

УДК 331.556:311.21(477.64)

## СОЦИОДИНАМІЧНА ЕКОНОМІКО-МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ДОСЛІДЖЕННЯ КОМПЛЕКСНИХ МІГРАЦІЙНИХ ФЕНОМЕНІВ

Пожуєва І.С., к.т.н., доцент, Коротунова О.В., к.т.н., доцент,  
Левицька Т.І., к.т.н., доцент

*Запорізький національний технічний університет  
Україна, 69063, м. Запоріжжя, вул. Жуковського, 64*

Bis\_iren@mail.ru, evkor@yandex.ru, tigr\_lev@ukr.net

Представлена робота являє собою дослідження, в якому моделюється науково обґрунтований гіпотетичний міграційний процес та на його основі розроблена методика регулювання міграційного процесу взагалі. Вивчення міграції населення має важливе теоретичне та практичне значення. З практичної точки зору дослідження міграційних процесів вкрай необхідне для підвищення наукового рівня планів і проектів розвитку окремих регіонів, зокрема при прогнозуванні виробничих галузей та їх обслуговуванні. Запропоновано соціодинамічну економіко-математичну модель дослідження комплексних міграційних феноменів взаємодіючих субпопуляцій між різними регіонами. Використовуються методи логічного, статистичного, порівняльного, імовірнісного, кореляційно-регресійного та інтелектуального аналізу. Тобто була використана система методів, яка об'єднує соціальні, економічні та математичні методології. У статті розроблено математичну модель, яка описує різноманітні соціальні процеси. Упорядкований аналітичний блок побудованої моделі дозволив розрахувати параметри структурованого міграційного процесу у часі і просторі. Процедура моделювання складається з трьох етапів. На першому з них визначаються змінні, що описують стан соціальної системи. На другому етапі вводяться елементарні динамічні процеси. Результати цих двох етапів дозволяють перейти до виведення основного рівняння, що описує еволюцію ключових змінних. Побудована економіко-математична модель динаміки міграційних процесів, яка надає рівняння еволюції функції розподілу ймовірностей соціоконфігурації між двома регіонами та двома взаємодіючими субпопуляціями (чоловіків та жінок), розраховані основні показники міграції, побудовано графіки еволюції міграційного процесу та стаціонарний розподіл ймовірностей розселення. Розглянуто різноманітні сценарії та їх інтерпретації.

*Ключові слова: міграційні процеси, економіко-математичне моделювання, інтенсивність переходу, конфігурації населення, функція корисності популяції, динамічна модель.*

Пожуева И.С., Коротунова Е.В., Левицкая Т.И. СОЦИОДИНАМИЧЕСКАЯ ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ИССЛЕДОВАНИЯ КОМПЛЕКСНЫХ МИГРАЦИОННЫХ ФЕНОМЕНОВ / *Запорожский национальный технический университет, Украина*

Представленная работа является исследованием, в котором моделируется научно обоснованный гипотетический миграционный процесс и на его основе разработана методика регулирования миграционного процесса в целом. Изучение миграции населения имеет важное теоретическое и практическое значение. С практической точки зрения исследования миграционных процессов крайне необходимо для повышения научного уровня планов и проектов развития отдельных регионов, в частности при прогнозировании производственных отраслей и их обслуживании. Предложена социодинамическая экономико-математическая модель исследования комплексных миграционных феноменов взаимодействующих субпопуляций между разными регионами. Используются методы логического, статистического, сравнительного, вероятностного, корреляционно-регрессионного и интеллектуального анализа. То есть была использована система методов, которая объединяет социальные, экономические и математические методологии. В данной статье разработана математическая модель, которая описывает различные социальные процессы. Упорядоченный аналитический блок построенной модели позволил рассчитать параметры структурированного миграционного процесса во времени и пространстве. Процедура моделирования состоит из трех этапов. На первом из них определяются переменные, описывающие состояние социальной системы. На втором этапе вводятся элементарные динамические процессы. Результаты этих двух этапов позволяют перейти к выводу основного уравнения, описывающего эволюцию ключевых переменных. Построена экономико-математическая модель динамики миграционных процессов, которая предоставляет уравнение эволюции функции распределения вероятностей социоконфигурации между двумя регионами и двумя взаимодействующими субпопуляциями (мужчинами и женщинами), рассчитаны основные

показатели миграции, построены графики эволюции миграционного процесса и стационарное распределение вероятностей расселения. Рассмотрены различные сценарии и их интерпретации.

*Ключевые слова:* миграционные процессы, экономико-математическое моделирование, интенсивность перехода, конфигурации населения, функция полезности популяции, динамическая модель.

