отклонений / В. В. Романюк // Вестник Донецкого национального университета. Серия А. Естественные науки. — 2013. — № 2. — С. 176 — 182.

14. Romanuke V. V. Selection of quasiequiprobable distribution from continuum of optimal strategies to the generalized strictly formulated problem of removing single-parameter four-model uncertainty within assuredly minimized deviation approach / V. V. Romanuke // Вісник Запорізького національного університету : Збірник наукових праць. Фізико-математичні науки. — Запоріжжя : Запорізький національний університет, 2013. — № 1. — С. 93 — 110.
15. Ding J. Parameter identification of multi-input, single-output systems based on FIR models and least squares principle / J. Ding, F. Ding, S. Zhang // Applied Mathematics and Computation. — 2008. — Volume 197, Issue 1. — P. 297 — 305.
16. Liu Y. Multi-innovation stochastic gradient algorithm for multiple-input single-output systems using the auxiliary model / Y. Liu, Y. Xiao, X. Zhao // Applied Mathematics and Computation. — 2009. — Volume 215, Issue 4. — P. 1477 — 1483.
17. Xiang L. Hierarchical least squares algorithms for single-input multiple-output systems based on the auxiliary model / L. Xiang, L. Xie, Y. Liao, R. Ding // Mathematical and Computer Modelling. — 2010. — Volume 52, Issues 5 — 6. — P. 918 — 924.
18. Han Z. Real time prediction for converter gas tank levels based on multi-output least square support vector regressor / Z. Han, Y. Liu, J. Zhao, W. Wang // Control Engineering Practice. — 2012. — Volume 20, Issue 12. — P. 1400 — 1409.
19. Klemelä J. Lower bounds for the asymptotic minimax risk with spherical data / J. Klemelä // Journal of Statistical Planning and Inference. — 2003. — Volume 113, Issue 1. — P. 113 — 136.
20. Saha B. N. Image thresholding by variational minimax optimization / B. N. Saha, N. Ray // Pattern Recognition. — 2009. — Volume 42, Issue 5. — P. 843 — 856.

УДК 519.17

ПРО ФИБОНАЧЧИ ГРАЦИОЗНОСТЬ ГРАФОВ ЦИКЛИЧЕСКОЙ СТРУКТУРЫ

[1]Семенюта М. Ф., к. ф.-м. н., доцент, [2]Петренюк Д. А., к. ф.-м. н.

[1]Кировоградская летная академия национального авиационного университета

[2]Институт кибернетики имени В.М. Глушкова НАН Украины

В статье проведено исследование структуры графов, не допускающих Фибоначчи грациозную разметку. Доказана теорема, исключающая определенный класс графов, из списка Фибоначчи грациозных графов. Получены результаты относительно Фибоначчи грациозности графа nC_m.

Ключевые слова: разметка графа, Фибоначчи грациозная разметка, Фибоначчи грациозный граф.

[1]Семенюта М. Ф., [2]Петренюк Д. А. ПРО ФІБОНАЧЧІ ГРАЦІОЗНІСТЬ ГРАФІВ ЦИКЛІЧНОЇ СТРУКТУРИ / [1]Кіровоградська льотна академія національного авіаційного університету, [2]Інститут кібернетики імені В.М. Глушкова НАН України, Україна

В статті проведено дослідження структури графів, що не допускають Фібоначчі граціозну розмітку. Доведена теорема, яка виключає певний клас графів зі списку Фібоначчі граціозних графів. Одержано результати відносно Фібоначчі граціозності графа nC_m.

Ключові слова: розмітка графа, Фібоначчі граціозна розмітка, Фібоначчі граціозний граф.

[1]Semenyuta M., [2]Petreniuk D. ON FIBONACCI GRACEFULNESS OF GRAPHS / [1]Kirovograd Flight Academy of National Aviation University, [2]Institute of Cybernetics named V.M. Glushkov of national Academy of Sciences of Ukraine

Relevancy of the subject is indicated in the paper, and some special cases of the general Fibonacci graceful graphs characterization problem are considered. In 1967 Alexander Rosa introduced β-labeling (which was later called gracious labeling) in connection with graph decomposition theory. The case when edge labeling of graph is a bijection from the edge set to the first q numbers of an arbitrary progression $\{a_i\}$, is a natural development of the graph gracefulness concept. The first instance when Fibonacci numbers were used as $\{a_i\}$ progression took place in 1983, but the papers showing the main results on the subject have been published in recent 8 years. In the present study unsolved problems are indicated by analyzing the papers. The purpose of this study is to investigate the structure of graphs that do not admit Fibonacci graceful labeling, and also to study Fibonacci gracefulness of graphs that contain cycles of certain length.

