

**В.М. Поляков, к.т.н., проф.**  
**О.О. Разбойніков, аспір.**  
*Національний транспортний університет*

## ВИЗНАЧЕННЯ СИЛ ВЗАЄМОДІ КОЛЕСА ЛЕГКОВОГО АВТОМОБІЛЯ ПІД ЧАС РУХУ НЕРІВНОЮ ДОРОГОЮ

Для розрахунку показників експлуатаційних властивостей автомобіля, що рухається нерівною дорогою, в більшості випадків необхідно знати опорні реакції на колесах транспортного засобу та їх зміну залежно від режиму руху. В зв'язку з цим виникає інтерес визначення сил в центральній площині обертання колеса легкового автомобіля при переїзді через нерівність із різними швидкостями його руху.

Розроблено математичну модель для розрахунку сил в центральній площині обертання колеса під час рівномірного прямолінійного руху легкового автомобіля опорною поверхнею, що має нерівність синусоїdalного профілю. Враховано параметри мас та геометричні параметри легкового автомобіля й нерівності, пружні та дисипативні властивості підвіски і шини.

Отримані результати дослідження взаємодії автомобільного колеса з одиничною синусоїdalною нерівністю під час рівномірного прямолінійного руху легкового автомобіля Renault 15TS з різною швидкістю. Наведено графічні залежності, що дозволяють оцінити вплив швидкості руху автомобіля нерівною дорогою на сили взаємодії колеса з опорною поверхнею.

**Ключові слова:** автомобіль; автомобільне колесо; підвіска; демпфер; дорожня нерівність.

**Постановка проблеми.** Останнім часом спостерігається тенденція зростання швидкостей руху автомобілів, особливо легкових. У зв'язку з цим, підвищуються вимоги до їх експлуатаційних властивостей, які, перш за все, характеризують безпеку руху (стійкість, керованість), екологічну безпеку (паливна економічність), а також комфортабельність (плавність ходу) тощо.

Відомо, що рух автомобіля нерівною опорною поверхнею супроводжується динамічними навантаженнями на транспортний засіб і дорогу, що негативно впливає на їх технічний стан, а також погіршує показники експлуатаційних властивостей автомобіля.

Для розрахунку показників експлуатаційних властивостей автомобіля у більшості випадків необхідно знати опорні реакції на колесах транспортного засобу та їх зміну залежно від режиму руху й стану дорожнього покриття. В зв'язку з цим виникає інтерес визначення сил в центральній площині обертання колеса легкового автомобіля під час переїзду через нерівність із різними швидкостями його руху.

У роботі [8, с. 272] наведені залежності повздовжньої сили, що виникає під час переїзду перешкоди автомобільним колесом, від його швидкості руху. Проте, не враховуються вертикальні переміщення підресореної та непідресореної частин автомобіля. У роботі [10, с. 99] траекторія осі обертання колеса повторює профіль дорожньої нерівності. Проте відомо [7, с. 21], що це може внести суттєві корективи в вертикальні коливання осі обертання колеса. При визначенні опорних реакцій на колесах автомобіля при русі по нерівній дорозі в роботі [4, с. 195] не розглядались пружні і дисипативні властивості підвіски і шини, а в роботі [1, с. 108] – вертикальне переміщення підресореної маси. У роботах [2–10] не враховано зміну коефіцієнта опору демпфера підвіски на ході стиснення та відбою. Крім того, в загальному доступі мало робіт з відображенням графічних залежностей зміни сил в центральній площині обертання колеса легкового автомобіля при переїзді через нерівність із різними швидкостями його руху. Таким чином, дослідження взаємодії колеса легкового автомобіля при русі по нерівній дорозі є актуальними.

**Мета роботи:** Визначити сили взаємодії колеса з опорною поверхнею, що діють в центральній площині його обертання під час рівномірного прямолінійного руху легкового автомобіля нерівною дорогою з різними швидкостями його руху.

**Основна частина.** Розглянуто прямолінійний рух легкового автомобіля з постійною швидкістю. Опорна поверхня, якою рухається автомобіль, має нерівність синусоїдального профілю. Взаємовплив піддесорених частин автомобіля не враховується. Це дозволяє застосовувати систему, що складається з двох зосереджених мас, пов'язаних між собою пружнім та дисипативним елементами підвіски. Зв'язок колеса автомобіля з опорною поверхнею здійснюється через пружну шину (рис. 1).