Pozhuyeva I.S., Korotunova E.V., Levitskaya T.I. THE SOCIADYNAMIC ECONOMIC MATHEMATICAL MODEL OF RESEARCH COMPLEX MIGRATORY PHENOMENS / *Zaporizhzhya National Technical University, Ukraine*

The presented work is research, where an attempt is made to model a scientifically reasonable hypothetical migratory process and on its basis to work out the methodology of adjusting of migratory process in general. The study of migration has important theoretical and practical significance. From a practical point of view the study of migration processes is essential to improve the scientific level of development plans and projects of individual regions, in particular in predicting manufacturing industries and their service. Sociodynamic economic-mathematical model of research of the complex migratory phenomena of interactive subpopulations between different regions has been offered. Methods of logical, statistical, comparative, probabilistic, correlation regressive and intellectual analysis are used. That is the system of methods was used that unites social, economic and mathematical methodologies. This paper proposes a mathematical model that describes the different social processes. Ordered analytical unit constructed model allowed to calculate the parameters of a structured migration process in time and space. The modeling procedure consists of three steps. The first of these defines the variables that describe the state of the social system. In the second phase entered elementary dynamic processes. The results of these two steps allow you to jump to the conclusion that the basic equation describing the evolution of the key variables. The economic mathematical model of dynamics of migratory processes, that gives equalization of evolution of function of probability of sociaconfiguration distribution between two regions and two interactive subpopulations (by men and women) has been built, calculate the main indicators of migration, the graphs of the evolution of the migration process and the stationary probability distribution of settlement. Different scenarios and their interpretation.

*Key words:* migration processes, economic mathematical design, intensity of transition, configuration of population, function of utility of population, dynamic model.

## ПОСТАНОВКА ПРОБЛЕМИ

Вивчення міграції населення має важливе теоретичне та практичне значення. Виявлення закономірностей і особливостей міграцій дозволяє доповнити систему теоретичних знань цієї галузі, моделей, концепцій тощо. З практичної точки зору дослідження міграційних процесів вкрай необхідне для підвищення наукового рівня планів і проектів розвитку окремих регіонів, зокрема при прогнозуванні виробничих галузей та їх обслуговуванні.

Міграція населення також суттєво впливає на формування і функціонування людського капіталу, людських ресурсів регіону, а через них на всі суцільні аспекти його життєдіяльності. Саме тому значної уваги набуває дослідження міграційних процесів прибуття і вибуття населення у ретроспективі та й на близьку перспективу. Особливо актуальним є виявлення закономірностей розподілу прибулих і вибулих за статеві-віковим, освітнім, професійно-кваліфікаційним складом, ретроспективний та ситуаційний аналіз кожної з цих груп, варіантне прогнозування з метою розробки ефективної міграційної політики та підготовки відповідних розділів програми соціально-економічного розвитку регіону. Однак ефективна діяльність у цьому напрямку можлива лише в рамках добре розробленої теорії міграції.

## АНАЛІЗ ОСТАННІХ ДОСЛІДЖЕНЬ І ПУБЛІКАЦІЙ

Існує ряд міграційних теорій та наукових підходів – таких, як неокласичні макро- та мікрорівневі теорії, теорії «нової економічної міграції» та «подвійної трудової ринкової теорії», теорія «світової системи», теорія «сукупної причинної обумовленості» та інші, які розглядалися Г. Г. Малинецьким, Н. В. Мелиховою, Г. П. Кожевниковою, Л. Л. Рибаківським [1-2]. Теоретичні дослідження в галузі міграції на теперішній час здійснюють різні методи: філософського, соціологічного та загальнонаукового аналізу; метод узагальнення; системний метод; метод аналогій; анкетування; динамічний метод;

графічний; табличний; картографічний; статистичний; імовірнісний. У цьому проблемно-тематичному напрямі ведуться перспективні дослідження, публікується немало цікавих наукових робіт: Меліхова Н. В. «Використання програм статистичного аналізу для дослідження демографічної ситуації у регіоні», Сергеева Л. Н. «Моделювання структури економічних систем і процесів», Черняк О. І. «Оптимальне проведення соціально-економічних вибірових обстежень із подвійним відбором» та ін. [3]. Отже, на сучасному етапі існує безліч різних теорій, що дозволяють вивчати економічні процеси в цілому та міграційні процеси зокрема. Проте аналіз розроблених до теперішнього часу моделей показав, що вони враховують незначну кількість чинників, комплексний вплив чинників не враховується.

### ФОРМУЛЮВАННЯ ЦІЛЕЙ

Метою цього дослідження є виявлення закономірностей формування та розвитку міграційних процесів у регіонах країни; побудова, розвиток та удосконалення моделей аналізу і прогнозування міграційних процесів; статистичний аналіз процесу міграції.