Finite undirected graphs without loops and multiple edges are considered. The notions of composition, Cartesian product, and n-dimensional cube are used according to F. Harary. Function f is called Fibonacci graceful labeling of graph $G=(V,E)$ with q edges, if f is injection from $V(G)$ to the set $\{0,1,2,3,4,...,F_q\}$, where F_q is the q-th Fibonacci number in the progression $F_1=1$, $F_2=1$, $F_3=2$, $F_4=3$, …, $F_q=F_{q-2}+F_{q-1}$, and the edge labeling $f^*(u,v)=|f(u)-f(v)|$ induced by f, is a bijection from $E(G)$ to $\{F_1,F_2,...,F_q\}$. Some theoretical results obtained by Bange D. W. and Barkauskas A. E. are used.

The structure of graphs that restrict the class of Fibonacci graceful graphs is studied. It's proved that if every edge of graph $G=(V,E)$ belongs to any two simple cycles of length more than 2 which do not have any other common elements besides this edge, than the graph G is not Fibonacci graceful. It is also proved that for any natural numbers $m\ge 3$ and $n\ge 3$ the graphs $C_m\times C_n$, $C_m[C_n]$, $P_m[P_n]$, $C_m[P_n]$, $P_m[C_n]$, and n-Dimensional cube Q_n are not Fibonacci graceful.

The problem of Fibonacci gracefulness is solved for some cyclical constructions, namely for the graph obtained by connecting vertices of C_{3m} to a vertex of C_{3n} using a path P_k; We consider this problem for graphs nC_m and prove the following: 1) graph nC_3 is a Fibonacci graceful graph for any natural n; 2) graphs nC_4 (for any natural n) and nC_5 (for any natural $n\ge 2$) do not admit Fibonacci graceful labeling. For nC_4 and nC_5 the proof is obtained using the rule of contraries. To prove Fibonacci gracefulness of nC_3 an algorithm has been designed to construct the corresponding labeling. Using of the algorithm is illustrated for $4C_3$ and $5C_3$.

Classes of graphs that do not admit Fibonacci graceful labeling are found in the study. A method is proposed to construct Fibonacci graceful labeling for graph nC_3, which can be used in further theoretical studies as well as in development of Fibonacci graceful labeling constructive enumeration algorithms for certain classes of graphs.

Key words: graph labeling, Fibonacci graceful labeling, Fibonacci graceful graph.

ВВЕДЕНИЕ. ПОСТАНОВКА ПРОБЛЕМЫ

В 1967 году в связи с исследованиями в теории разложений графов Александр Роса впервые ввел понятие β-разметки, которая позднее была названа грациозной разметкой. В дальнейшем она нашла применение при кодировании радарных импульсов и кодировании при наведении ракет; в рентгеновской кристаллографии; создании макетов антенн в радиоастрономии; в гидролокации. Задачи проектирования коммуникационных сетей и другие практические задачи, связанные с грациозной разметкой, приведены в [1].

