

ВИЗУАЛИЗАЦИЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ДИСКРЕТНЫХ ДАННЫХ

Мухин В. В., к. т. н., доцент, Чопоров С. В., к. т. н., доцент

Запорожский национальный университет

В работе предлагаются алгоритмы визуализации свойств сеточно-заданных поверхностей. Предложенные алгоритмы позволяют визуализировать такие свойства поверхностей как форма и фронт волны за малое машинное время с максимальной точностью, что достигается использованием формул численного дифференцирования.

Ключевые слова: сетка, функция, дифференциальная характеристика, форма, фронт волны.

Мухін В. В., Чопоров С. В. ВИЗУАЛІЗАЦІЯ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ ХАРАКТЕРИСТИК ДИСКРЕТНИХ ДАНИХ / Запорізький національний університет, Україна

У запропонованій роботі розглядаються алгоритми візуалізації властивостей поверхонь, що задані сіткою. Розглянуті алгоритми дозволяють візуалізувати такі властивості поверхонь як форма й фронт хвилі за малий машинний час з максимальною точністю, що досягається використанням формул чисельного диференціювання.

Ключові слова: сітка, функція, диференційна характеристика, форма, фронт хвилі.

Mukhin V. V., Choporov S. V. DIFFERENTIAL PROPERTIES VISUALIZATION OF MESH-DEFINED DATA / Zaporizhzhya National University, Ukraine

This article describes the problem of computer modeling complex geometrical objects. Authors consider discrete models (meshes) of geometrical objects and propose new approaches for surface differential properties visualization. These discrete models can be obtained by topographical or radar scanning of a surface (e.g., surface of a planet).

Authors propose differential properties called the form and the front of a wave for a mesh-defined surface visualization in the first section of the article.

The form in same point is an angle between a surface gradient and Ox axe vector. The form property visualizes a break of a surface. The form is equal zero in extreme points of a surface.

The front of a wave in some point is an angle between normal vector of a surface and Oz axe vector. The front of a wave visualizes character of surface curvature.

Authors propose algorithm for mesh-defined surfaces differential properties visualization. Described algorithm based on the form and the front of a wave. It uses halftone images for visualization. Described algorithms have polynomial complexity.

The last section of the article shows some examples of mesh-defined surface properties visualization. These examples visualize the form of a surface using R-function values in nodes of a mesh.

Keywords: mesh, function, differential characteristic, the form, the front of the wave.

ПОСТАНОВКА ПРОБЛЕМЫ

В настоящее время компьютерное моделирование объектов и процессов реального мира занимает ведущее место в научных и инженерных исследованиях. Одной из наиболее актуальных здесь проблем является проблема определения различных механических характеристик объектов или конструкций. Для решения возникающих при этом дифференциальных уравнений на практике часто используются различные численные методы, основанные на идее перехода от непрерывного представления объекта к его дискретной модели.

При решении прикладных задач механики, дистанционном исследовании поверхностей, разработке геоинформационных систем возникает необходимость визуализации больших массивов данных. Графические методы используются в задачах кластеризации для выявления закономерностей, характерных для массивов данных [1-3]. На базе различных типов графиков производится анализ психофизических [4] и финансовых [5] данных. Методы визуализации активно используются для выявления закономерностей и аномалий в больших объемах экспериментальной информации [6].

В работе для визуального исследования данных предлагается использовать такие ее проявления, как форма и фронт волны [7-10]. Алгоритмы, предложенные в работах [7-10], предполагают, что визуализируемая функция в области визуализации является непрерывной явно заданной функцией. Однако применение предложенных алгоритмов для дискретных данных (характерных для экспериментов) вызывает затруднение. Решению данной проблемы посвящена предложенная работа.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ФОРМЫ И ФРОНТА ВОЛНЫ

Привязка градации тона к направлению проекции вектора нормали на плоскость xOy позволяет упростить восприятие направления склонов поверхности, активизируя при этом точки, в которых это

направление отсутствует [7]. Такими точками являются экстремальные точки, в которых касательная плоскость параллельна горизонту, а проекция вектора нормали на плоскость xOy равна 0. Такой подход позволяет выделить характер изломов поверхности, поэтому определен как «форма» [7]. Форма определяется углом между градиентом функции и положительным направлением оси Ox (угол α на рисунке 1).