### ВИКЛАД ОСНОВНОГО МАТЕРІАЛУ ДОСЛІДЖЕННЯ

У цій статті запропоновано загальну динамічну математичну модель, яка описує різноманітні соціальні процеси. Упорядкований аналітичний блок побудованої моделі дозволив розрахувати параметри структурованого міграційного процесу в часі і просторі. Процедура моделювання складається з трьох етапів. На першому з них визначаються змінні, що описують стан соціальної системи. На другому етапі вводяться елементарні динамічні процеси. Результати цих двох етапів дозволяють перейти до виведення основного рівняння, що описує еволюцію ключових змінних.

Перший крок. Припустимо, що існує  $p$  різних субпопуляцій  $P^\alpha$  – різних культур етнічного або соціального походження. Позначимо через  $n_i^\alpha$  – кількість членів субпопуляції  $P^\alpha$ , що проживають у регіоні  $i$  (усього  $C$  регіонів). Тоді вектор

$$n = \{n_1^1, \dots, n_C^1; \dots; n_1^\alpha, \dots, n_i^\alpha, \dots, n_C^\alpha; \dots; n_1^p, \dots, n_C^p\} \quad (1)$$

характеризує соціоконфігурацію і являє собою набір макрозмінних моделі. Вони задовольняють умовам:

$$N^\alpha = \sum_{i=1}^C n_i^\alpha, \quad N_i = \sum_{\alpha=1}^p n_i^\alpha, \quad N = \sum_{\alpha=1}^p N^\alpha = \sum_{i=1}^C N_i, \quad (2)$$

де  $N^\alpha$  – кількість членів у субпопуляції  $P^\alpha$ ,

$N_i$  – кількість усіх жителів регіону,

$N$  – кількість членів всієї популяції.

Другий крок. Елементарний міграційний процес складається з міграції одного індивіда субпопуляції  $P^\alpha$  з регіону  $i$  в регіон  $j$ . Цей елементарний міграційний процес веде до елементарного переходу:

$$n \Rightarrow n_{ji}^a = \{n_1^1, \dots, n_C^1; \dots; n_1^\alpha, \dots, (n_j^\alpha + 1), \dots, (n_i^\alpha - 1), \dots, n_C^\alpha; \dots; n_1^p, \dots, n_C^p\} \quad (3)$$

Інтенсивності переходу, що характеризують перехід з  $n$  в  $n_{ji}^a$  і назад з  $n_{ji}^a$  в  $n$ , мають вигляд:

$$\begin{aligned} \omega_{ji}^a(n_{ji}^a, n; \kappa^a) &= n_i^a v_{ji}^a(n_{ji}^a, n; \kappa^a) \exp\{u_j^a(n_{ji}^a; \kappa^a) - u_i^a(n; \kappa^a)\} \\ \omega_{ij}^a(n, n_{ji}^a; \kappa^a) &= (n_j^a + 1) v_{ij}^a(n, n_{ji}^a; \kappa^a) \exp\{u_i^a(n; \kappa^a) - u_j^a(n_{ji}^a; \kappa^a)\} \end{aligned} \quad (4)$$

У цих виразах  $v_{ij}^a(n, n_{ji}^a; \kappa^a)$  можуть бути інтерпретовані як мобільність людей з  $P^a$  під час переходу з регіону  $i$  в  $j$ , і  $u_i^a(n; \kappa^a)$  може бути інтерпретовано як корисність (або привабливість), яку представник  $P^a$  знаходить в мешканні в регіоні  $i$ . Індивіди, що належать до групи  $P^a$ , характеризуються набором параметрів трендів –  $\kappa^a = (\kappa^{a1}, \dots, \kappa^{ap})$ . Ці параметри зазвичай розглядаються як константи, тому що вони належать до біографічних, генетичних та культурних витоків, що визначають групу  $P^a$ . Важливим є соціально пояснюваний вибір функцій корисності  $u_i^a$ . Вони повинні охоплювати оцінку регіону  $i$  членами популяції  $P^a$  відносно його екзогенних і ендегенних якостей. Простою нетривіальною формою, що задовольняє цим вимогам, є:

$$u_i^a(n; \kappa^a) = \frac{1}{2} \left( \delta_i^a + \sum_{\beta=1}^p \kappa^{a\beta} n_i^\beta \right) \quad (5)$$