Пусть граф $G=(V,E)$ является конечным, неориентированным графом без кратных ребер и петель, и имеет множество вершин $V(G)$ и множество ребер $E(G)$. Если не указана мощность этих множеств, то будем считать $|V(G)|=p$, $|E(G)|=q$. Граф $G=(V,E)$ является грациозным, если существует разметка f его вершин различными целыми числами из множества $\{0,1,2,\ldots,q\}$, порождающая разметку ребер $f^*(u,v)=|f(u)-f(v)|$, где u, v – вершины графа G, при этом f^* – биекция из E на $\{1,2,\ldots,q\}$. Естественным продолжением идеи грациозности графа $G=(V,E)$ представляется случай, когда разметка ребер – это биекция из множества ребер в первые q чисел произвольной последовательности $\{a_i\}$. В статье [2] последовательность $\{a_i\}$ состоит из чисел Фибоначчи. Мы используем определение Фибоначчи грациозной разметки, данное в [3]. Проблема характеристики всех Фибоначчи грациозных графов, сформулированная в статье [3], остается открытой в общем виде. В последующих публикациях исследования проводились для частных случаев. Например, авторами статьи [4] задача Фибоначчи грациозности решалась для графов, содержащих циклические конструкции. Они доказали, что граф, полученный соединением вершины цикла C_{3m} и вершины цикла C_{3n} цепью P_k, а также произвольное цепное объединение k копий цикла C_{3m} допускают Фибоначчи грациозную разметку. Сужением области значений меток вершин определена супер Фибоначчи грациозная разметка [5]. Таким образом, граф, обладающий супер Фибоначчи грациозной разметкой, является Фибоначчи грациозным. В [4] представлены следующие результаты, касающиеся супер Фибоначчи грациозной разметки: одноточечное объединение двух циклов C_{3m} и C_{3n}, а также одноточечное объединение k циклов C_n (где $n\equiv 0(\mathrm{mod}\,3)$) являются супер Фибоначчи грациозным графами. Авторами статьи [6] доказано, что графы $F_n\oplus K_{1,m}^{+}$, $C_n\oplus P_m$, $K_{1,n}\,\emptyset\,K_{1,2}$, $F_n\oplus P_m$, $C_n\oplus K_{1,m}$ допускают супер Фибоначчи грациозную разметку.

Эти же авторы в [7] доказали супер Фибоначчи грациозность таких специальных классов графов, как F_n^t – одноточечное объединение t копий вееров F_n при $n \geq 2$; C_n^t – одноточечное объединение t копий циклов длины n при $n \equiv 0(\mathrm{mod}\,3)$; $S_{m,n}^t$ – одноточечное объединение t копий графов $S_{m,n}$, где $S_{m,n}$ это звезда с m лучами, являющимися цепями длины n, при $n \equiv 1(\mathrm{mod}\,3)$; K_n при $n \leq 3$.

Цель данной работы: продолжить начатое в [3] исследование структуры графов, не допускающих Фибоначчи грациозную разметку, и изучение Фибоначчи грациозности графов, содержащих циклы определенной длины.

ПРЕДВАРИТЕЛЬНЫЕ СВЕДЕНИЯ

Среди разметок графов выделяют вершинные, реберные и тотальные. Понятие вершинной разметки включает три важные составляющие: множество, содержащее метки вершин; правило, по которому присваиваются значения меток каждому ребру и условия, которым эти значения должны удовлетворять. Фибоначчи грациозная разметка графа относится к вершинным разметкам.

Определение 1.1. [3] Функцию f называют Фибоначчи грациозной разметкой графа G с q ребрами, если f – инъекция из $V(G)$ в множество $\{0,1,2,3,4,\ldots,F_q\}$, где F_q – это q-тое число Фибоначчи в последовательности $F_1 = 1$, $F_2 = 1$, $F_3 = 2$, $F_4 = 3$, …, $F_q = F_{q-2} + F_{q-1}$, а индуцируемая ею реберная разметка $f^*(u,v) = |\, f(u) - f(v)|$ является биекцией из $E(G)$ на множество $\{F_1, F_2, \ldots, F_q\}$.

В 2006 году авторами работы [5] предложено аналогичное определение Фибоначчи грациозной разметки, с тем лишь отличием, что F_q – это q-тое число Фибоначчи в последовательности $F_1 = 1$, $F_2 = 2$, $F_3 = 3$, $F_4 = 5$, …, $F_q = F_{q-2} + F_{q-1}$. Это определение используется в статьях [4–7].

Граф, обладающий Фибоначчи грациозной разметкой, называется Фибоначчи грациозным графом.

Очевидно, для Фибоначчи грациозного графа размера q ребро с меткой F_q должно быть инцидентно вершинам с метками 0 и F_q. Кроме того, вершина, смежная с вершиной, имеющей метку 0, должна быть помечена числом Фибоначчи, а остальные вершины получают различные метки числами между 0 и F_q.

Для графов $G_1 = (V_1, E_1)$ и $G_2 = (V_2, E_2)$ введем понятия композиции (или, другими словами, понятие лексикографического произведения) и декартового произведения, используя терминологию Харари.