Відомо [9 с. 29], що поточна координата центру колеса (B) під час рівномірного руху

$$k_x = V_a t, \quad (1)$$

де  $V_a$  – швидкість руху,  $t$  – час.

У роботі [6 с. 40] автор пропонує на кожному кроці моделювання, який характеризується інтервалом часу та його початковим і кінцевим значенням, визначати координати заданого мікропрофілю опорної поверхні. При цьому, прийнято припущення, що на кожному кроці моделювання мікропрофіль опорної поверхні має лінійну залежність. Тоді, поточний кут нахилу дотичної до опорної поверхні на заданому кроці моделювання визначається

$$\beta = \arctg \frac{qz_n - qz_k}{t_k - t_n}, \quad (2)$$

де  $t_n$  і  $t_k$  – початкове та кінцеве значення часу на заданому кроці моделювання;  $qz_n$  і  $qz_k$  – початкова та кінцева ордината мікропрофілю опорної поверхні на заданому кроці моделювання.

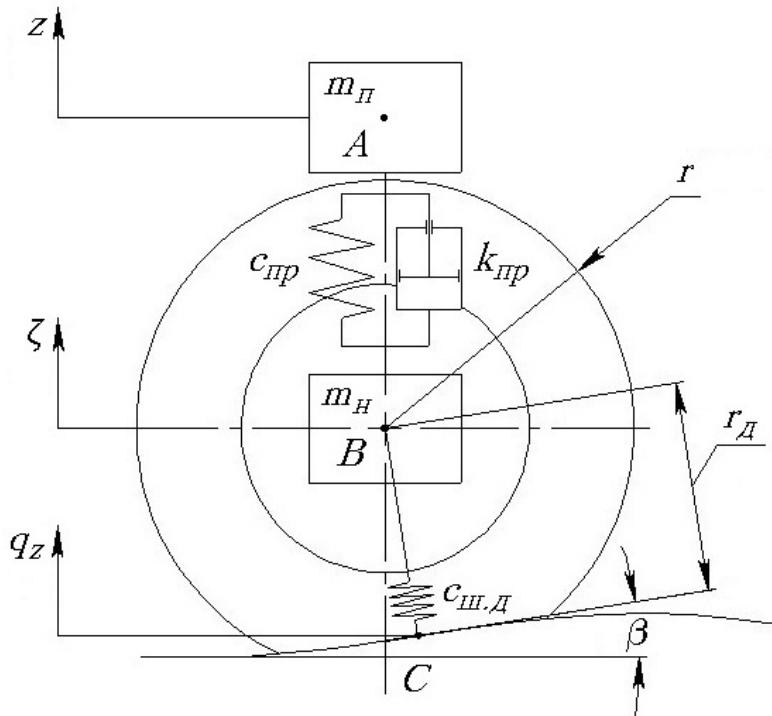


Рис.1. Розрахункова схема до визначення сил взаємодії колеса легкового автомобіля під час руху нерівною дорогою

Враховуючи мету даної роботи та умови руху легкового автомобіля, доцільно горизонтальну координату нерівності, на якій в роботі [6 с. 40] відображена шкала часу, замінити послідовністю з кроком  $\Delta x$ , що відображає положення поточної координати нерівності по горизонталі

$$qx = x_n, x_n + \Delta x, \dots, x_k, \quad (3)$$

де  $x_n$  і  $x_k$  – початкове та кінцеве значення координати профіля нерівності.

Відомо [9 с. 29], що поточну ординату синусоїдальної нерівності розраховують

$$qz = \frac{h_q}{2} \left( 1 - \cos 2 \frac{qx}{l_q} \right), \quad (4)$$

де  $h_q$  – висота нерівності;  $l_q$  – довжина нерівності.