Тут  $\delta_i^a$  – характеристика регіону  $i$  членами  $P^a$ , яка не залежить від складу населення в регіоні  $i$ . Другий член у правій частині рівняння характеризує оцінку регіону  $i$  членами  $P^a$  відносно складу населення. Доданки з  $\beta = a$  і  $\kappa^{aa} > 0$  описують агломераційну тенденцію усередині популяції  $P^a$ , тому що  $u_i^a$  зростає, якщо параметр  $\kappa^{aa}$  і чисельність  $n_i^a$  збільшуються. Доданки  $\kappa^{a\beta} n_i^\beta$  для  $\beta \neq a$  описують ефект агломераційних тенденцій (для  $\kappa^{a\beta} > 0$ ) або тенденцій (для  $\kappa^{a\beta} < 0$ ) сегрегацій популяції  $P^a$  відносно популяції  $P^\beta$ . Для позитивного параметра тренду  $\kappa^{a\beta}$  корисність регіону  $u_i^a$ , з точки зору членів  $P^a$ , збільшується із збільшенням чисельності  $n_i^\beta$ . Якщо параметр тренду  $\kappa^{a\beta}$  – негативний, то корисність зменшується. Зрозуміло, що значення параметрів тренду  $\kappa^{a\beta}$  відображають культурну і соціально-економічну близькість або дистанцію між субпопуляціями  $P^a$  і  $P^\beta$  в тій мірі, в якій вони визначають інтенсивність бажань членів  $P^a$  жити разом з членами  $P^\beta$  (якщо  $\kappa^{a\beta} > 0$ ) або жити окремо від членів  $P^\beta$  (якщо  $\kappa^{a\beta} < 0$ ).

Третій крок. Використовуємо модифікацію основного рівняння для функції розподілу ймовірності, яка ненегативна і нормована. Рівняння еволюції функції розподілу ймовірності соціоконфігурації представимо у вигляді:

$$\frac{dP(n;t)}{dt} = \sum_{i,j,a} \left\{ \omega_{ij}^a(n_{ji}^a) P(n_{ji}^a; t) - \omega_{ji}^a(n) P(n;t) \right\} \quad (6)$$

З основного рівняння можуть бути отримані рівняння середніх, які визначаються таким чином:

$$\bar{n}_i^a(t) = \sum_n n_i^a P(n;t) \quad (7)$$

Якщо для кожної точки в конфігураційному просторі виробляти усереднювання по напрямках та швидкостях, то побудована таким чином траєкторія описуватиме еволюцію величин названих квазісередніми. Квазісередні величини  $\hat{n}$  – визначають середню траєкторію для кожної точки конфігураційного простору. Зауважимо, що динаміка квазісередніх описується тими ж рівняннями, що й динаміка середніх. Але тоді як для останніх ці рівняння наближені, для квазісередніх вони – точні. Рівняння середніх та квазісередніх мають вигляд:

$$\frac{d\bar{n}_i^a(t)}{dt} = \sum_j \overline{\omega_{ij}^a(n)} - \sum_j \overline{\omega_{ji}^a(n)}, \quad \frac{d\hat{n}_i^a(t)}{dt} = \sum_j \omega_{ij}^a(\hat{n}) - \sum_j \omega_{ji}^a(\hat{n}). \quad (8)$$

Отримані рівняння (6), (7) і (8) описують загальну модель міжрегіональної міграції.

Як приклад було розглянуто моделювання міграції двох взаємодіючих субпопуляцій між двома регіонами, а саме міграцію чоловічого і жіночого населення між Київською областю та іншими регіонами України. Отже, соціоконфігурація складається лише з чотирьох цілих чисел:

$$n = \{n_1^\mu, n_2^\mu; n_1^v, n_2^v\} \quad (9)$$

де коефіцієнт: 1 – Київ, 2 – інші регіони,  $\mu$  – чоловіче населення,  $v$  – жіноче населення.

При цьому чисельність чоловічого населення всієї України:  $2M = n_1^\mu + n_2^\mu$ , чисельність

жіночого населення всієї України:  $2N = n_1^v + n_2^v$ ,  $m = \frac{n_1^\mu - n_2^\mu}{2}$  ( $-M \leq m \leq +M$ ),

$$n = \frac{n_1^v - n_2^v}{2} \quad (-N \leq n \leq +N).$$

Функції корисності запишуться так:

$$u_1^\mu(n_1^\mu; n_1^v) = \frac{1}{2}(\delta_1^\mu + \kappa^{\mu\mu}n_1^\mu + \kappa^{\mu v}n_1^v) \quad u_2^\mu(n_2^\mu; n_2^v) = \frac{1}{2}(\delta_2^\mu + \kappa^{\mu\mu}n_2^\mu + \kappa^{\mu v}n_2^v) \quad (10)$$

$$u_1^v(n_1^v; n_1^\mu) = \frac{1}{2}(\delta_1^v + \kappa^{v\mu}n_1^\mu + \kappa^{vv}n_1^v) \quad u_2^v(n_2^v; n_2^\mu) = \frac{1}{2}(\delta_2^v + \kappa^{v\mu}n_2^\mu + \kappa^{vv}n_2^v)$$