Граф $G = G_1[G_2]$ называется *композицией* графов G_1 и G_2 при условии, что он имеет множество вершин $V = V_1 \times V_2$, а множество ребер $E(G)$ определяется следующим образом: вершины $u = (u_1, u_2)$ и $v = (v_1, v_2)$ смежны в G тогда и только тогда, когда или $(u_1 v_1) \in E_1$, или $u_1 = v_1$ и $(u_2 v_2) \in E_2$.

Граф $G = G_1 \times G_2$ называется *декартовым произведением* графов G_1 и G_2 при условии, что он имеет множество вершин $V = V_1 \times V_2$, а множество ребер $E(G)$ определяется следующим образом: вершины $u = (u_1, u_2)$ и $v = (v_1, v_2)$ будут смежными в G тогда и только тогда, когда $u_1 = v_1$, $(u_2 v_2) \in E_2$, или $u_2 = v_2$, $(u_1 v_1) \in E_1$.

n-*Мерным* (*булевым*) *кубом* Q_n называется граф, у которого множество вершин – это множество всех n-компонентных бинарных векторов, и две вершины считаются смежными тогда и только тогда, когда соответствующие им векторы отличаются только в одной компоненте. n-Мерный куб Q_n можно определить рекурсивно: $Q_1 = K_2$ и $Q_n = K_2 \times Q_{n-1}$.

Если G – связный граф, то под nG подразумевается граф с n компонентами, каждая из которых изоморфна G.

Рассмотрим известные теоретические результаты, нашедшие применение в решении поставленных перед нами задач.

Теорема 1.1. [3] Пусть граф $G = (V, E)$ обладает Фибоначчи грациозной разметкой, и пусть C_i – цикл длины k в G. Тогда существует такая последовательность $\{\delta_{ij}\}_{j=1}^k$ с $\delta_{ij} = \pm 1$, для всех $j = 1, 2, \ldots, k$, что $\sum_{j=1}^{k} \delta_{ij} F_{ij} = 0$, где $\{F_{ij}\}_{j=1}^k$ – числа Фибоначчи для меток ребер в C_i.

Следствие 1.1. [3] Если граф $G=(V,E)$ имеет Фибоначчи грациозную разметку, тогда ребра его любого цикла длины 3 должны быть занумерованы тремя последовательными числами Фибоначчи (последовательности F_1, F_3, F_4 и F_2, F_3, F_4 эквивалентны).

Следствие 1.2. [3] Если граф $G=(V,E)$ имеет Фибоначчи грациозную разметку, тогда ребра его любого цикла длины 4 должны быть занумерованы последовательностью вида F_i, F_{i+1}, F_{i+3}, F_{i+4}.

Следствие 1.3. [3] Если граф $G=(V,E)$ имеет Фибоначчи грациозную разметку, тогда ребра его любого цикла длины 5 должны быть занумерованы последовательностью вида F_i, F_{i+1}, F_{i+3}, F_{i+5}, F_{i+6} или F_1, F_2, F_i, F_{i+1}, F_{i+2}.

Теорема 1.2. [3] Цикл C_n является Фибоначчи грациозным графом тогда и только тогда, когда $n\equiv 0(\mathrm{mod}\,3)$ или $n\equiv 2(\mathrm{mod}\,3)$.

Очевидно, приведенные выше теоремы и следствия верны в случае терминологии [5]. При этом учитываем, что последовательности F_1, F_3, F_4 и F_2, F_3, F_4 не эквивалентны, и в следствии 1.3 исключается последовательность F_1, F_2, F_i, F_{i+1}, F_{i+2}.

НЕКОТОРЫЕ КЛАССЫ ГРАФОВ ЦИКЛИЧЕСКОЙ СТРУКТУРЫ, НЕ ДОПУСКАЮЩИЕ ФИБОНАЧЧИ ГРАЦИОЗНОЙ РАЗМЕТКИ

Один из возможных способов охарактеризовать Фибоначчи грациозные графы – найти полный список графов такой, что граф G был бы Фибоначчи грациозным только при условии, если он не содержит подграфа, изоморфного одному из графов списка. Этот подход представляется сложным, так как грациозность – это глобальное, а не частное свойство. Тем не менее, следующая теорема и следствия из нее, ограничивают класс Фибоначчи грациозных графов.

