2. ЕКОНОМІКО-МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ТА ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ В ЕКОНОМІЦІ

УДК 517.938 : 330.3

ДОСЛІДЖЕННЯ СТІЙКОСТІ ЕКОНОМІЧНИХ СИСТЕМ В УМОВАХ КОНКУРЕНЦІЇ

Грицюк П.М., д.е.н., професор

Національний університет водного господарства та природокористування
Україна, 33028, м. Рівне, вул. Соборна, 11

gritsukp@ukr.net

Передумовою ефективного управління є стійкість системи. Строга теорія стійкості систем побудована О. М. Ляпуновим в рамках якісної теорії диференціальних рівнянь. Метою цього дослідження є вироблення єдиного підходу до аналізу стійкості економічних систем, які перебувають в умовах конкуренції. Основними типами взаємодії економічних об'єктів є: взаємодія типу "хижак-жертва", конкуренція за спільний ресурс та симбіоз. Вказані взаємодії можна об'єднати в рамках єдиної моделі: системи двох нелінійних диференціальних рівнянь першого порядку

$$\begin{cases} dx/dt = a_1x + b_1x^2 + c_1xy; \\ dy/dt = a_2y + b_2y^2 + c_2xy. \end{cases}$$

Тип взаємодії визначається знаками коефіцієнтів правої частини. Розглянута система має чотири стаціонарні стани, три з яких є нетривіальними. Два з них відповідають нульовому значенню однієї з компонент (x або y) і лише один характеризується ненульовими значеннями обох компонент економічної системи. Нами визначені координати стаціонарних точок та встановлені умови їх стійкості. Як приклад нами розглянута конкуренція двох брендів, які співіснують в одній маркетинговій ніші – компаній Coca-Cola та Pepsi-Cola. Умовою використання запропонованої нами моделі є те, що два конкуруючі економічні об'єкти повинні покривати практично весь відповідний сегмент товарного ринку. Обсяг статистичних даних повинен бути достатнім для адекватного оцінювання коефіцієнтів моделі за методом найменших квадратів. Задача визначення коефіцієнтів моделі є ідентичною до задачі про побудову рівняння трьохфакторної лінійної регресії. Такий підхід дозволив нам оцінити статистичну значущість отриманих оцінок коефіцієнтів моделі. Отримані значення коефіцієнтів моделі дозволили віднести її до типу "хижак-жертва" та характеризувати всі стаціонарні стани системи як нестійкі. Причинами нестійкої динаміки можуть бути і економічні фактори, і неповнота розглянутої моделі. Запропонований нами підхід можна застосувати і до більш складних систем, які містять більше двох взаємодіючих компонентів.

Ключові слова: система, конкуренція, стійкість, фазовий простір, стаціонарні стани.

Грицюк П.М. ИССЛЕДОВАНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ ЭКОНОМИЧЕСКИХ СИСТЕМ В УСЛОВИЯХ КОНКУРЕНЦИИ / *Национальный университет водного хозяйства и природопользования, Украина*

Предпосылкой эффективного управления является устойчивость системы. Строгая теория устойчивости систем построена А. М. Ляпуновым в рамках качественной теории дифференциальных уравнений. Целью данного исследования является выработка единого подхода к анализу устойчивости экономических систем, находящихся в условиях конкуренции. Основными типами взаимодействия экономических объектов являются: взаимодействие типа "хищник-жертва", конкуренция за общий ресурс и симбиоз. Указанные взаимодействия можно объединить в рамках единой модели: системы двух нелинейных дифференциальных уравнений первого порядка

$$\begin{cases} dx/dt = a_1x + b_1x^2 + c_1xy; \\ dy/dt = a_2y + b_2y^2 + c_2xy. \end{cases}$$