У формулах (10) важливу роль відіграє підбір величин  $\delta_i^\alpha$  і  $\kappa^{\alpha\beta}$ . У роботі вони були розглянуті у вигляді функцій. Для визначення  $\delta_i^\alpha$  кожного регіону було проаналізовано статистичні дані за багатьма критеріями – рівень злочинності, середня заробітна плата, рівень чистоти довкілля, прямі іноземні інвестиції та ін. Для параметрів трендів  $\kappa^{\alpha\beta}$  з використанням статистичних даних [4] було побудовано графіки, де вісь абсцис набуває значень кількості відповідно до чоловічого або жіночого населення в регіоні  $i$  в процентному співвідношенні до загальної кількості населення даного регіону, а потім виявлено такі аналітичні залежності:

$$\kappa^{\mu\mu} = -5,8(n_i^{\mu*})^3 + 8,2(n_i^{\mu*})^2 - 4,4n_i^{\mu*} + 1 \quad (11)$$

$$\kappa^{vv} = -4,7(n_i^{v*})^3 + 6,8(n_i^{v*})^2 - 4,2n_i^{v*} + 1$$

$$\kappa^{v\mu} = 4,6(n_i^{\mu*})^3 - 6,8(n_i^{\mu*})^2 + 4,3n_i^{\mu*} + 1$$

$$\kappa^{\mu v} = 6,7(n_i^{v*})^3 - 9(n_i^{v*})^2 + 4,4n_i^{v*} - 1,$$

$$\text{де } n_i^{v*} = \frac{n_i^v}{n_i^v + n_i^\mu}, \quad n_i^{\mu*} = \frac{n_i^\mu}{n_i^v + n_i^\mu}.$$

Інтенсивності переходу в розглянутому випадку набувають такого вигляду:

$$\omega_\uparrow^\mu(m, n) = v_\mu(M - m) \exp\{\Delta u^\mu(m, n)\} \quad \omega_\downarrow^\mu(m, n) = v_\mu(M + m) \exp\{-\Delta u^\mu(m, n)\} \quad (12)$$

$$\omega_\uparrow^v(m, n) = v_v(M - m) \exp\{\Delta u^v(m, n)\} \quad \omega_\downarrow^v(m, n) = v_v(M + m) \exp\{-\Delta u^v(m, n)\},$$

де  $\Delta u^\mu(m, n) = (\delta^\mu + \kappa^{\mu\mu}m + \kappa^{\mu v}n)$ ,  $\Delta u^v(m, n) = (\delta^v + \kappa^{v\mu}m + \kappa^{vv}n)$ ,

$$\delta^a = \frac{1}{2}(\delta_1^a - \delta_2^a), \quad v_a = \tilde{v}_a \exp\left\{\frac{1}{2}\kappa^{aa}\right\}.$$

Основне рівняння:

$$\begin{aligned} \frac{dP(m,n;t)}{dt} = & \left\{ \omega_{\uparrow}^{\mu}(m,n) + \omega_{\downarrow}^{\mu}(m,n) + \omega_{\uparrow}^{\nu}(m,n) + \omega_{\downarrow}^{\nu}(m,n) \right\} P(m,n;t) + \\ & + \left\{ \omega_{\uparrow}^{\mu}(m-1,n)P(m-1,n;t) + \omega_{\downarrow}^{\mu}(m+1,n)P(m,n+1;t) + \right. \\ & \left. + \omega_{\uparrow}^{\nu}(m,n-1)P(m,n-1;t) + \omega_{\downarrow}^{\nu}(m,n+1)P(m,n+1;t) \right\}. \end{aligned} \quad (13)$$

При певних властивостях інтенсивностей переходу (12) стаціонарний розв'язок  $P_{st}(m,n)$  рівняння (13) задовольняє умовам «детального балансу». Зміст «детального балансу» полягає в тому, що в стаціонарному стані потоки ймовірностей в  $i$  з конфігурації  $(m,n)$  рівні. У цьому випадку можливо побудувати точний стаціонарний розв'язок –  $P_{st}(m,n)$  основного рівняння:

$$P_{st}(m,n) = \prod_{b=0}^{n-1} \frac{\omega_{\uparrow}^{\nu}(m,b)}{\omega_{\downarrow}^{\nu}(m,b+1)} * \prod_{a=0}^{m-1} \frac{\omega_{\uparrow}^{\mu}(a,0)}{\omega_{\downarrow}^{\mu}(a+1,0)} * P_{st}(0,0), \quad (14)$$

де  $P_{st}(0,0)$  визначається з умов нормування:  $\sum_{m=-M}^{+M} \sum_{n=-N}^{+N} P_{st}(m,n) = 1$ .