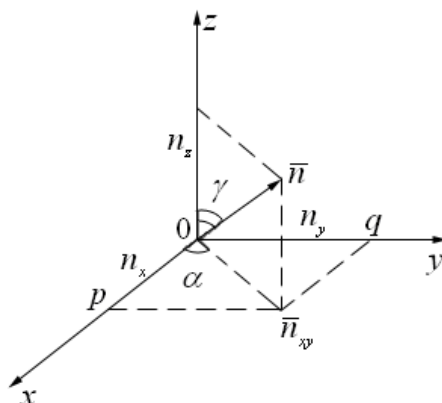


Рис. 1. Углы, определяющие форму и фронт волны

Второе свойство характеризует определение отклонения нормали от выбранного направления и активизирует восприятие изменения характера поверхности, пренебрегая характером излома [7]. В этом случае оно определено как «фронт волны» [7]. Фронт волны определяется как угол между нормалью и осью Oz (угол γ на рисунке 1).

Нормаль к поверхности $F(x, y, z) = 0$ в точке $M(x_m, y_m, z_m)$ представляется уравнениями [8]:

$$\frac{X - x_m}{\left. \frac{\partial F}{\partial x} \right|_M} = \frac{Y - y_m}{\left. \frac{\partial F}{\partial y} \right|_M} = \frac{Z - z_m}{\left. \frac{\partial F}{\partial z} \right|_M}. \quad (1)$$

В частности, если поверхность задана уравнением $z = f(x, y)$, то уравнения нормали имеют вид:

$$\frac{X - x_m}{p} = \frac{Y - y_m}{q} = \frac{Z - z_m}{-1},$$

или в параметрической форме:

$$\begin{cases} X = pt + x_m, \\ Y = qt + y_m, \\ Z = (-1)t + z_m, \end{cases} \quad (2)$$

$$\text{где } p = \left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_M \quad \text{и} \quad q = \left. \frac{\partial f}{\partial y} \right|_M.$$

Из уравнения (2) можно получить длины проекций вектора нормали при $t = 1$ на оси координат:

$$\begin{aligned} n_x &= \left| \left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_M \right|, \\ n_y &= \left| \left. \frac{\partial f}{\partial y} \right|_M \right|, \\ n_z &= 1. \end{aligned} \quad (3)$$

Рассматривая на рис. 1 соответствующие треугольники, найдем углы α и γ , учитывая четверти, в которых они располагаются.

Угол α . Пусть $\alpha = 0$ при одновременном выполнении равенств $n_x = 0$ и $n_y = 0$ (т.е. нормаль

проецируется в точку). Также будем считать, что при $n_x = 0$ и $n_y \neq 0$ $\arctg \frac{n_y}{n_x} = \frac{\pi}{2}$.

1. $p > 0$ и $q \geq 0$ (первая четверть): $\alpha = \arctg \frac{n_y}{n_x}$.
2. $p < 0$ и $q \geq 0$ (вторая четверть): $\alpha = \pi - \arctg \frac{n_y}{n_x}$.
3. $p < 0$ и $q < 0$ (третья четверть): $\alpha = -\pi + \arctg \frac{n_y}{n_x}$.
4. $p > 0$ и $q < 0$ (четвертая четверть): $\alpha = -\arctg \frac{n_y}{n_x}$.

Угол γ . Косинус γ является направляющим косинусом для вектора-нормали, его найдем по формуле:

$$\cos \gamma = \frac{-1}{n_x^2 + n_y^2 + 1} \Rightarrow \gamma = \arccos \left(\frac{-1}{n_x^2 + n_y^2 + 1} \right). \quad (4)$$

АЛГОРИТМ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК

Для определения частных производных используем формулы соответствующих разностных производных. Пусть функция $f(x, y)$ задана в следующем виде:

$$\begin{aligned} z_{i,j} &= f(x_i, y_j), \\ x_i &= a_x + ih_x, \quad i = 0, 1, \dots, n, \\ y_j &= a_y + jh_y, \quad j = 0, 1, \dots, m, \\ h_x &= \frac{b_x - a_x}{n}, \quad a_x < b_x, \\ h_y &= \frac{b_y - a_y}{m}, \quad a_y < b_y, \end{aligned} \quad (5)$$