Теорема 2.1. Если каждое ребро графа $G=(V,E)$ принадлежит любым двум простым циклам длины больше двух, не имеющих кроме этого ребра общих элементов, то граф G не является Фибоначчи грациозным.

Доказательство. Предположим, что граф $G=(V,E)$ допускает Фибоначчи грациозную разметку и $|E|=q$. Каждое ребро данного графа входит в два простых цикла, каждый из которых имеет длину больше двух. Пусть ребро $(x_k y_k)$ принадлежит циклу $C_i=(V_i,E_i)$ и циклу $C_j=(V_j,E_j)$, где $V_i\cap V_j=\{x_k,y_k\}$, $E_i\cap E_j=\{(x_k y_k)\}$. Не нарушая общности, будем считать, что F_q – метка ребра $(x_k y_k)$. Она является наибольшей для C_i и C_j. Согласно лемме 1 [3], ребро с меткой F_{q-1} должно содержаться в каждом из указанных циклов, что невозможно в силу определения 1.1. Пришли к противоречию. Следовательно, граф G не является Фибоначчи грациозным. Теорема доказана.

Следствие 2.1. Для любых натуральных чисел $m\geq 3$ и $n\geq 3$ графы $C_m\times C_n$, $C_m[C_n]$, $P_m[P_n]$, $C_m[P_n]$, $P_m[C_n]$ не являются Фибоначчи грациозными.

Доказательство. Каждое ребро указанных графов $C_m\times C_n$, $C_m[C_n]$, $P_m[P_n]$, $C_m[P_n]$, $P_m[C_n]$ входит не менее чем в два цикла, длины которых больше 2. Следовательно, по теореме 2.1 эти графы не являются Фибоначчи грациозными.

Следствие 2.2. n-Мерный куб Q_n не является Фибоначчи грациозным графом для любого натурального $n\geq 3$.

Доказательство вытекает непосредственно из теоремы 2.1.

ФИБОНАЧЧИ ГРАЦИОЗНОСТЬ ГРАФОВ nC_m

Авторы [3] изучали свойства графов, допускающих Фибоначчи грациозную разметку и содержащих циклы определенной длины. В работе [4] задача Фибоначчи грациозности графов решалась для таких конструкций, как граф, полученный соединением цепью P_k вершины цикла C_{3m} с вершиной цикла C_{3n}, а также для произвольного цепного объединения графов G_1, G_2, …, G_k. Мы рассмотрим эту задачу для графов nC_m.

Теорема 3.1. Граф nC_3 является Фибоначчи грациозным графом для любого натурального n.

Доказательство. Пусть $j = 1, 2, \ldots, n$, обозначим v_1^j, v_2^j, v_3^j – вершины j-ой компоненты C_3^j в графе nC_3. Зададим разметку вершин f следующим образом: $f\left(v_1^n\right) = 0$, $f\left(v_2^n\right) = F_{3n-1}$, $f\left(v_3^n\right) = F_{3n}$; $f\left(v_1^{n-1}\right) = n+1$, $f\left(v_2^{n-1}\right) = n+1+F_{3n-4}$, $f\left(v_3^{n-1}\right) = n+1+F_{3n-3}$; $f\left(v_2^{n-2}\right) = n$, $f\left(v_2^{n-2}\right) = n+F_{3n-7}$, $f\left(v_3^{n-2}\right) = n+F_{3n-6}$; …; $f\left(v_1^2\right) = 4$, $f\left(v_2^2\right) = 4+F_5$, $f\left(v_3^2\right) = 4+F_6$; $f\left(v_1^1\right) = 1$, $f\left(v_2^1\right) = 2$, $f\left(v_3^1\right) = 3$ (рис.1).