З урахуванням (3) та (4) залежність (2) набуває вигляду

$$\beta = \arctg \frac{q_{z_{i+1}} - q_z}{q_{x_{i+1}} - q_x}, \quad (5)$$

Координату центру плями контакту ( $C$ ) під час кочення автомобільного колеса нерівною опорною поверхнею з урахуванням (1) і (5) записано [7, с. 21]

$$q_x = k_x + r_o \sin \beta. \quad (6)$$

Підставивши в (4) рівняння (6) отримаємо поточну ординату точки  $C$ , переміщення якої в часі призводить до збурення коливальної системи, що розглядається (рис. 1):

$$q_z = \frac{h_q}{2} (1 - \cos(2 \frac{q_x}{l_q})). \quad (7)$$

Для складання рівнянь коливання зазначененої системи, зазвичай складають рівняння динаміки або рівняння Лагранжа [9 с. 48]. У роботі [5, с. 43] поточні ординати  $z$  точки  $B$  та  $\zeta$  точки  $A$  визначено системою диференційних рівнянь другого роду. Відлік деформації пружного елемента та шини відбувається від положення статичної рівноваги, коли статичне навантаження на пружні елементи врівноважується пружною силою від їх статичної деформації

$$\begin{cases} m_n \ddot{z} = c_{np}(\zeta - z + h_A - r_\partial) + k_{np}(\dot{\zeta} - \dot{z}) - m_n g \\ m_n \ddot{\zeta} = -c_{np}(\zeta - z + h_A - r_\partial) - k_{np}(\dot{\zeta} - \dot{z}) + c_u(q_z - \zeta + r_\partial) + k_u(q_z - \zeta) - m_n g, \end{cases} \quad (8)$$

де  $m_n$  та  $m_n$  – підресорена та непідресорена маси;  $h_A$  – висота положення точки  $A$  відносно опорної поверхні під час руху рівною дорогою;  $r_\partial$  – динамічний радіус автомобільного колеса під час руху рівною дорогою;  $c_{np}$  та  $k_{np}$  – приведені до колеса жорсткість пружного та демпфіруючого елементів підвіски;  $c_u$  та  $k_u$  – коефіцієнти нормальної жорсткості та демпфування шини.

Для більш повного відображення процесів, які відбуваються під час руху колеса нерівною дорогою, в даній роботі пропонується вести відлік деформації пружного елемента та шини від положення, яке відповідає вільному стану (без навантаження), а статичне положення приймається за початкову умову. Для цього, відповідно з законами теоретичної механіки, висоту положення точки  $A$  відносно опорної поверхні при знятому навантаженні з пружного елемента підвіски записано

$$h_{A0} = h_A + \frac{m_n g}{c_{np}}. \quad (9)$$

Відомо [8, с. 265], що власне демпфування шини порівняно з демпфуванням амортизатора підвіски значно менше, тому їм можна знехтувати. Опір амортизатора на ході відбою в 3–4 рази більше опору, який виникає під час стиснення. Тому, для приведеного до колеса коефіцієнту опору амортизатора  $k_{np}$  враховано умову

$$\begin{cases} k_{np} = k_{np\_cm}, \text{ якщо } \dot{\zeta} - \dot{z} > 0 \\ k_{np} = k_{np\_vi}, \text{ якщо } \dot{\zeta} - \dot{z} < 0 \end{cases}, \quad (10)$$

де  $k_{np\_cm}$  і  $k_{np\_vi}$  – приведений до колеса коефіцієнт демпфування амортизатора підвіски на ході стиснення та відбою.

Крім того, відрив автомобільного колеса від опорної поверхні враховано умовою

$$c_{u,\partial} = 0, \text{ якщо } \frac{q_z - \zeta}{\cos \beta} + r < 0, \quad (11)$$

де  $c_{u,\partial}$  – динамічна жорсткість шини, яка визначається за залежностями наведеними в [1, с. 50];  $r$  – вільний радіус автомобільного колеса.

Систему рівнянь (8) з урахуванням зазначеного вище та математичних виразів (9), (10), (11) записано у вигляді:

$$\begin{cases} m_n \ddot{z} = c_{np}(\zeta - z + h_{A0} - r_\partial) + k_{np}(\dot{\zeta} - \dot{z}) - m_n g \\ m_n \ddot{\zeta} = -c_{np}(\zeta - z + h_{A0} - r_\partial) - k_{np}(\dot{\zeta} - \dot{z}) + c_{u,\partial} \left( \frac{q_z - \zeta}{\cos \beta} + r \right) - m_n g \end{cases}. \quad (12)$$

Після розв'язання системи (12) отримано координати точок коливальної системи. Відрізок  $BC$ , що спрямований по нормальні до опорної поверхні, є динамічним радіусом  $\Delta r_\partial$  автомобільного колеса під час руху нерівною дорогою (рис. 1). Діапазон зміни даного радіуса знаходитьться в межах від  $r$  до  $\frac{d}{2}$  – радіус ободу колеса