Тип взаимодействия определяется знаками коэффициентов правой части. Рассмотренная система содержит четыре стационарных состояния, три из которых являются нетривиальными. Два из них соответствуют нулевому значению одной из компонент (x или y) и только одно характеризуется ненулевыми значениями обоих компонент экономической системы. Нами определены координаты стационарных точек и установлены условия их устойчивости. В качестве примера нами рассмотрена конкуренция двух брендов, которые сосуществуют в одной маркетинговой ниши – компаний Coca-Cola и Pepsi-Cola. Условием использования предложенной нами модели является то, что два конкурирующих экономических объекта должны покрывать практически весь соответствующий сегмент товарного рынка. Объем статистических данных должен быть достаточным для адекватного оценивания коэффициентов модели по методу наименьших квадратов. Задача определения коэффициентов модели является идентичной задаче о построении уравнения трехфакторная линейной регрессии. Такой подход позволил нам оценить статистическую значимость полученных оценок коэффициентов модели. Полученные значения коэффициентов модели позволили отнести ее к типу "хищник-жертва" и характеризовать все стационарные состояния системы как неустойчивые. Причинами неустойчивой динамики могут быть как экономические факторы так и неполнота рассматриваемой модели. Предложенный нами подход можно применять и к более сложным системам, которые содержат более двух взаимодействующих компонент.

Ключевые слова: система, конкуренция, устойчивость, фазовое пространство, стационарные состояния.

Hrytsiuk P.M. INVESTIGATION OF THE ECONOMIC SYSTEMS STABILITY IN TERMS OF COMPETITION */ National University of Water Management and Nature Resources Use, Rivne, Ukraine*

The system stability is the prerequisite for effective management. A classical theory of the systems stability is formulated by A.M. Lyapunov in the framework of the qualitative theory of differential equations. The aim of this research is to develop a common approach to the stability analysis of economic systems in the conditions of competition. The main types of economic interactions are: interaction of "predator-prey" type, the competition for a shared resource and symbiosis. These interaction can be combined in a single model: the systems of two nonlinear differential equations of the first order

$$\begin{cases} dx/dt = a_1x + b_1x^2 + c_1xy; \\ dy/dt = a_2y + b_2y^2 + c_2xy. \end{cases}$$

The type of interaction is determined by the coefficients values of the right side. Our research showed that the system contains four stationary states, three of which are non-trivial. The two of these correspond to the zero value of one of the components (x or y) and there is the only one state with non-zero value of both components of the economic system. We determined the coordinates of the stationary points and the conditions for their stability. As an example, we considered a competition between two brands, which coexist in the same niche of commodity market – Coca-Cola and Pepsi-Cola companies. The proposed model is conditioned by the fact that two economic objects should cover practically whole segment of commodity market. The volume of statistical data should be sufficient for an adequate estimation of the model coefficients by the least squares method. The problem of determining the model coefficients is identical to the problem of constructing of three-factor linear regression. This approach allowed us to evaluate the statistical significance of model coefficients estimates. The obtained values of the model coefficients allowed us to refer its to the type of "predator-prey" and characterize all the stationary states of the system as unsustainable. The reasons for unstable system dynamics can be both economic factors and the incompleteness of our model. The proposed approach can be applied to the research of more complex systems that contain more than two interacting components.

Key words: system, competition, stability, phase space, stationary states.

ПОСТАНОВКА ПРОБЛЕМИ

Забезпечення стійкості економічної діяльності – основна мета соціально-економічної політики будь-якої країни. Процес глобалізації в умовах сучасної фінансово-політичної нестабільності та економічної кризи, динамічність розвитку більшості сфер діяльності, жорстка конкуренція та мінливість зовнішнього середовища загрожують стабільному розвитку промислових підприємств та цілих галузей. Кожна економічна система діє в умовах невизначеності, оскільки перебуває під впливом багатьох факторів зовнішнього середовища, дія яких не може бути однозначно спрогнозована. Збурюючі впливи середовища викликають відхилення системи від положення рівноваги. У зв'язку з цим виникає важливе питання про стійкість економічної системи. Під стійкістю системи зазвичай розуміють її здатність повертатися до стану рівноваги після дії збурюючого впливу. Дослідження стійкості системи є передумовою ефективного управління даною системою.

В економічній літературі є декілька підходів до визначення поняття стійкості. Згідно з визначенням М. П. Бусленка [1] стійкість економічної системи розглядається як можливість функціонування системи з ефективністю не нижче від заданої в деякому заданому діапазоні умов. Інший підхід розглядає стійкість як характеристику поведінки (динаміки) системи. Лінія поведінки системи (динамічна траєкторія) називається стійкою відносно деякої області фазового простору, якщо, почавшись всередині цієї області, вона ніколи її не залишає [2]. Система є стійкою відносно даної області фазового простору, якщо всі фазові траєкторії стійкі відносно неї. В економічній енциклопедії стійкою називають таку економічну систему, перехід якої до заданого стану відбувається в такий спосіб, що жоден із множини її факторів не виходить за допустимі межі на заданій траєкторії зміни стану цієї системи [3].