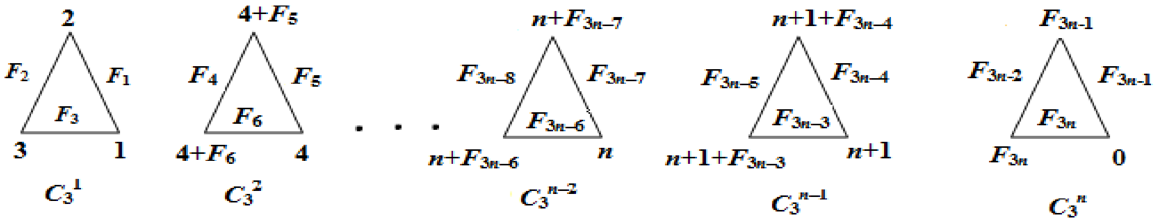

Рис. 1. Фибоначчи грациозная разметка графа nC_3

Следовательно, f – инъективная функция из множества вершин в множество различных положительных целых чисел 0, 1, 2, 3, …, F_{3n-2}, F_{3n-1}, F_{3n}. Пусть в C_3^n входит вершина с меткой 0, тогда одна из смежных ей вершин будет иметь метку F_{3n}, а вторая, согласно следствию 1.1 – метку F_{3n-1}. Ребра C_3^n получат метки: F_{3n}, F_{3n-1}, F_{3n-2}. При разметке вершин f, распределение меток ребер в циклах C_3^{n-1}, C_3^{n-2}, C_3^{n-3}, …, C_3^2, C_3^1 будет соответственно следующее: F_{3n-3}, F_{3n-4}, F_{3n-5}; F_{3n-6}, F_{3n-7}, F_{3n-8}; F_{3n-9}, F_{3n-10}, F_{3n-11}; …; F_6, F_5, F_4; F_3, F_2, F_1 (рис.1). Согласно определению 1.1 разметка f является Фибоначчи грациозной для графа nC_3, где n – произвольное натуральное число. Теорема доказана.

Для графов $4C_3$ и $5C_3$ применим алгоритм построения разметки вершин, изложенный в теореме 3.1, тогда метки ребер образуют соответствующую последовательность чисел Фибоначчи. Результаты представлены на рисунках 2, 3.

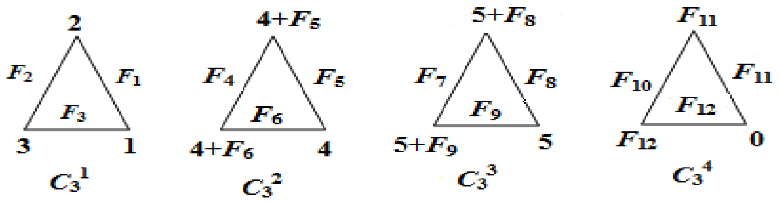

Рис. 2. Фибоначчи грациозная разметка графа $4C_3$

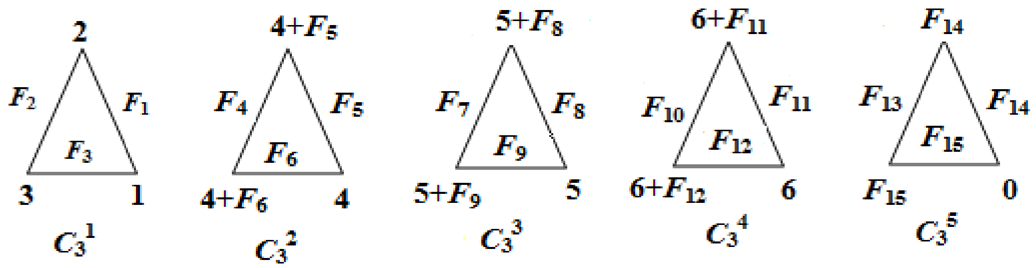

Рис. 3. Фибоначчи грациозная разметка графа $5C_3$

Теорема 3.2. Граф nC_4 не является Фибоначчи грациозным графом для любого натурального n.

Доказательство. Рассмотрим случай $n = 1$. Согласно теореме 1.2, граф C_4 не является Фибоначчи грациозным. Пусть $n > 1$. Предположим, что nC_4 – Фибоначчи грациозный граф. Тогда цикл C_4, содержащий вершину с меткой 0, будет иметь метки ребер F_{4n}, F_{4n-1}, F_{4n-3}, F_{4n-4}. Число F_{4n-2} должно быть меткой ребра любого другого цикла. В этом случае не существует последовательности чисел, удовлетворяющих условию следствия 1.2. Пришли к противоречию. Следовательно, граф nC_4 не является Фибоначчи грациозным графом для любого натурального n. Теорема доказана.

Теорема 3.3. Граф nC_5 не является Фибоначчи грациозным графом для любого натурального $n \geq 2$.

