

Приклад 1.1 Легко бачити, що $f(x) = x$ є ізометрією, а $g(x) = c, c \in Z_2$ строго стискаючою функцією. Тому, згідно з теоремою 1.15, $f(x) + g(x) = x + c, c \in Z_2$ є ізометрією.

Приклад 1.2 Оскільки $f(x) = x + c, c \in Z_2$ є ізометрією, а для $c \in Z_2^*$ $f(x) = x + c$ є шарово-транзитивною ізометрією і $I[x + c](x) = c^* x$ то, згідно з теоремою 1.17, $g(x) = c^* x (c \in Z_2^*)$ є ізометрією.

Приклад 1.3 Оскільки $f(x) = a^* x (a \in Z_2^*)$ є ізометрією, а $g(x) = b, b \in Z_2$ строго стискаючою функцією, то, згідно з теоремою 1.15, лінійна функція $f(x) + g(x) = a^* x + b, c \in Z_2$ є ізометрією.

Приклад 1.4 Оскільки $f(x) = a^* x + 1, a \in Z_2^*$ є ізометрією, а для $a = 4^* c + 1, c \in Z_2$ $f(x) = a^* x + 1$ є шарово-транзитивною ізометрією і $I[a^* x + 1](x) = \frac{a^x - 1}{a - 1}$ то, згідно з теоремою 1.17, $g(x) = \frac{a^x - 1}{a - 1} (a = 4^* c + 1, c \in Z_2)$ є ізометрією.

ЛІТЕРАТУРА

1. Коблиц Н. *p*-адические числа, *p*-адический анализ и дзета-функции / Н. Коблиц. — М. : Мир, 1982. — 190 с.
2. Морозов Д. І. Ізометричність поліномів над кільцем цілих 2-адичних чисел / Д. І. Морозов // Наукові записки НаУКМА. Серія : Фізико-математичні науки. — 2011. — Т. 113. — С. 13-15.

REFERENCES

1. Koblits N. *p*-adicheskie chisla, *p*-adicheskii analiz i dzeta-funktsii / N. Koblits. — M. : Myr, 1982. — 190 p.
2. Morozov D.I. Izometrichnist polinomiv nad kiltsem tsilikh 2-adichnikh chisel / Naukovi zapiski NaUKMA. Seriiia : Fiziko-matematichni nauki. — 2011. — T. 113. — PP. 13-15.

УДК 531.36

КЕРУВАННЯ РУХОМ ГІРОСКОПА З ЛІНІЙНОЮ ХАРАКТЕРИСТИКОЮ СИСТЕМИ МІЖРАМКОВОЇ КОРЕКЦІЇ

¹Новицький В. В., д. ф.-м. н., професор, ²Коломійчук О. П., к. ф.-м. н., ³Святовець І. Ф.

^{1,2}Інститут математики НАН України,
вул. Терещенківська, Київ-4, 301601, Україна
³Запорізька державна інженерна академія,
пр. Леніна, 226, Запоріжжя, 69006, Україна

novuc@imath.kiev.ua¹, kolomithyk@rambler.ru², sv.irina0702@gmail.com³

Розглядається керована лінійна стаціонарна не майже консервативна система. Пропонується можливий підхід застосування вектора керування для вирішення двох завдань: формування майже консервативної системи, та побудова оптимального керування. Наводиться приклад, який ілюструє описаний підхід.

Ключові слова: майже консервативна система, оптимальне керування, вектор керувань.

УПРАВЛЕНИЕ ДВИЖЕНИЕМ ГИРОСКОПА С ЛИНЕЙНОЙ ХАРАКТЕРИСТИКОЙ СИСТЕМЫ МЕЖРАМОЧНОЙ КОРРЕКЦИИ

¹Новицкий В. В., д. ф.-м. н., профессор, ²Коломийчук О. П., к. ф.-м. н., Святовец И. Ф.

^{1,2}*Институт математики НАН Украины,
ул. Терещенковская, Киев-4, 301601, Украина*
³*Запорожская государственная инженерная академия,
пр. Ленина, 226, Запорожье, 69006, Украина*

novyc@imath.kiev.ua¹, kolomithyk@rambler.ru², sv.irina0702@gmail.com³

Рассматривается управляемая линейная стационарная не почти консервативная система. Предлагается возможный подход применения вектора управления для решения двух задач: формирование почти консервативной системы и построение оптимального управления. Приводится пример, который иллюстрирует описанный подход.

Ключевые слова: почти консервативная система, оптимальное управление, вектор управления.

GYROSCOPE MOTION CONTROL WITH LINEAR CHARACTERISTIC OF INTER-FRAME CORRECTION

¹Novitsky V. V., D.Sc. in Physics and Maths, professor, ²Kolomiychuk O. P., Ph.D. in Physics and Maths, ³Svyatovets I. F.