где a_x, b_x, a_y, b_y – соответственно, ограничивают область задания функции, n – количество отрезков разбиения вдоль оси Ox , m – количество отрезков разбиения вдоль оси Oy , h_x – шаг по оси Ox , h_y – шаг по оси Oy . Тогда выражения частных производных будут иметь вид [11]:

$$z'_x|_{0,j} = \frac{z_{1,j} - z_{0,j}}{h_x}, \quad j = 0, 1, \dots, m, \quad (6)$$

$$z'_x|_{n,j} = \frac{z_{n,j} - z_{n-1,j}}{h_x}, \quad j = 0, 1, \dots, m, \quad (7)$$

$$z'_x|_{i,j} = \frac{z_{i+1,j} - z_{i-1,j}}{2h_x}, \quad i = 1, 2, \dots, n-1, \quad j = 0, 1, \dots, m, \quad (8)$$

$$z'_y|_{i,0} = \frac{z_{i,1} - z_{i,0}}{h_y}, \quad i = 0, 1, \dots, n, \quad (9)$$

$$z'_y|_{i,m} = \frac{z_{i,m} - z_{i,m-1}}{h_y}, \quad i = 0, 1, \dots, n, \quad (10)$$

$$z'_y|_{i,j} = \frac{z_{i,j+1} - z_{i,j-1}}{2h_y}, \quad i = 0, 1, \dots, n, \quad j = 1, 2, \dots, m-1. \quad (11)$$

Учитывая изложенное выше, составим алгоритмы построения дифференциальных характеристик поверхностей. Предположим, что сеточная функция z_{ij} полностью определена согласно формулам (5).

Тогда для визуализации рассмотренных свойств поверхности можно использовать блок-схему, приведенную на рис. 2.

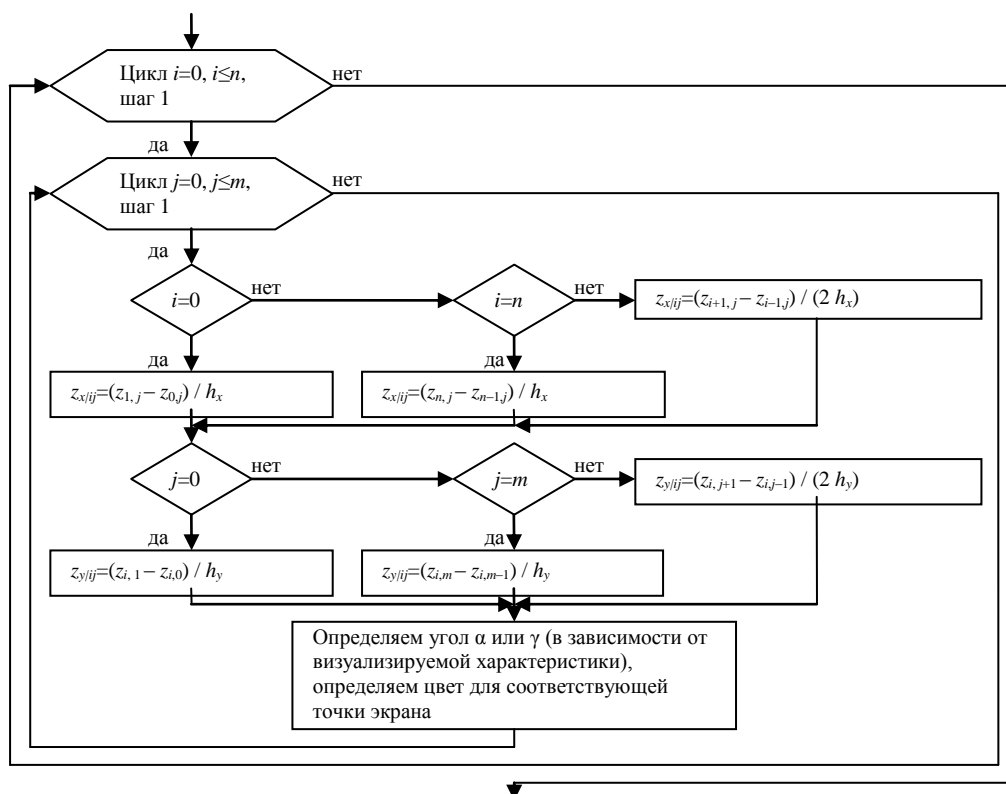
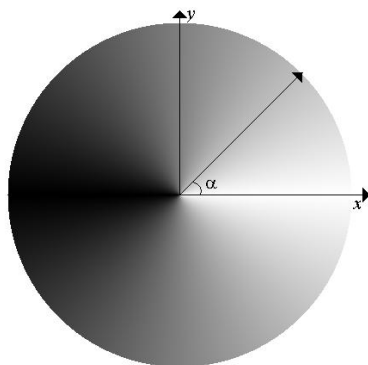


Рис. 2. Блок-схема алгоритма определения характеристик

Интенсивность окраски поверхности в зависимости от угла α определяем по формуле:

$$Color = 255 - \left\lfloor \frac{255 \cdot \alpha}{\pi} \right\rfloor. \quad (12)$$

Таким образом, распределение градации тона от белого к черному цвету равномерно изменяется при изменении угла α от 0° до 180° , затем, наоборот, от 180° до 360° градусов происходит падение тона до белого [7] (рис. 3).