Доказательство. Предположим, что nC_5 – Фибоначчи грациозный граф. Тогда цикл C_5, содержащий вершину с меткой 0, будет иметь метки ребер F_{5n}, F_{5n-1}, F_{5n-3}, F_{5n-5}, F_{5n-6}. Число F_{5n-2} должно быть меткой ребра любого другого цикла. В этом случае не существует последовательности чисел, удовлетворяющих условию следствия 1.3. Пришли к противоречию. Следовательно, граф nC_5 не является Фибоначчи грациозным графом для любого натурального $n \geq 2$. Теорема доказана.

ВЫВОДЫ

Для повышения быстроты и эффективности получения результатов по классу задач, использующих Фибоначчи грациозность графов, требуется разработка алгоритмов. Нами предложены теоретические основы на пути к созданию подобных алгоритмов. При исследовании структуры графов, не допускающих Фибоначчи грациозную разметку, доказана теорема, исключающая определенный класс графов из списка Фибоначчи грациозных графов.

Полученная в данной работе методика построения Фибоначчи грациозной разметки графа nC_3 может быть использована в дальнейших теоретических исследованиях, а также при создании алгоритмов конструктивного перечисления Фибоначчи грациозных разметок определенных классов графов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Kovar P. Decompositions and Factorizations of Complete Graphs / P. Kovar // Structural Analysis of Complex Networks. Edited by Matthias Dehmer. — Springer, 2010.
2. Koh K. M. Fibonacci trees / K. M. Koh, D. G. Lee, T. Tan // SEA bull. math. — 1978. — №2. — P. 45–47.
3. Bange D. W. Fibonacci graceful graphs / D. W. Bange, A. E. Barkauskas // Fibonacci quarterly. — 1983. — Vol. 21, № 3. — P. 174–188.
4. Vaidya S. K. Fibonacci and super Fibonacci graceful labeling of some cycle related graphs / S. K. Vaidya, U. M. Prajapati // International J. Math. Combin. — 2011. — №4 — P. 56–69.
5. Kathiresan K. M. Fibonacci graceful graphs. Ph. D. Thesis / K. M. Kathiresan, S. Amutha // Madurai Kamaraj University, October 2006.
6. Sridevi R. Super Fibonacci graceful labeling / R. Sridevi, S. Navaneethakrishnan, K. Nagarajan // International J. Math. Combin. — 2010. — №3. — P. 22–40.
7. Sridevi R. Super Fibonacci graceful labeling of some special class of graphs / R. Sridevi, S. Navaneethakrishnan, K. Nagarajan // International J. Math. Combin. — 2011. — №1. — P. 59–72.

УДК 518.25

ПРОГРАМНА РЕАЛІЗАЦІЯ РОЗВ’ЯЗАННЯ РОЗРІДЖЕНИХ СИСТЕМ ЛІНІЙНИХ АЛГЕБРАЇЧНИХ РІВНЯНЬ

Семчишин Л. М., к.ф.-м.н

Чортківський навчально-науковий інститут підприємництва і бізнесу,
Тернопільський національний економічний університет

Запропоновано новий підхід до розв’язування розріджених систем лінійних алгебраїчних рівнянь із блочними елементами, а також метод розв’язування розріджених систем із деякими найхарактернішими способами заповнення. Розкладено невідомі x_i цієї розрідженої системи лінійних алгебраїчних рівнянь у скінчені матричні ланцюгові дроби. Проведено підрахунок кількостей записів та операцій при чисельній реалізації алгоритму множення матриць. Охарактеризовано складність алгоритму з точки зору комп’ютерної алгебри. Проведено порівняння запропонованого алгоритму та блочного методу прогонки. Обчислено кількість записів для методу прогонки. Описаний алгоритм застосований і у випадку систем із прорідженими трьохдіагональними матрицями.
Протестовано алгоритми розв’язання деяких типів розріджених числових систем лінійних алгебраїчних рівнянь. Розв’язано трьохдіагональні системи лінійних алгебраїчних рівнянь методом ланцюгових дробів. У роботі показано ефективність запропонованого алгоритму.

Ключові слова: розріджені системи, ланцюгові дроби, скінченні суми, кількість записів, складність алгоритму, комп’ютерна алгебра, тестування алгоритмів.