Далі необхідно перейти до безрозмірних величин:  $x = \frac{m}{M}$ ,  $y = \frac{n}{N}$ . Тоді рівняння квазісередніх набувають такого вигляду:

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= 2v_{\mu} \left( sh(\kappa^{\mu\mu}x + \kappa^{\mu\nu}y) - xch(\kappa^{\mu\mu}x + \kappa^{\mu\nu}y) \right), \\ \frac{dy}{dt} &= 2v_{\nu} \left( sh(\kappa^{\nu\nu}x + \kappa^{\nu\mu}y) - ych(\kappa^{\nu\nu}x + \kappa^{\nu\mu}y) \right). \end{aligned} \quad (15)$$

Для подальшої оцінки та інтерпретації моделі було розглянуто найпростіший випадок, коли  $(x,y)=(0,0)$  є стаціонарною точкою рівнянь (15) (тобто регіони мають однакові характеристики  $\kappa^{\nu\nu} = \kappa^{\mu\mu} = \kappa$ ,  $v_{\nu} = v_{\mu} = v$ ). Для цього випадку було розглянуто різні сценарії моделі, для яких було знайдено аналітичний та графічний розв'язок рівняння (13).

Сценарій 1:  $\kappa^{\mu\mu} = \kappa^{\nu\nu} = \kappa = 0,2$ ,  $\kappa^{\mu\nu} = \kappa^{\nu\mu} = -\sigma = -0,5$ ,  $(\kappa-1) = -0,8 < 0$ ,  $\bar{\rho} = \bar{\sigma}^2 = 0,25 < (\kappa-1)^2 = 0,64$ .

У цьому випадку стаціонарна точка стійка – власні значення розв'язку диференціальних рівнянь (15) дійсні. Стаціонарна точка  $(0,0)$  описує однорідне змішування обох популяцій  $P_{\mu}$  і  $P_{\nu}$  у двох регіонах. Усі траєкторії сходяться до цієї точки.

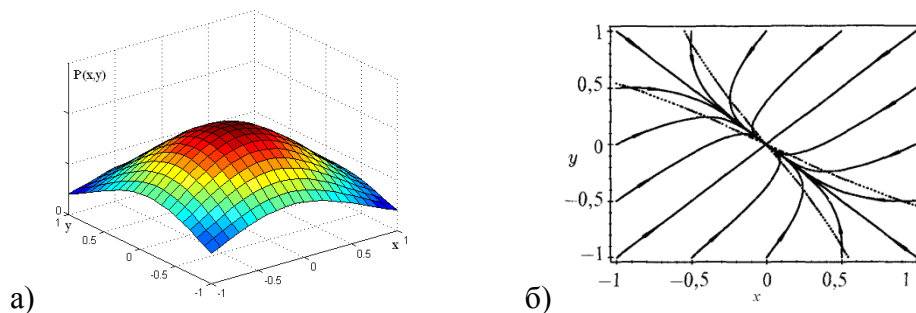


Рис. 1 а) стаціонарний розподіл ймовірностей;  
б) рівняння квазісередніх для першого сценарію

Сценарій 2:  $\kappa^{\mu\mu} = \kappa^{\nu\nu} = \bar{\kappa} = 0,5$ ,  $\kappa^{\mu\nu} = \kappa^{\nu\mu} = -\sigma = -1$ ,  $(\bar{\kappa}-1) = -0,5 < 0$ ,  $\bar{\rho} = \bar{\sigma}^2 = 0,25 < (\bar{\kappa}-1)^2 = 0,64$ .

У цьому випадку стаціонарна точка нестійка, власні значення розв'язку диференціальних рівнянь (15) – дійсні. Популяції зосереджуються біля стаціонарних точок з максимальною ймовірністю. Точка однорідного популяційного змішування має низьку ймовірність. Рівняння квазісередніх мають два стабільні стаціонарні положення у II, IV квадранті.

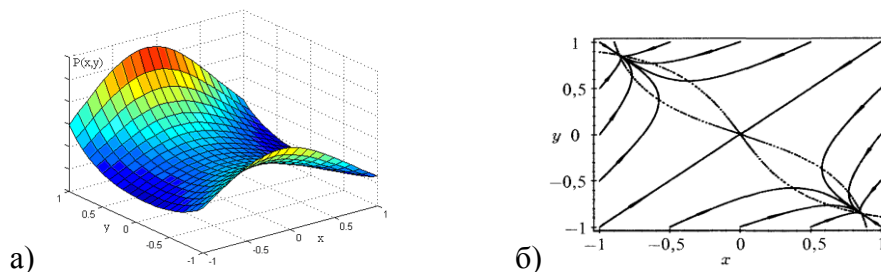


Рис. 2 а) стаціонарний розподіл ймовірностей;  
б) рівняння квазісередніх для другого сценарію

Сценарій 3:  $\kappa^{\mu\mu} = \kappa^{\nu\nu} = \bar{\kappa} = 0,5$ ,  $\kappa^{\mu\nu} = -\kappa^{\nu\mu} = -\sigma = 1$ ,  $(\bar{\kappa}-1) = -0,5 < 0$ ,  $\bar{\rho} = \bar{\sigma}^2 = -1 < (\bar{\kappa}-1)^2 = 0,25$ .