^{1,2}*In-t of Mathematics of NAS of Ukraine,
Tereschenkivska str., Kiev-4, 301601, Ukraine*
³*Zaporizhzhya State Engineering Academy,
Lenina ave., 226, Zaporizhzhya, 69006, Ukraine*

novyc@imath.kiev.ua¹, kolomithyk@rambler.ru², sv.irina0702@gmail.com³

Comprehensive features gyroscopes led to the creation of a large number of gyroscopic devices and systems for various applications and directions. Parallel the issues of constructing an optimal control of these systems are solving. Among gyroscopic systems often encountered almost conservative, for which algorithms have been developed for constructing optimal control.

Arose the problem for systems that are not almost conservative, find the control, with which you can form an almost conservative system and build the optimal control.

Controlled linear stationary system even order is considered in this article. Matrix of coefficients of the variable has the form $(F_0 + \varepsilon F_1)$ where ε is a small parameter. The system is not almost conservative, i.e. condition of skew and nonsingularity is not satisfied.

We solve problems: 1) formation almost conservative system by feedback from the given controlled system and 2) construction the optimal control.

Feedback is considered as the sum of two terms. The first is used to obtain the skew-symmetric matrix, and the second – for the construction of an optimal controller of the system. The system of equations rewritten in a more convenient form considering chosen control vector and the introduction of new notations.

We composed the matrix equation whose solution is the first component K_0 of the feedback matrix, participates in the formation of a skew matrix, and as a result almost conservative system. Next we solve the optimal control problem for almost conservative system with quadratic quality criteria. The approach with an asymptotic decomposition on the small parameter of the matrix which is the solution of the Riccati equation was applied $(P = P_0 + \varepsilon P_1 + \varepsilon^2 P_2 + \dots)$. To find an approximate solution we used an infinite system of matrix equations of the Riccati type.

The described approach is illustrated by the linearized equations of motion of the gyroscope with linear characteristic of inter-frame correction. To simplify, the equivalent coefficients of the moments of viscous friction forces are taken to be zero. The system of equations rewritten in matrix form using the notation adopted above. The condition of complete controllability of the system was verified. To find the first component K_0 of the feedback matrix the formula with the pseudoinverse is used. Moreover, we set the desired type of skew matrix. Knowing K_0 form of the first term in the target control was written. To find the second component K_1 the matrix which is solution of the Riccati equation is defined up to the first order of ε . The general form of the matrix P_0 obtained from the first equation of the infinite system of matrix equations of the Riccati type. Components of the matrix P_0 and the general form of the matrix P_1

obtained from the second equation. Components of the matrix P_1 found from the third equation. To solve the equations of infinite system matrix equations of the Riccati type the mathematical computer algebra system Maple V applied.

Given obtained up to the first order of the matrix solution P we found K_1 and as a result, the second term of the control vector. The final form of the desired control u is written as a result of the summation of the two previously found its components.

Thus, on the example of the linearized equations of motion of the gyroscope with linear characteristics of the system of inter-frame correction, it is shown how by control vector can be obtained almost conservative system and find a solution to the problem of synthesis of optimal control in the first approximation in the small parameter.

Key words: almost conservative system, feedback, control vector.

1. ЗАСТОСУВАННЯ ВЕКТОРА КЕРУВАННЯ ДЛЯ ФОРМУВАННЯ МАЙЖЕ КОНСЕРВАТИВНОЇ СИСТЕМИ ТА ПОБУДОВИ ОПТИМАЛЬНОГО КЕРУВАННЯ

Широкі функціональні можливості гіроскопів привели до створення великої кількості гіроскопічних пристроїв і систем різного застосування та напрямку. Паралельно вирішуються питання побудови оптимального керування цими системами. Серед гіроскопічних систем часто зустрічаються майже консервативні, для яких розроблені алгоритми побудови оптимального керування.

Виникла задача, для систем, які не є майже консервативними, знайти керування, за допомогою якого можна сформувавши майже консервативну систему та побудувати оптимальне керування.

Розглянемо керовану лінійну стаціонарну систему

$$\dot{x} = (F_0 + \varepsilon F_1)x + Gu, \quad (1)$$

де $x = [x_1, x_2, \dots, x_{2n}]^T$ – $2n$ -вимірний вектор стану, $u = [u_1, u_2, \dots, u_m]^T$ – m -вимірний вектор керувань, ε – малий параметр; $F_0, F_1 \in \mathfrak{R}_{2n \times 2n}$, $G \in \mathfrak{R}_{2n \times m}$. Система не є майже консервативною, тобто не виконується умова кососиметричності чи невивроженості матриці F_0 : $F_0^T \neq -F_0$ або $\det(F_0) = 0$ [1, с. 13].

Поставимо мету: знайти таке керування u , яке одночасно вирішувало б дві задачі. Перша – отримання невивроженої кососиметричної матриці, а як наслідок – формування майже консервативної системи [2]. Друга – побудова оптимального керування [3, 4].