Рис. 3. Интенсивность окраски поверхности в зависимости от угла α

Такая организация окраски позволяет имитировать привычное для глаза освещение поверхности, но вид поверхности отличен от обычного, поскольку отображает лишь параметр формы [7].

Чтобы определить характер образа наклона нормали воспользуемся тем же законом освещенности [7]. Формула (12) принимает вид:

$$Color = \left\lfloor 255 - \frac{255 \cdot \gamma}{\frac{\pi}{2}} \right\rfloor. \quad (13)$$

В зависимости от угла наклона полученного градиента распределение градации тона будем изменять при значении γ от 0° до 90° градусов соответственно от белого к черному цвету, затем, наоборот, от 90° до 180° градусов происходит падение тона до белого [7] (рисунок 4).

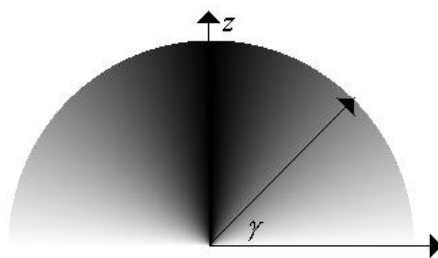


Рис. 4. Интенсивность окраски поверхности в зависимости от угла γ

Предложенный подход может быть использован также для неструктурированных сеток (путем интерполяции значений на элементе). Некоторые результаты применения такого подхода для визуализации формы дискретных моделей сложных геометрических областей, в узлах которых заданы значения соответствующей аналитической модели (при помощи R-функций [12-13]), приведены на рис. 5.

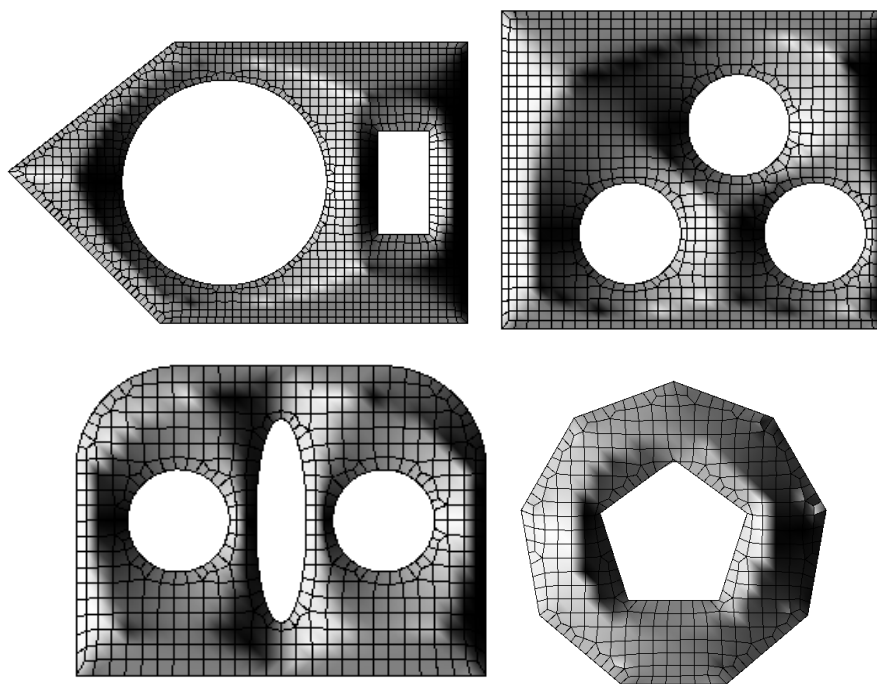


Рис. 5. Некоторые результаты применения предложенного подхода

ВЫВОДЫ

Таким образом, горизонтальная плоскость касания в точке исследуемой поверхности принимает максимальную световую интенсивность освещения, а при вертикальной плоскости касания исследуемой поверхности световая интенсивность снижается до нуля.

Предложенные алгоритмы позволяют построить дифференциальные характеристики поверхностей заданных сеточно, что позволяет их применять для визуализации задач механики и физики. Так же достоинство предложенного подхода – это низкая вычислительная сложность, которая очевидно будет оцениваться полиномом второй степени.

При явном задании функции, зная размеры раstra изображения, можно оптимально выбрать количество отрезков разбиения вдоль соответствующих осей и получить, таким образом, максимально подробное изображение.