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta r_o = r, \text{ якщо } \frac{\zeta \cdot q_z}{\cos \beta} < r \\ \Delta r_o = \frac{d}{2}, \text{ якщо } \frac{\zeta \cdot q_z}{\cos \beta} > \frac{d}{2} \\ \Delta r_o = \frac{\zeta \cdot q_z}{\cos \beta}, \text{ якщо } \frac{d}{2} < \frac{\zeta \cdot q_z}{\cos \beta} < r \end{array} \right. . \quad (13)$$

З урахуванням умови (13) радіальну деформацію шини записано [7]

$$\Delta h_w = r - \Delta r_o. \quad (14)$$

За законом Гука визначено силу, з якою еластична шина діє на дорогу (ця сила прикладена в точці  $C$  і діє по нормальні до опорної поверхні).

$$F_w = c_{w,\partial} \Delta h_w. \quad (15)$$

В свою чергу, сила еластичної шини  $F_w$  векторно направлена протилежно нормальній реакції  $R_N$  і, згідно з законами теоретичної механіки, рівна по модулю останній

$$R_N = F_w. \quad (16)$$

У даній роботі розглянуто ведений режим кочення колеса. Схема сил взаємодії автомобільного колеса з опорною поверхнею наведена на рисунку 2.

Розкладши нормальну реакцію на її складові (рис. 2), знайдено приблизні значення вертикальної та горизонтальної реакцій взаємодії колеса під час руху легкового автомобіля нерівною дорогою.

$$R_Z = R_N \cos \beta. \quad (17)$$

$$R_X = R_N \sin \beta. \quad (18)$$

Класично сила опору кочення визначається

$$P_f = f_k R_N, \quad (19)$$

де  $f_k$  – коефіцієнт опору кочення, який може бути розрахований за залежностями, наведеними в роботі [10, с. 9].

Тоді сумарну повздовжню силу під час взаємодії колеса легкового автомобіля з опорною поверхнею з урахуванням (18) та (19) записано

$$P_x = R_X + P_f \cos \beta. \quad (20)$$

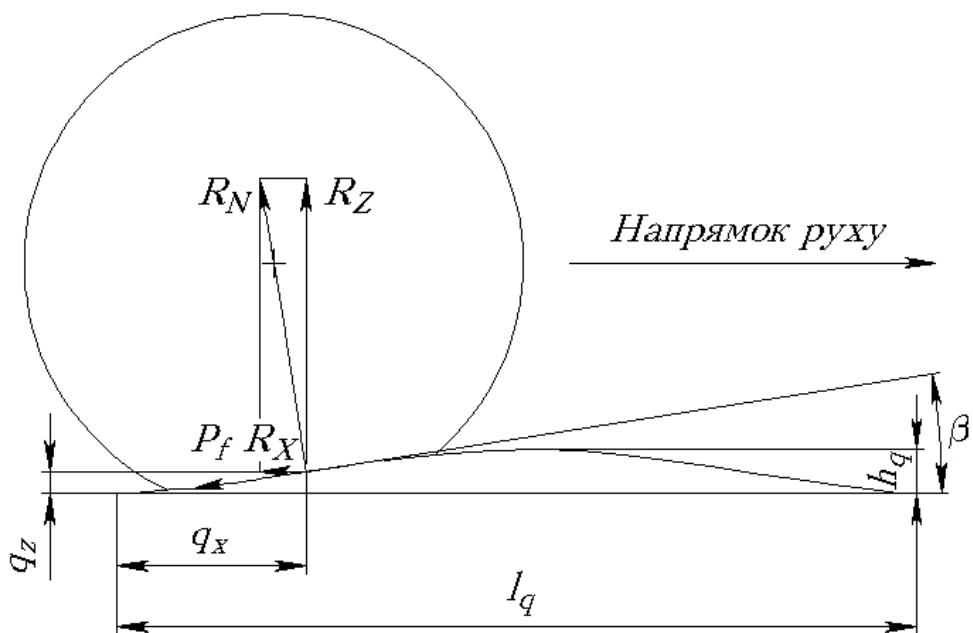


Рис. 2. Схема сил взаємодії веденого колеса легкового автомобіля під час руху нерівностями

Як зазначено вище, розв'язання системи (12) дозволяє отримати координати точок піддресореної та непіддресореної мас на кожному кроці розрахунку (тобто визначати їх переміщення). Розрахувавши різницю у переміщеннях точок, що належать нерівності (точка С) за формулою (8) та непіддресореній масі (точка В), за формулою (12) можна визначити, з урахуванням (13)–(20), сили взаємодії колеса з опорною поверхнею, що діють в центральній площині його обертання при рівномірному прямолінійному русі легкового автомобіля нерівною дорогою з різними швидкостями його руху.