У системах автоматизованого управління (САУ) вважають, що "стан системи називається стійким, якщо відхилення від нього залишається як завгодно малим при будь-яких досить малих змінах вхідних сигналів". Стійкість різного типу визначається різними методами. Строга теорія стійкості систем побудована О. М. Ляпуновим в рамках якісної теорії диференціальних рівнянь [4].

Найпростішим випадком стійкого стану системи є рівновага, тобто такий стан, у якому система може залишатися як завгодно довго при відсутності сторонніх збурюючих впливів. Під збуренням розуміють будь-який сторонній вплив на систему, який переводить її з одного стану в інший. Нехай в момент часу t стан системи описується сукупністю змінних (параметрів) $x_1(t), x_2(t), \ldots, x_n(t)$, а поведінка системи описується системою m диференціальних рівнянь

$$dx_i / dt = f_i(x_1, x_2, \ldots, x_n), \quad x_j(0) = x_{0j};\ j = \overline{1,n};\ i = \overline{1,m}. \tag{1}$$

Станом рівноваги називається стан, який характеризується значеннями параметрів таких, що

$$dx_i / dt = f_i(x_1, x_2, \ldots, x_n) = 0, \quad i = \overline{1,m}. \tag{2}$$

Стан рівноваги може бути стійким, нестійким або байдуже стійким відносно деякого збурення, яке діє на систему. Якщо система повертається у стан рівноваги після завершення дії збурення, рівновага є стійкою. Якщо після дії збурення система зберігає початковий стан, говорять про байдужу рівновагу. В усіх інших випадках рівновага системи вважається нестійкою. Процес повернення системи в рівноважний стан називають релаксацією.

АНАЛІЗ ОСТАННІХ ДОСЛІДЖЕНЬ І ПУБЛІКАЦІЙ

Теорія стійкості систем на сьогодні достатньо розвинена в загальному вигляді і представлена роботами таких вчених, як В. Арнольд, В. Аніщенко, О. Івахненко, О. Ляпунов, М. Месарович, М. Моісєєв, М. Морішима та ін. Дослідженням питань економічної стійкості підприємства в умовах багатоваріантності та взаємозв'язку чинників зовнішнього та внутрішнього середовищ займались В. Гамалій, В. Іванов, І. Ляшенко, Л. Мельник, О. Раєвнєва, Р. Фатхудинов, Е. Четиркін та ін. Аналіз і узагальнення існуючих підходів до визначення сутності понять «стабільність» і «стійкість» по відношенню до економічних суб'єктів наведені в роботах І. С. Благуна, В. М. Геєця, М. О. Кизима, Т. С. Клебанової, С. К. Рамазанова, Л. Самуельсона. Лєбедєв В. І. займався задачею відновлення параметрів динамічних систем за даними часових рядів.

Водночас, незважаючи на достатню кількість наукових досліджень, недостатньо дослідженими залишаються проблеми визначення умов стійкості економічних систем, які перебувають в умовах конкуренції. Завдання розроблення єдиного підходу до цієї проблеми та побудови моделей конкуренції на базі статистики діяльності економічних об'єктів зумовлює актуальність даної роботи.

ФОРМУЛЮВАННЯ ЦІЛЕЙ СТАТТІ

Метою цього дослідження є вироблення єдиного підходу до аналізу стійкості економічних систем, які перебувають в умовах конкуренції, з метою отримання об'єктивних оцінок стійкості реальних економічних систем на підґрунті аналізу статистичного матеріалу.

У роботі були поставлені такі завдання:

1. Виробити єдиний підхід до аналізу стійкості економічних систем, які перебувають в умовах конкуренції на основі теорії динамічних систем.

2. Дослідити множину стаціонарних станів та встановити критерії стійкості для кожного з них.

3. Запропонувати методику моделювання та статистичного оцінювання коефіцієнтів економічних систем, які перебувають в умовах конкуренції.

4. Навести приклад дослідження конкуренції двох економічних об'єктів.