Стаціонарна точка (0;0) стійка, власні значення розв'язку диференціальних рівнянь (15) – комплексні. Цей сценарій відображає унімодальний стаціонарний розподіл ймовірностей з коливаннями біля стабільної точки (0;0). Сильна асиметрична ( $\kappa^{\mu\nu} = -\kappa^{\nu\mu}$ ) взаємодія між популяціями  $P_\mu$  і  $P_\nu$  означає, що популяція  $P_\mu$  намагається жити окремо від популяції  $P_\nu$ , у той час як  $P_\nu$  намагається жити разом з популяцією  $P_\mu$ .

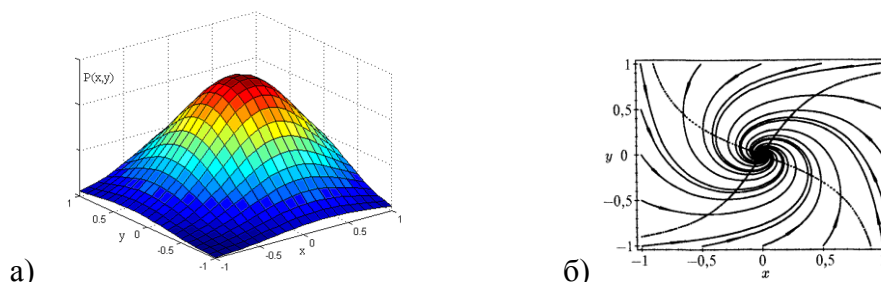


Рис. 3 а) стаціонарний розподіл ймовірностей;  
б) рівняння квазісередніх для третього сценарію

Сценарій 4:  $\kappa^{\mu\mu} = \kappa^{\nu\nu} = \bar{\kappa} = 1,2$ ,  $\kappa^{\mu\nu} = -\kappa^{\nu\mu} = \sigma = 1$ ,  $(\bar{\kappa}-1) = 0,2 > 0$ ,  $\bar{\rho} = -\bar{\sigma}^2 = -1 < (\bar{\kappa}-1)^2 = 0,04$ .

Стаціонарна точка – не стабільна, власні значення – комплексні. Стаціонарний розподіл ймовірностей має точки максимуму у всіх чотирьох квадрантах. Розв'язок рівнянь квазісередніх, характеризує міграційний процес, що не буде завершений, і навпаки, наближається до граничного циклу.

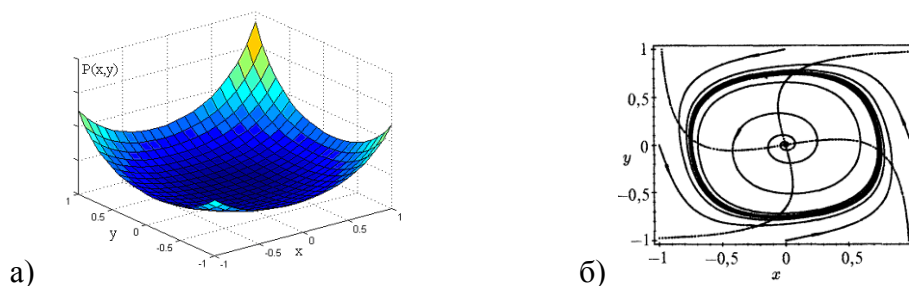


Рис. 4 а) стаціонарний розподіл ймовірностей;  
б) рівняння квазісередніх для четвертого сценарію

Далі було розглянуто модель для задачі розселення населення між Київською областю та усіма іншими за даними статистики на 2012 рік [4]. Процентне співвідношення складає для Київського регіону 51,3% чоловічого та 48,7% жіночого населення, для інших областей 46,7% чоловічого та 53,3% жіночого населення. Таким чином, чоловіче населення Київського регіону складає 9,39% чоловічого населення України, а жіноче – 8,9%. Коефіцієнти привабливості регіону та мобільності було отримано зі статистичними даними по Київській області та усіх інших областей (як середнє), та після нормування набули таких значень:

$$\delta_1^v = \delta_1^\mu = 0,6, \quad \delta_2^v = \delta_2^\mu = 0,4, \quad v_v = 0,4, \quad v_\mu = 0,5.$$

На відміну від розглянутих сценаріїв, де усі тренди були сталими величинами, ми вважаємо їх функціями, та розрахунки проводимо за формулами (11).

Розподіл ймовірностей було розраховано за формулою (13) та обчислено систему квазісередніх. Отримано чисельні розв'язки за допомогою програми Mathcad, за якими знайдено стаціонарну точку з координатами (-0,32; -0,28), тобто 16% усього чоловічого та 14% усього жіночого населення України буде мешкати у Київській області, тобто маємо модель першого сценарію. Далі для наочності побудовано розподіл ймовірностей (рис. 5а), з якого можемо бачити тенденцію до міграції в Київський регіон з інших регіонів України, а також, що міграція чоловічого населення відбувається швидше, ніж жіночого. На рис. 5б побудовано графік динаміки системи квазісередніх, на якому бачимо наявність стаціонарної точки, до якої збігається міграційний процес.