За отриманими математичними залежностями проведено розрахунки для легкового автомобіля Renault 15TS під час його руху нерівною дорогою з різними швидкостями (параметри нерівності: синусоїdalний профіль, висота – 5 см, довжина – 1 м). Параметри автомобіля наведені у таблиці 1.

Таблиця 1  
*Параметри автомобіля Renault 15TS*

Параметр	Умовне позначення	Значення
1	2	3
піддресорена маса, кг	$m_n$	277,268
непіддресорена маса, кг	$m_u$	28,542
висота положення точки А відносно опорної поверхні під час статичного навантаження на пружній елемент підвіски, м	$h_A$	0,614
діаметр ободу колеса, м	$d$	0,33
вільний радіус автомобільного колеса, м	$r$	0,285
нормальна жорсткість шини, Н/м	$c_u$	103000
жорсткість пружного елемента підвіски, що приведена до колеса, Н/м	$c_{np}$	10760,676
коєфіцієнт опору демпфера на ході стиснення, що приведений до колеса, Н(с/м)	$k_{np\_cm}$	715,673
коєфіцієнт опору демпфера на ході відбою, що приведений до колеса, Н(с/м)	$k_{np\_oi\partial}$	3067,169

За результатами розрахунків отримані графічні залежності вертикальної реакції (рис. 3) та повздовжньої сумарної сили (рис. 4) взаємодії колеса легкового автомобіля з опорною поверхнею під час його руху нерівною дорогою з різною швидкістю від поточної координати центру колеса.