Недостатком предложенной схемы является наличие погрешности при ее использовании. Погрешность построения будет эквивалентна погрешности разностных схем, использованных при определении значений частных производных. Погрешность разностных формул (6)-(11) составляет $O(h^2)$ [5].

ЛИТЕРАТУРА

1. Дюк В. А. Информационные технологии в медико-биологических исследованиях / В. А. Дюк, В. Эммануэль. — СПб : Питер, 2003. — 528 с.

2. Марухина О. В. Технологии визуализации результатов экспериментальных исследований / О. В. Марухина, О. Г. Берестнева, В. А. Воловоденко, К. А. Шаропин // Информационные и математические технологии в науке и управлении. — Ч. 3. — Иркутск, 2010. — С. 165-171.
3. Попечителей Е. П. Анализ числовых таблиц в биотехнических системах обработки экспериментальных данных / Е. П. Попечителей. — Л. : Наука, 1985. — 148 с.
4. Шаропин К. А. Визуализация результатов экспериментальных исследований / К. А. Шаропин, О. Г. Берестнева, Г. И. Шкатова // Известия Томского политехнического университета. — 2010. — Т. 316. — № 5. — С. 172-176.
5. Wong D. M. The Wall Street Journal Guide to Information Graphics: The Dos and Don'ts of Presenting Data, Facts, and Figures / Dona M. Wong. — New York : W.W. Norton & Company, 2010. — 160 p.
6. Берестнева О. Г. Визуализация экспериментальных многомерных данных на основе обобщенных графических образов / О. Г. Берестнева, В. А. Воловоденко, К. А. Шаропин, О. М. Гергет // Вестник науки Сибири. — 2011. — № 1(1). — С. 363-369.
7. Толок А. В. Модель геометрической поддержки для описания формы поверхности / А. В. Толок, В. В. Мухин // Сборник научных трудов, посвященных 10-летию университета. Математика. Физика. — Запорожье : Запорожский государственный университет, 1995. — С. 86-91.
8. Толок А. В. Алгоритм итерационного уточнения области исследования поверхности / А. В. Толок, В. В. Мухин // Вісник Запорізького державного університету. — 1998. — № 2. — С. 90-97.
9. Толок А. В. Исследование функции одной переменной с помощью графических образов / А. В. Толок, В. В. Мухин // Вісник Запорізького державного університету. — 1999. — № 1. — С. 108-112.
10. Толок А. В. Рекурсивный алгоритм разбиения области с дополнительными параметрами уточнения / А. В. Толок, В. В. Мухин // Вестник Херсонского государственного университета. — 2003. — № 3(19). — С. 312-314.
11. Самарский А. А. Введение в численные методы / А. А. Самарский. — М. : Наука, 1987. — 288 с.
12. Рвачев В. Л. Теория R-функций и некоторые ее приложения / В. Л. Рвачев. — К. : Наукова думка, 1982. — 552 с.
13. Рвачев В. Л. Введение в теорию R-функций / В. Л. Рвачев, Т. И. Шейко // Проблемы машиностроения. — 2001. — Т. 4, № 1-2. — С. 46-58.

УДК 004.9

ИНФОРМАЦИОННАЯ ТЕХНОЛОГИЯ ВИЗУАЛИЗАЦИИ ПОВЕРХНОСТИ ФУНКЦИЙ ДВУХ ПЕРЕМЕННЫХ

Науменко Д. А., бакалавр, Кондратьева Н. А., к. ф.-м. н., доцент, Мухин В. В., к. т. н., доцент,
Леонтьева В. В., к. ф.-м. н., доцент

Запорожский национальный университет

В статье приведён способ организации графической информации, который даёт возможность выделить особые точки и линии изгибов поверхности. Разработана реализация алгоритма уточнения рассматриваемой области для исследования поверхности.

Ключевые слова: функция двух переменных, графическая информация, программа на C++, особые точки поверхности, линии изгибов поверхности.

Науменко Д. А., Кондрат'єва Н. А., Мухін В. В., Леонтьєва В. В. ІНФОРМАЦІЙНА ТЕХНОЛОГІЯ
ВІЗУАЛІЗАЦІЇ ПОВЕРХНІ ФУНКЦІЙ ДВОХ ЗМІННИХ / Запорізький національний університет, Україна

У статті наведено спосіб організації графічної інформації, який дає можливість виділити особливі точки та лінії вигинів поверхні. Розроблена реалізація алгоритму уточнення розглянутої області для дослідження поверхні.

Ключові слова: функція двох змінних, графічна інформація, програма на C++, особливі точки поверхні, лінії вигинів поверхні.