ВИКЛАД ОСНОВНОГО МАТЕРІАЛУ ДОСЛІДЖЕНЬ

Загальний вигляд моделі. Розглянемо систему, яка складається з двох взаємодіючих економічних об'єктів, і описується системою двох звичайних диференціальних рівнянь

$$\begin{cases} dx/dt = a(x,y); \\ dy/dt = b(x,y). \end{cases} \tag{3}$$

Тут $a(x,y); b(x,y)$ – нелінійні функції. Назвемо таку систему бінарною. Виділяють такі основні типи взаємодії економічних об'єктів [5-6]:

- конкуренція типу "хижак-жертва". Характеризується безпосереднім впливом одного об'єкта на інший, метою якого є погіршити економічну ефективність його діяльності;
- "мирна" конкуренція. Характеризується опосередкованою боротьбою двох економічних об'єктів за спільний ресурс (ринок товарів та послуг, постачання сировини, кваліфікована робоча сила);
- "симбіоз". Характеризується узгодженою діяльністю двох економічних об'єктів, яка приносить їм спільну вигоду.

Усі три види взаємодії можна описати в рамках єдиної моделі такого вигляду

$$\begin{cases} dx/dt = a_1 x + b_1 x^2 + c_1 xy; \\ dy/dt = a_2 y + b_2 y^2 + c_2 xy. \end{cases} \tag{4}$$

Тип взаємодії визначається знаком коефіцієнтів правої частини. Зазвичай виконуються умови

$$a_1, a_2 > 0; b_1, b_2 < 0\,. \tag{5}$$

Ці обмеження передбачають зростання параметрів x_1, x_2 при їх невеликих значеннях, та сповільнення швидкості зростання при досягненні певного рівня (насичення або ж явище внутрішньої конкуренції) згідно із законом

$$dx/dt = a_1 x + b_1 x^2\,. \tag{6}$$

Цей закон, який називають логістичним або ж законом Ферхюльста, є характерним для ізольованих економічних систем на початковій стадії розвитку. Взаємодія систем у рамках моделі (4) визначається знаками коефіцієнтів c_1, c_2 :

- якщо $c_1 < 0; c_2 > 0$, маємо конкуренцію типу "хижак-жертва";

– комбінація знаків $c_1 < 0;\ c_2 < 0$ описує "мирну" конкуренцію;

– якщо $c_1 > 0;\ c_2 > 0$, маємо взаємовигідну взаємодію типу "симбіоз".

Виділення стаціонарних точок. Визначимо стаціонарні точки системи (4), які відповідають рівноважним станам системи. Для цього необхідно розв’язати систему рівнянь

$$\begin{cases} a_1 x + b_1 x^2 + c_1 xy = 0; \\ a_2 y + b_2 y^2 + c_2 xy = 0. \end{cases} \tag{7}$$

Приведемо систему (7) до вигляду

$$\begin{cases} x \cdot (a_1 + b_1 x + c_1 y) = 0; \\ y \cdot (a_2 + b_2 y + c_2 x) = 0. \end{cases} \tag{8}$$

Ця система має 4 розв’язки, які відповідають стаціонарним станам системи.

Розв’язок 1 (тривіальний) відповідає точці M_0 фазового простору з координатами (0,0). Практичного інтересу цей стан системи не представляє.

Розв’язок 2 відповідає точці фазового простору $M_1(0,-a_2/b_2)$. За умови виконання співвідношення (5), ця точка описує стаціонарний стан системи, у якому перший об’єкт припинив своє функціонування.

Розв’язок 3 відповідає точці фазового простору $M_2(-a_1/b_1,0)$. Якщо виконується умова (5), ця точка відповідає стаціонарному стану системи, у якому другий об’єкт не функціонує.

Розв’язок 4 характеризується точкою фазового простору $M_3(x_3, y_3)$ з координатами

$$x_3 = \frac{a_2 c_1 - a_1 c_2}{b_1 c_2 - b_2 c_1}; \quad y_3 = \frac{a_1 b_2 - a_2 b_1}{b_1 c_2 - b_2 c_1}. \tag{9}$$

Знаки координат точки M_3 можуть бути різними залежно від знаків коефіцієнтів системи (4).