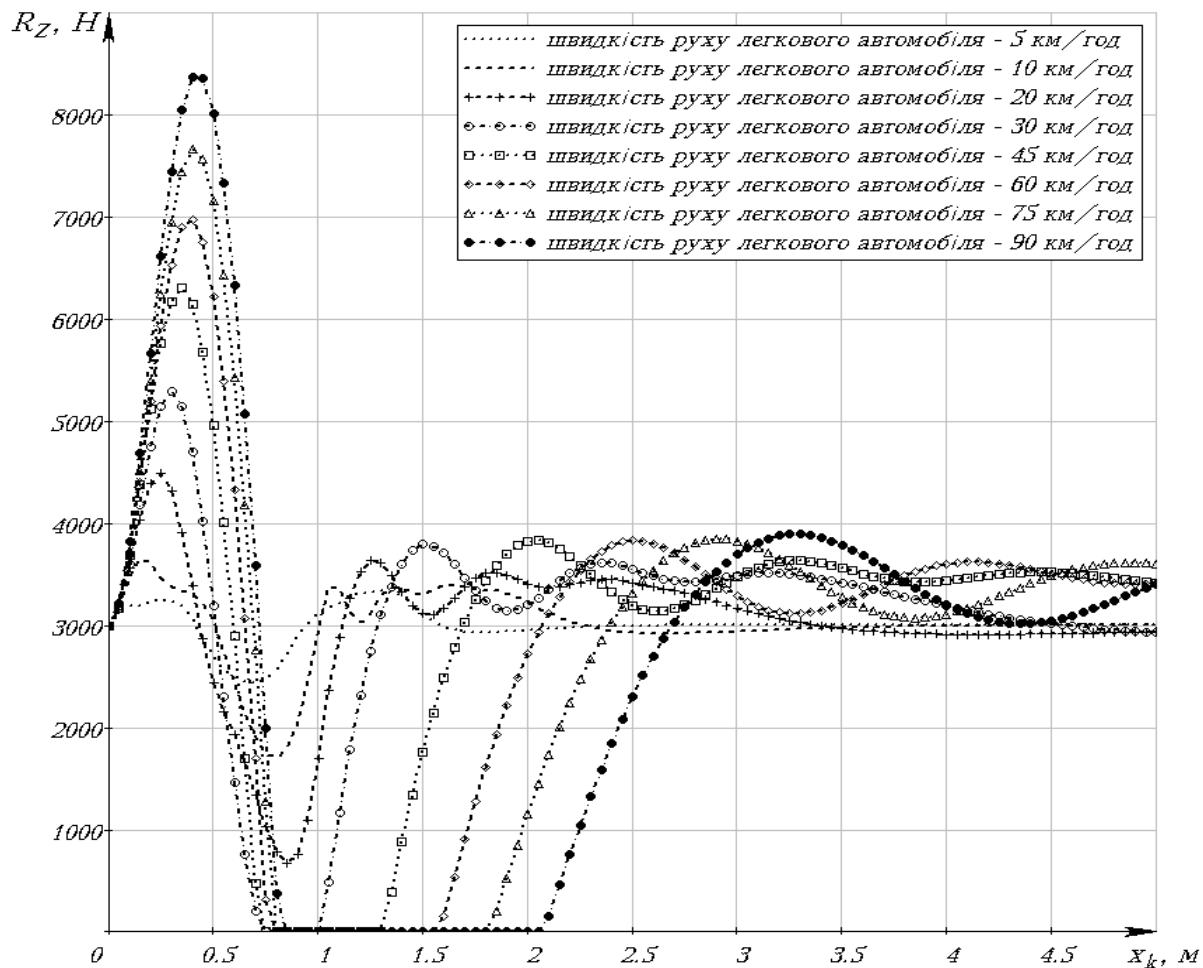


Рис. 3. Залежність вертикальної реакції при взаємодії колеса легкового автомобіля Renault 15TS з опорною поверхнею при його русі на різних швидкостях нерівною дорогою (параметри нерівності: синусоїdalний профіль, висота – 5 см, довжина – 1 м ) від поточної координати центру колеса

Аналіз графіка на рисунку 3 показує, що зростання значення вертикальної реакції від статичного до максимального досягається до подолання осі автомобільного колеса вершини нерівності. Далі вертикальна реакція, зменшуючись, досягає свого мінімального значення. При цьому, на швидкості, близькій до 30 км/год і вище, мінімальне значення вертикальної реакції дорівнює нулю, що свідчить про початок процесу відриву колеса від опорної поверхні. Поновлення контакту знову супроводжується стрімким збільшенням значення вертикальної реакції і, після досягнення другого за величиною максимального значення, супроводжується згасаючими коливаннями, повертається до свого статичного значення. Максимуми та мінімуми вертикальної реакції, а також відстань пройдена без контакту колеса з опорною поверхнею залежить від швидкості руху легкового автомобіля. Так, наприклад, під час збільшення швидкості (з кроком 15 км/год.) з 45 до 60 км/год. (на 33,3 %) максимальне значення вертикальної реакції збільшується з 6309,7 до 6977,9 Н (на 10,6 %); під час збільшення швидкості з 60 до 75 км/год. (на 25 %) максимальне значення вертикальної реакції збільшується з 6977,9 до 7664,8 Н (на 9,8 %); при збільшенні швидкості з 75 до 90 км/год. (на 20 %) максимальне значення вертикальної реакції збільшується з 7664,8 до 8371,5 Н (на 9,2 %).

