}{c} \right)}.$$
(10)

В більшості задач цей вираз містить все необхідне для опису повністю поляризованої монохроматичної світлової хвилі.

Використовуючи вектор Джонса, значно легше розрахувати результат додавання двох когерентних пучків повністю поляризованого світла [6]. Для цього записують два повні вектори, що відповідають заданим формам поляризації, інтенсивності і фазам, а потім ці вектори додають.

Але найбільш важливе застосування даний вектор знаходить в розрахунках за методом Джонса, найкоротшим алгебраїчним методом розрахунку, що дозволяє визначити стан, в якому буде знаходитись повністю поляризоване світло після проходження через ряд ідеальних поляризаторів, фазових пластинок та інших оптичних пристроїв [7].

При побудові метода Джонса використовується добре відомий експериментальний факт, що при оптичних частотах відгук середовища на дію електромагнітного поля практично лінійний. Проте існують нелінійні ефекти, але для їх спостережень необхідно використовувати лазерне світло, причому потрібні дуже високі значення напруженості електричного поля. Таким чином, для приладів, через які проходить поляризоване світло, компоненти вектора електричного поля вихідного променя лінійно пов'язані з компонентами вектора вхідного променя. В цьому випадку матриця, що пов'язує компоненти вхідного променя з компонентами вихідного, дозволяє описати характеристики приладу. Якщо вектор

$E_1 = \begin{bmatrix} A_{x,1} \cdot e^{i\varepsilon_{x1}} \\ A_{y,1} \cdot e^{i\varepsilon_{y1}} \end{bmatrix}$  є вектором Джонса променя, який входить в поляризаційний прилад, то вектор Джонса

вихідного променя записується у вигляді:

$$E_2 = \begin{bmatrix} A_{x,2} \cdot e^{i\varepsilon_{x2}} \\ A_{y,2} \cdot e^{i\varepsilon_{y2}} \end{bmatrix},$$

де

$$\begin{aligned} A_{x,2} \cdot e^{i\varepsilon_{x2}} &= J_{11} \cdot A_{x,1} \cdot e^{i\varepsilon_{x1}} + J_{12} \cdot A_{y,1} \cdot e^{i\varepsilon_{y1}}; \\ A_{y,2} \cdot e^{i\varepsilon_{y2}} &= J_{21} \cdot A_{x,1} \cdot e^{i\varepsilon_{x1}} + J_{22} \cdot A_{y,1} \cdot e^{i\varepsilon_{y1}}. \end{aligned} \quad (11)$$

Вектор  $E_2$  можна записати, як добуток матриць:

$$\begin{bmatrix} A_{x,2} \cdot e^{i\varepsilon_{x2}} \\ A_{y,2} \cdot e^{i\varepsilon_{y2}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_{11} & J_{12} \\ J_{21} & J_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} A_{x,1} \cdot e^{i\varepsilon_{x1}} \\ A_{y,1} \cdot e^{i\varepsilon_{y1}} \end{bmatrix}. \quad (12)$$

У загальному випадку чотири елементи квадратичної матриці є комплексними числами і залежать лише від характеристик приладу.

У наведених виразах для більшої спільності використовують два різні фазові кути  $\varepsilon_x$  і  $\varepsilon_y$  в кожному зі стовпців.

Оскільки нас цікавить стан поляризації променя, суттєвою є лише різниця фаз  $\varepsilon_x - \varepsilon_y = \gamma$ , яка може приймати будь-яке значення. Але в дійсності ніколи не можна бути впевненим, що, якщо кут  $\varepsilon_x$  для вхідного променя 0, то відповідний фазовий кут  $\varepsilon_x$  променя на виході із приладу також буде дорівнювати 0.