Методика дослідження стійкості системи. Існують два підходи до дослідження стійкості динамічних систем: метод функцій Ляпунова і метод лінеаризації. Ляпуновим показано, що поведінка системи (4) в околі стаціонарної точки (x_0, y_0) є ідентичною до поведінки лінеаризованої системи (4) в околі цієї ж точки. Для побудови лінеаризованої системи необхідно обчислити матрицю частинних похідних вихідної системи в точці (x_0, y_0)

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dfrac{\partial a}{\partial x} & \dfrac{\partial a}{\partial y} \\ \dfrac{\partial b}{\partial x} & \dfrac{\partial b}{\partial y} \end{pmatrix}_{\substack{x=x_0 \\ y=y_0}}. \tag{10}$$

У нашому випадку для системи (4)

$$\frac{\partial a}{\partial x} = a_1 + 2b_1 x + c_1 y; \quad \frac{\partial a}{\partial y} = c_1 x; \quad \frac{\partial b}{\partial x} = c_2 y; \quad \frac{\partial b}{\partial y} = a_2 + 2b_2 y + c_2 x. \tag{11}$$

Наступним етапом досліджень є знаходження власних чисел лінеаризованої системи. Для цього розв'язуємо квадратне рівняння

$$\begin{vmatrix} a_{11}-\lambda & a_{12} \\ a_{21} & a_{22}-\lambda \end{vmatrix} = 0. \qquad (12)$$

Або

$$\begin{vmatrix} a_1+2b_1x+c_1y-\lambda & c_1x \\ c_2y & a_2+2b_2y+c_2x-\lambda \end{vmatrix} = 0. \qquad (13)$$

Умовою стійкості динамічної системи є одночасне виконання двох таких виразів

$$S = a_{11}+a_{22} < 0; \quad D = a_{11}a_{22}-a_{12}a_{21} > 0. \qquad (14)$$

Дослідження стійкості в околі стаціонарних точок. Виконаємо дослідження стійкості системи (4) в околі нульової стаціонарної точки $M_0(0,0)$. Для цього необхідно підставити її координати у вираз (13). При цьому отримуємо

$$\begin{vmatrix} a_1-\lambda & 0 \\ 0 & a_2-\lambda \end{vmatrix} = 0. \qquad (15)$$

або, розкриваючи визначник,

$$\lambda^2 - \lambda(a_1+a_2)+a_1a_2 = 0. \qquad (16)$$

Умовою стійкості системи є два такі співвідношення

$$S = a_1+a_2 < 0; \quad D = a_1a_2 > 0. \qquad (17)$$

Виконаємо дослідження стійкості системи (4) в околі першої стаціонарної точки $M_1(0,-a_2/b_2)$. Розкриваючи визначник, отримуємо

$$\lambda^2 - \lambda(a_1-a_2-a_2c_1/b_2) - a_2(a_1-a_2c_1/b_2) = 0. \qquad (18)$$

Умовою стійкості системи є співвідношення

$$S = a_1-a_2-a_2c_1/b_2 < 0; \quad -D = a_2(a_1-a_2c_1/b_2) < 0. \qquad (19)$$

Переходимо до дослідження стійкості системи (4) в околі другої стаціонарної точки $M_2(-a_1/b_1,0)$. Із (13) отримуємо

$$\lambda^2 - \lambda(a_2-a_1-a_1c_2/b_1) - a_1(a_2-a_1c_2/b_1) = 0. \qquad (20)$$

Умовою стійкості системи є нерівності

$$S = a_2-a_1-a_1c_2/b_1 < 0; \quad -D = a_1(a_2-a_1c_2/b_1) < 0. \qquad (21)$$

Дослідимо умови стійкості системи (4) в околі стаціонарної точки $M_3(x_3,y_3)$. Розкриваючи визначник, отримуємо

$$\lambda^2 - \lambda\left[a_1+a_2+2(b_1x_3+b_2y_3)+c_1y_3+c_2x_3\right]+$$
$$+(a_1+2b_1x_3+c_1y_3)(a_2+2b_2y_3+c_2x_3)-c_1c_2x_3y_3 = 0. \qquad (22)$$

Умовою стійкості системи є нерівності

$$S = a_1+a_2+2(b_1x_3+b_2y_3)+c_1y_3+c_2x_3 < 0;$$
$$D = (a_1+2b_1x_3+c_1y_3)(a_2+2b_2y_3+c_2x_3)-c_1c_2x_3y_3 > 0. \qquad (23)$$

Приклад дослідження стійкості економічної системи. Як приклад розглянемо конкуренцію двох брендів, які співіснують в одній маркетинговій ніші – компаній Coca-Cola та Pepsi-Cola. Для адекватного використання моделі (4) два конкуруючі економічні об'єкти необхідно підбирати таким чином, щоб вони покривали практично весь відповідний сегмент товарного ринку, тобто, щоб не було інших, відповідних їм по потужності конкурентів. Для визначення коефіцієнтів системи (4) використаємо статистичні дані, надані міжнародними аналітичними агентствами Interbrand та Millward Brown Optimor [7] щодо вартості брендів названих компаній (табл. 1).