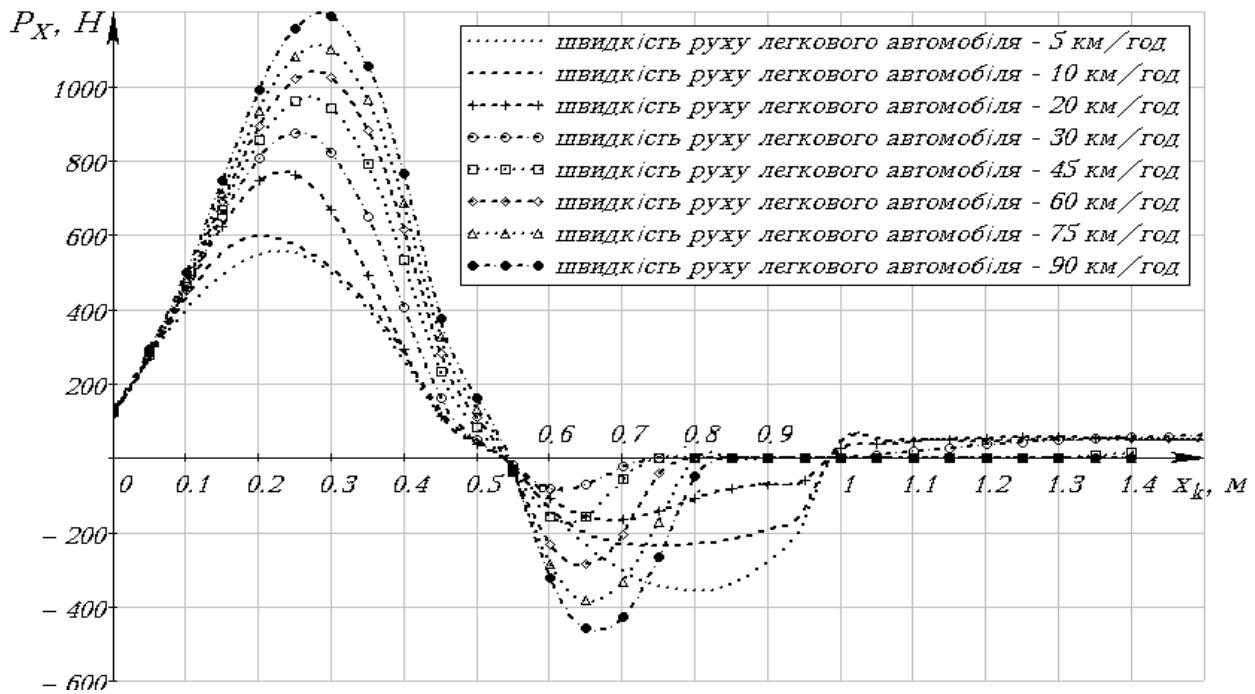


Рис. 4. Залежність повздовжньої сили при взаємодії колеса легкового автомобіля Renault 15TS з опорною поверхнею під час його руху на різних швидкостях нерівною дорогою (параметри нерівності: синусоїdalnyй профіль, висота – 5 см, довжина – 1 м ) від поточної координати центру колеса

Аналіз графіка на рисунку 4 показує, що при взаємодії колеса легкового автомобіля з нерівністю синусоїдалної форми сумарна повздовжня сила змінює свій напрямок дії після переїзду вершини нерівності. Це пояснюється наявністю знакозмінної горизонтальної реакції, напрямок дії якої змінюється після подолання осі автомобільного колеса вершини нерівності, та сили опору кочення, яка направлена завжди проти напрямку руху автомобіля. При цьому, значення сумарної повздовжньої сили збільшується аналогічно збільшенню максимального значення вертикальної реакції (рис. 3) (зі збільшенням швидкості руху автомобіля). З іншого боку, за наявності контакту автомобільного колеса мінімальні значення сумарної повздовжньої сили з опорною поверхнею із збільшенням швидкості руху автомобіля зменшуються по модулю; при відсутності контакту автомобільного колеса з опорною поверхнею зі збільшенням швидкості руху автомобіля – збільшуються по модулю. Так, наприклад, під час збільшення швидкості (з кроком 15 км/год.) з 45 до 60 км/год. (на 33,3 %) максимальне значення сумарної повздовжньої сили збільшується з 960,2 до 1022,6 Н (на 6,5 %); під час збільшення швидкості з 60 до 75 км/год. (на 25 %) максимальне значення сумарної повздовжньої сили збільшується з 1022,6 до 1098,1 Н (на 7,4 %); під час збільшення швидкості з 75 до 90 км/год. (на 20 %) максимальне значення сумарної повздовжньої сили збільшується з 1098 до 1188 Н (на 8,2 %).

**Висновки та перспективи подальших досліджень.** Визначено сили взаємодії колеса з опорною поверхнею, що діють у центральній площині його обертання під час рівномірного прямолінійного руху легкового автомобіля нерівною дорогою з різними швидкостями його руху. Наведено графічні залежності, що дозволяють оцінити вплив швидкості руху автомобіля нерівною дорогою на сили взаємодії колеса з опорною поверхнею. Отримані дані є кроком до визначення параметрів стійкості в зазначеному режимі руху. Подальша робота буде присвячена визначеню навантажень у ходовій частині легкового автомобіля під час його руху нерівною дорогою.