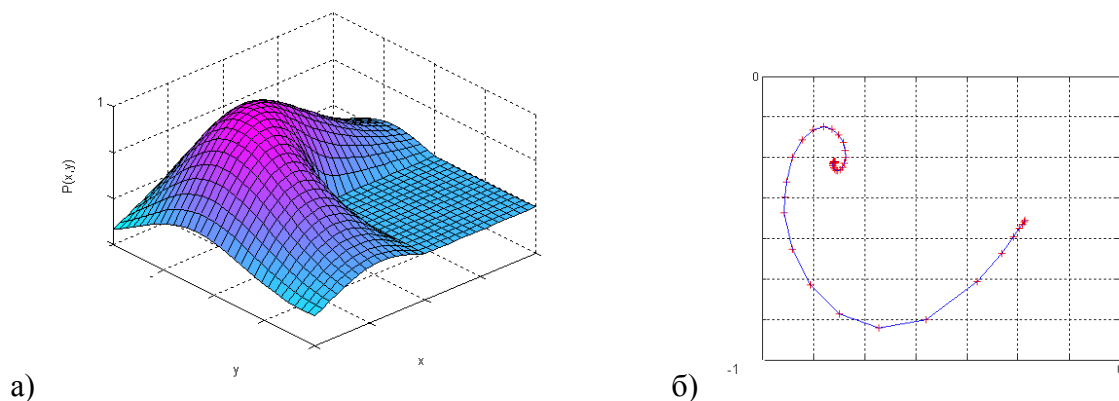


Рис. 5 а) стаціонарний розподіл ймовірностей;  
б) динаміка квазісередніх

## ВИСНОВКИ

1. Регулювання міграційних процесів неможливе без одночасного застосування різноманітних методів дослідження. Їх узгоджене функціонування можливе в рамках загальної моделі міграційного процесу регіонів, яка в роботі була побудована за допомогою економічних, математичних та статистичних методів і забезпечила одержання результатів.
2. Побудовано загальну динамічну модель процесів соціальних структур, яка включає такі етапи: перший – визначаються змінні, які описують стан соціальної системи; другий – вводяться динамічні процеси; третій – виводиться основне динамічне рівняння, що описує еволюцію ключових змінних. На основі загальної моделі побудовано динамічну модель міграційних процесів регіонів для різних груп населення. Тобто запропонована модель дозволяє включити у розгляд як механічний рух, так і переходи між соціальними групами.



3. Проведено аналіз міграційних процесів між двома регіонами двох взаємодіючих популяцій – чоловіків та жінок. Підібрано функції корисності регіону на основі статистичних даних. Побудовано графіки еволюції міграційного процесу та стаціонарний розподіл ймовірностей розселення. Розглянуто різноманітні сценарії та їх інтерпретації.

4. Розрахунки, які було проведено в роботі, базуються на дійсних даних, що відносяться до сучасного демографічного стану України та ілюструють застосування запропонованих моделей для прогнозу розвитку демографічної ситуації. Підхід, запропонований у даній роботі, забезпечує наукову обґрунтованість оцінок впливу міграції населення на регіон та умови для прийняття регулятивних рішень.

#### ЛІТЕРАТУРА

1. Моисеенко В. М. Миграция населения как объект комплексного исследования / В. М. Моисеенко // Народонаселение: современное состояние и перспективы развития научного знания. — М. : МГУ, 1997. — С. 23—30.
2. Октябрьский П. Я. Статистика : учеб. / П. Я. Октябрьский. — М. : ТК Велби Проспект, 2005. — 328 с.
3. Сергеева Л. Н. Нелинейная экономика: модели и методы / Л. Н. Сергеева. — Запорожье : Полиграф, 2003. — 218 с.
4. Статистика України : наук.-інформ. журн. / за ред. О. О. Васечко. — К. : Державний комітет статистики України ; НДІ статистики Держкомстату України, 2010—2012.

#### REFERENCES

1. Moiseenko, V.M. (1997), "Migration of the population as an object of a comprehensive study", *Narodonaselenie: sovremennoe sostojanie i perspektivy razvitija nauchnogo znaniya*, Moscow, MGU, pp. 23-30.
2. Oktyabrskiy, P.Ya. (2005), *Statistika* [Statistics], TK Velbi Prospekt, Moscow, Russia.
3. Sergeeva, L.N. (2003), *Nelinejnaja jekonomika: modeli i metody* [Nonlinear economy: models and methods], Poligraf, Zaporozhye, Ukraine.
4. Statistics of Ukraine: science-inform. journal (2010-2012), Reigning komitet statistics of Ukraine, NDI Derzhkomstat statistics of Ukraine, O.O.Vasechko (eds.), Kyiv, Ukraine.