Таблиця 1 – Вартість брендів компаній Coca-Cola та Pepsi-Cola ($ млрд.)

	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013
Coca-Cola	72.54	68.95	69.64	70.45	67.39	67.53	41.41	44.13	58.21	67.63	67.98	73.75	74.29	78.42
Pepsi-Cola	6.64	6.21	6.39	11.78	12.07	12.40	11.48	11.76	15.40	15.00	12.75	12.93	12.60	12.03

Для визначення коефіцієнтів системи (4) застосуємо звичайний метод найменших квадратів [8]. У результаті отримаємо дві такі системи рівнянь

$$\begin{aligned} &a_1\sum x^2+b_1\sum x^3+c_1\sum x^2y=\sum xdx; \\ &a_1\sum x^3+b_1\sum x^4+c_1\sum x^3y=\sum x^2dx; \\ &a_1\sum x^2y+b_1\sum x^3y+c_1\sum x^2y^2=\sum xydx. \end{aligned} \tag{24}$$

$$\begin{aligned} &a_2\sum y^2+b_2\sum y^3+c_2\sum y^2x=\sum ydy; \\ &a_2\sum y^3+b_2\sum y^4+c_2\sum y^3x=\sum y^2dy; \\ &a_2\sum y^2x+b_2\sum y^3x+c_2\sum y^2x^2=\sum yxdy. \end{aligned} \tag{25}$$

Тут x позначає вартість бренду Coca-Cola, y – вартість бренду Pepsi-Cola. Розв'язавши ці системи рівнянь, отримаємо математичну модель взаємодії двох брендів у такому вигляді

$$\begin{cases} dx/dt=0.3910x-0.0062x^2+0.0053xy; \\ dy/dt=1.2188y-0.0714y^2-0.0044xy. \end{cases} \tag{26}$$

Розв'язування кожної з систем (24) - (25) по суті є ідентичним до побудови рівняння трьохфакторної лінійної регресії. Дослідження із застосуванням критерію R^2 та критерію Фішера показали, що отримані регресійні рівняння є адекватними до наведених даних. Дослідження знаків отриманих рівнянь показує, що обидва рівняння відповідають закону росту Ферхюльста (ріст із насиченням). Різні знаки коефіцієнтів c_1 і c_2 означають, що ми спостерігаємо конкурентну боротьбу типу "хижак-жертва".

Перейдемо до дослідження стійкості цієї системи. Нагадаємо, що умови стійкості для характеристичного рівняння (16) мають вигляд

$$S<0;\ D>0. \tag{27}$$

Розглянемо нульову стаціонарну точку $M_0(0,0)$. Ця точка відповідає нульовим значенням оцінки вартості бренду обох компаній і не представляє практичного інтересу. Згідно з (17) маємо

$$S=a_1+a_2=1.61>0; \quad D=a_1a_2=0.48>0. \tag{28}$$

Перша умова стійкості (27) не виконується, система є нестійкою.

Розглянемо першу стаціонарну точку $M_1(0,17.08)$. Ця точка відповідає стану з нульовою оцінкою вартості першого бренду (Coca-Cola). Згідно з (19) маємо

$$S=-0.74<0; \quad D=-0.59<0. \tag{29}$$

Друга умова стійкості не виконується, система є нестійкою.

Розглянемо другу стаціонарну точку $M_2(62.64,\ 0)$. Ця точка відповідає стану з нульовою оцінкою вартості другого бренду (Pepsi-Cola). Згідно з (21) маємо

$$S=0.55>0; \quad D=-0.37<0. \tag{30}$$

Обидві умови стійкості не виконуються, система є нестійкою.