Виходячи із наведених вище рівнянь, можна побудувати метод Джонса. Матриця, що складається з чотирьох елементів  $J_s$ , має назву матриця Джонса (МД) приладу  $S$  так, що матричне рівняння в кінцевому вигляді має форму:  $E_2 = I E_1$ . Припустимо, що є два прилади, матриці Джонса яких дорівнюють відповідно  $I_a$  і  $I_b$ . Пропустимо пучок світла послідовно через ці 2 прилади. Нехай вектор Джонса для вхідного пучка дорівнює  $E_1$ , для пучка на виході із першого приладу дорівнює  $E_2$ , на виході із другого приладу –  $E_3$ . Тоді, використовуючи наше припущення, можна записати наступний вираз:

$$\begin{aligned} E_2 &= I_a \cdot E_1; \\ E_3 &= I_b \cdot E_2. \end{aligned}$$

Підставляючи перше відношення у друге, отримаємо:

$$E_3 = I_b \cdot (I_a \cdot E_1) = (I_a \cdot I_b) \cdot E_1.$$

Таким чином, для того, щоб знайти результат дії послідовності оптичних пристроїв на повністю поляризоване світло, праворуч слід написати вектор Джонса вхідного пучка, потім справа наліво – пучок самого останнього приладу опиняється зліва. Результат множення залежить від того, в якій послідовності записано матриці.

**Висновки.** У даній роботі встановлено, що поляризаційні властивості оптичного пристрою можуть бути розраховані за методом Джонса. З'ясовано, що даний метод є найпростішим і, в той же час, найбільш широко використовується у подібних випадках.

Знайдено матрицю Джонса інтерферометра і проведено за нею розрахунок його поляризаційних властивостей.

Все це дозволило вивести загальні закономірності зміни поляризації в приладі. Це дає можливість розрахувати поляризаційні властивості, що пропонуються в схемах, які є найбільш придатними для балістичних гравіметрів.

**Список використаної література:**

1. *Садовников М.А.* Анализ эквивалентной поверхности рассеяния угловых отражателей с различным покрытием граней / *М.А. Садовников, А.Л. Соколов, В.Д. Шаргородский* // *Успехи современной радиоэлектроники.* – № 8. – М., 2009. – С. 55–62.
2. *Соколов А.Л.* Влияние неравномерного нагрева углового отражателя на диаграмму направленности отраженного излучения / *А.Л. Соколов, В.В. Мурашкин, Б.Б. Шкурский.* – М. : *Радиотехника*, 2011. – № 3. – С. 75–82.
3. *Соколов А.Л.* Матричный метод расчета поляризационных аберраций / *А.Л. Соколов* // *Оптический журнал.* – Т. 75. – № 2. – 2008. – С. 16–22.
4. *Соколов А.Л.* Дифракционные свойства угловых отражателей / *А.Л. Соколов* // *Фотоника.* – № 3. – 2011. – С. 43–49.
5. *Садовников М.А.* Оптика и спектроскопия / *М.А. Садовников, А.Л. Соколов.* – 2009. – Т. 107, № 2. – С. 213.
6. *Садовников М.А.* Успехи современной радиоэлектроники / *М.А. Садовников, А.Л. Соколов, В.Д. Шаргородский.* – 2009. – № 8. – С. 55.
7. *Соколов А.Л.* Оптический журнал / *А.Л. Соколов.* – 2008. – Т. 75, № 2. – С. 16.
8. *Нестеров А.В.* Оптика и спектроскопия / *А.В. Нестеров, В.Г. Низьев, А.Л. Соколов.* – 2001. – № 6. – С. 1018.
9. *Шурубкин В.Д.* Исследование баллистического метода определения ускорения свободного падения и разработка лазерного гравиметра с симметричным измерением : дис. ... докт. техніч. Наук / *В.Д. Шурубкин.* – 2006. – 267 с.

ОСТАПЧУК Анна Анатоліївна – кандидат технічних наук, доцент кафедри автоматизованого управління технологічними процесами та комп'ютерних технологій Житомирського державного технологічного університету.

Наукові інтереси:

- гравіметричні системи та гравіметри;
- інформаційно-вимірювальні системи;
- системи автоматичного керування.

Стаття надійшла до редакції 11.07.2015