**Список використаної літератури:**

1. Балакина Е.В. Улучшение устойчивости движения колесной машины в режиме торможения на основе предпроектного выбора параметров элементов шасси : дис. ... канд. тех. наук : 05.05.03 / Балакина Екатерина Викторовна. – Волгоград, – 2010. – 418 с.
2. Динамика автомобиля / М.А. Подригало, В.П. Волков, А.А. Бобошко и др. ; под ред. М.А. Подригало. – Харьков : ХНАДУ, 2008. – 426 с.
3. Динамика системы дорога – шина – автомобиль – водитель / А.А. Хачатуров, В.Л. Афанасьев, В.С. Васильев и др. ; под. ред. А.А. Хачатурова. – М. : Машиностроение, 1976. – 535 с.
4. Клец Д.М. Определение нормальных реакций на передних и задних колесах автомобиля при движении по неровной дороге / Д.М. Клец // Вестник ХНАДУ. – 2013. – Вып. 61–62. – С. 195–199.
5. Мазур В.В. Математическая модель динамики автомобиля при торможении на неровной дороге / В.В. Мазур // Системы. Методы. Технологии. – 2009. – № 4. – С. 42–45.
6. Мазур В.В. Определение параметров эксплуатационных свойств автотранспортного средства при движении по неровной дороге / В.В. Мазур // Системы. Методы. Технологии. – 2009. – № 2. – С. 39–41.
7. Певзнер Я.М. К расчету вертикальных колебаний автомобиля / Я.М. Певзнер // Автомобильная промышленность. – 1976. – № 1. – С. 21–24.
8. Раймпель Й. Шасси автомобиля: Амортизаторы, шины и колеса / Й.Раймпель ; пер. с нем. В.П. Агапова ; под ред. О.Д. Златобрата. – М. : Машиностроение, 1986. – 316 с.
9. Ротенберг Р.В. Подвеска автомобиля / Р.В. Ротенберг. – Изд. 3-е, переработ. и доп. – М. : Машиностроение, 1972. – 392 с.
10. Селифонов В.В. Теория автомобиля : учеб. пособие / В.В. Селифонов, А.Ш. Хусаинов, В.В. Ломакин. – М. : МГТУ «МАМИ», 2007. – 102 с.

**References:**

1. Podrigalo, M.A., Volkov, V.P. and Boboshko, A.A. (2008), *Dinamika avtomobilya*, in Podrigalo, M.A. (Ed.), KhNADU, Kharkiv, 426 p.
2. Khachaturov, A.A., Afanas'ev, V.L. and Vasil'ev, V.S. (1976), *Dinamika sistemy doroga – shina – avtomobil' – voditel'*, in Khachaturov, A.A. (Ed.), Mashinostroenie, Moscow, 535 p.
3. Mazur, V.V. (2009), “Matematicheskaya model' dinamiki avtomobilya pri tormozhenii na nerovnoy doroze”, *Sistemy. Metody. Tekhnologii*, No. 4, pp. 42–45.
4. Mazur, V.V. (2009), “Opredelenie parametrov ekspluatatsionnykh svoystv avtotransportnogo sredstva pri dvizhenii po nerovnoy doroze”, *Sistemy. Metody. Tekhnologii*, No. 2, pp. 39–41.
5. Pevzner, Y.M. (1976), “K raschetu vertikal'nykh kolebaniy avtomobilya”, *Avtomobil'naya promyshlennost'*, No. 1, pp. 21–24.
6. Raympel', Y. (1986), *Shassi avtomobilya: Amortizatory, shiny i kolesa*, translated by Agapov, V.P., Mashinostroenie, Moscow, 316 p.
7. Rotenberg, R.V. (1972), *Podveska avtomobilya*, 3rd ed., Mashinostroenie, Moscow, 392 p.
8. Selifonov, V.V., Khusainov, A.Sh. and Lomakin, V.V. (2007), *Teoriya avtomobilya*, MGTU “MAMI”, Moscow, 102 p.

ПОЛЯКОВ Віктор Михайлович – кандидат технічних наук, доцент, професор кафедри «Автомобілі» Національного транспортного університету.

Наукові інтереси:

– дослідження експлуатаційних властивостей автотранспортних засобів.

Тел.: (067) 386–14–68.

E-mail: poljakov\_2006@ukr.net.

РАЗБОЙНІКОВ Олександр Олександрович – аспірант кафедри «Автомобілі»  
Національного транспортного університету.

Наукові інтереси:

– дослідження стійкості руху автомобілів.

Тел.: (097) 221-47-90.

E-mail: razboyn1k@ukr.net.

Стаття надійшла до редакції 02.09.2016