Розглянемо третю стаціонарну точку $M_3(20.16, -50.07)$. Через від'ємне значення другої координати стаціонарна точка не представляє практичного інтересу. Згідно з (23) маємо

$$S = 8.15 < 0; \quad D = -1.07 < 0. \tag{31}$$

Обидві умови стійкості не виконуються, система є нестійкою.

Отже, проведене нами дослідження показало, що жодна із виявлених стаціонарних точок системи не є стійкою. Це означає нестійку поведінку системи в цілому. Фазова траєкторія системи представлена на рис. 1.

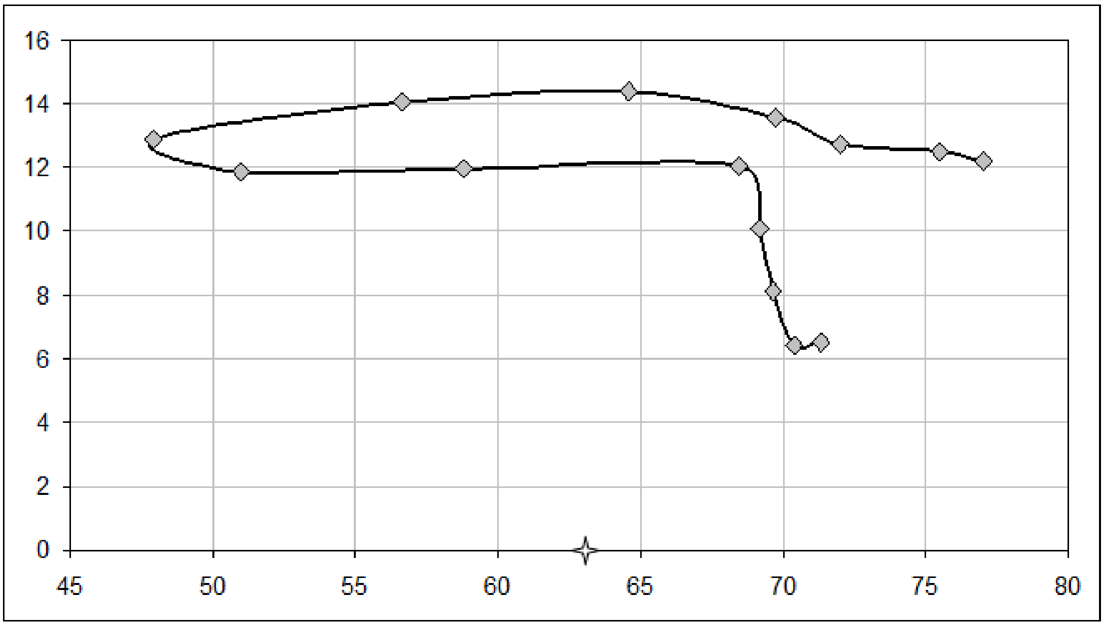

Рис. 1. Фазова траєкторія конкуруючої системи "Coca-Cola" – "Pepsi-Cola "
Зірочка зображає стаціонарну точку

ВИСНОВКИ

У роботі викладена методика єдиного підходу до дослідження стійкості бінарних економічних систем, які перебувають в умовах конкуренції. Встановлена кількість стаціонарних станів системи (чотири) та визначені координати стаціонарних точок. Отримані результати дозволяють зробити висновок щодо нестійкої динаміки досліджуваної системи. Причинами нестійкої динаміки можуть бути і економічні фактори, і неповнота запропонованої нами моделі. Запропонований підхід можна застосувати до більш складних систем, які містять більше двох взаємодіючих суб'єктів. Але необхідними умовами даного підходу є такі:

– включені до системи суб'єкти в сукупності повинні охоплювати більшу частину відповідного сегменту ринку;
– обсяг статистичних даних повинен бути достатнім для адекватного оцінювання коефіцієнтів моделі.

ЛІТЕРАТУРА

1. Бусленко Н. П. Моделирование сложных систем / Н. П. Бусленко. — М. : Наука, 1968. — 356 с.
2. Математика и кибернетика в экономике : словарь-справочник. — М. : Экономика, 1975. — 699 с.
3. Економічна енциклопедія : у 3-х т. / [редкол. : С. В. Мочерний (відп. ред.) та ін.]. — К. : Вид. центр "Академія", 2002. — Т. 3. — 952 с.
4. Ляпунов А. М. Общая задача об устойчивости движения / А. М. Ляпунов. — Москва ; Ленинград : Гостехиздат, 1950. — 472 с.
5. Вольтерра В. Математическая теория борьбы за существование / В. Вольтерра : пер.с франц. — М. : Наука, 1976. — 285 с.

6. Ляшенко І. М. Основи математичного моделювання економічних, екологічних та соціальних процесів / І. М. Ляшенко, М. В. Коробова, А. М. Столяр. — Тернопіль : Навчальна книга-Богдан, 2006. — 304 с.

7. BrandZ Top 100 Rises 7 Percent With Growth Across Categories [Електронний ресурс]. — Режим доступу : http://www.millwardbrown.com/brandz/Top_100_Global_Brands.aspx.

8. Наконечний С. І. Економетрія : підруч. / С. І. Наконечний, Т. О. Терещенко, Т. П. Романюк. — [3-є вид. доп. та перероб.]. — К. : КНЕУ, 2004. — 520 с.

REFERENCES

1. Buslenko, N.P. (1968), *Modelirovaniye slozhnyh system* [Modeling of complex systems], Nauka, Moscow, Russia.

2. (1975), *Matematika i kibernetika v ekonomike. Slovar-spravochnik* [Mathematics and Cybernetics in the economy. Dictionary Directory], Economika, Moscow, Russia.

3. (2002), *Ekonomichna encyclopedia*. *T. 3.* [Economic Encyclopedia. Vol. 3], [redkol. : S.V. Mocherniy (vidp. red.) ta in.], Vydavnychyy centr "Академіа", Kyiv, Ukraine.

4. Lyapunov, A.M. (1950), *Obshchaya zadacha ob ustoychivosti dvizheniya* [The general problem of stability of motion], Gostekhizdat, Moscow, Leningrad, Russia.

5. Volterra, V. (1976), *Matematicheskaya teoriya borby za sushchestvovaniye* [The mathematical theory of the struggle for existence], Translated by Bondarenko, O.N., Nauka, Moscow, Russia.

6. Ljashenko, I.M., Korobova, M.V. and Stoliar, A.M. (2006), *Osnovy matematychnoho modeliuvannia ekonomichnyh, ekolohichnyh ta social'nyh procesiv* [Basics of mathematical modeling of economic, environmental and social processes], Educational book – Bohdan, Ternopil', Ukraine.

7. Millwardbrown / "BrandZ Top 100 Rises 7 Percent With Growth Across Categories electronic resource" : available at: www.millwardbrown.com/brandz/Top_100_Global_Brands.aspx (access February 10, 2014).

8. Nakonechniy, S.I., Tereshchenko, T.A. and Romaniuk, T.P. (2004), *Ekonometriya: pidruchnik* [Econometrics: textbook], 3-e vid., dop. та pererob., KNEU, Kyiv, Ukraine.

УДК 33.330.46

МЕТОДОЛОГІЯ ФОРМУВАННЯ КОМПОЗИЦІЙНИХ ІНДИКАТОРІВ

Черняк О.І., д.е.н., професор, Шумаєва М.І., здобувач

Київський національний університет імені Тараса Шевченка
Україна, 01601, м. Київ, вул. Володимирська, 64/13

chernyak@univ.kiev.ua, marina.netesina@gmail.com

«All models are
wrong but some are useful»

George E.P. Box

Становлення інформаційного суспільства справляє різний вплив на формування взаємовідносин між різними групами осіб з огляду на новітні технології обміну інформацією, застосуванням Інтернет-технологій та телекомунікаційного зв'язку. Актуальність дослідження зумовлена формуванням нового вектора розбудови інформаційного суспільства, зростанням рівня інформатизації різних сфер людської діяльності. Аналіз оцінки стану інформатизації країн базується на системі статистичних показників (композиційних індикаторів), що характеризують стан і тенденції розвитку інформаційного суспільства. Композиційні індикатори дають змогу інтегрувати великі обсяги статистичної інформації в легко зрозумілий формат для подальшої оцінки. Для формування композиційного індикатора визначають набір суб-індикаторів, які характеризують систему з максимально можливою повнотою. Швидкий розвиток інформаційно-комунікаційних технологій є причиною для формування нових методологій оцінки розвитку інформаційного суспільства. У статті визначено основні підходи та методи для побудови