Для цього задамо вектор u у вигляді

$$u = -(K_0 + \varepsilon K_1)x = -K_0x - \varepsilon K_1x = u_0 + \varepsilon u_1, \quad (2)$$

де $K_0, K_1 \in \mathfrak{R}_{m \times 2n}$.

Перший доданок – u_0 – будемо використовувати для отримання кососиметричної матриці, а другий – u_1 – для побудови оптимального регулятора системи.

З урахуванням заданого u система (1) перепишеться так

$$\dot{x} = (F_0 - GK_0 + \varepsilon F_1)x - \varepsilon GK_1x. \quad (3)$$

Якщо покласти

$$F_0 - GK_0 = A_0, \quad F_1 = A_1, \quad (4)$$

отримаємо найбільш зручну форму запису системи

$$\dot{x} = (A_0 + \varepsilon A_1)x - \varepsilon GK_1x. \quad (5)$$

Матрицю K_0 знайдемо з умови $A_0^T = -A_0$, або

$$F_0^T - K_0^T G^T = -F_0 + GK_0 \quad (6)$$

чи

$$GK_0 + K_0^T G^T = F_0 + F_0^T. \quad (7)$$

Оптимальне керування будуватимемо у вигляді

$$u_1 = -K_1 x = -\varepsilon R^{-1} G^T S x \quad (8)$$

з квадратичним критерієм якості

$$J = \int_0^{\infty} (x^T Q x + u_1^T R u_1) dt, \quad (9)$$

де $Q \in \mathfrak{R}_{2n \times 2n}$ – невід’ємно визначена матриця, $R \in \mathfrak{R}_{m \times m}$ – додатна визначена матриця, $S \in \mathfrak{R}_{2n \times 2n}$ – додатна визначена матриця – розв’язок матричного рівняння Ріккати

$$(A_0 + \varepsilon A_1)^T S + S(A_0 + \varepsilon A_1) - \varepsilon^2 S G R^{-1} G^T S + Q = 0. \quad (10)$$

Введемо заміну $P = \varepsilon S$, тоді матричне рівняння Ріккати запишеться так

$$(A_0 + \varepsilon A_1)^T P + P(A_0 + \varepsilon A_1) - \varepsilon P G R^{-1} G^T P + \varepsilon Q = 0. \quad (11)$$

Використовуючи підхід, який описаний в [1, с.86], будемо шукати матрицю – розв’язок P у вигляді розкладу за малим параметром

$$P = P_0 + \varepsilon P_1 + \varepsilon^2 P_2 + \dots \quad (12)$$

Матрицю Q також розкладемо за степенями ε

$$Q = Q_0 + \varepsilon Q_1 + \varepsilon^2 Q_2 + \dots \quad (13)$$

Компоненти матриці P знайдемо з нескінченної системи алгебраїчних рівнянь типу Ріккати

$$A_0 P_0 - P_0 A_0 = 0, \quad (14)$$

$$A_0 P_1 - P_1 A_0 = P_0 A_1 + A_1^T P_0 - P_0 G R^{-1} G^T P_0 + Q_0,$$

$$A_0 P_2 - P_2 A_0 = P_1 A_1 + A_1^T P_1 - P_1 G R^{-1} G^T P_0 - P_0 G R^{-1} G^T P_1 + Q_1,$$

$$\dots \dots \dots \quad (15)$$

$$A_0 P_i - P_i A_0 = P_{i-1} A_1 + A_1^T P_{i-1} - \sum_{k=1}^i P_k G R^{-1} G^T P_{i-k} + Q_{i-1},$$

2. ПРИКЛАД ФОРМУВАННЯ МАЙЖЕ КОНСЕРВАТИВНОЇ СИСТЕМИ ТА ПОБУДОВИ ОПТИМАЛЬНОГО КЕРУВАННЯ

Проілюструємо описаний підхід на прикладі лінеаризованих рівнянь руху гіроскопа з лінійною характеристикою системи міжрамкової корекції [5, с. 151]

$$\begin{aligned} A\ddot{\alpha} + f_1 \dot{\alpha} - H \dot{\beta} \cos \beta_0 - K \beta &= 0; \\ B\ddot{\beta} + f_2 \dot{\beta} + H \dot{\alpha} \cos \beta_0 &= 0, \end{aligned} \quad (16)$$

де f_1, f_2 – еквівалентні коефіцієнти моментів сил в’язкого тертя; A – приведений момент інерції всієї системи щодо осі обертання зовнішньої рамки; B – момент інерції гідромотора щодо осі обертання внутрішньої рамки; K – коефіцієнт пропорційності системи корекції.

Для спрощення розв'язку будемо вважати, що $f_1 = f_2 = 0$. Доданок $K\beta$ належить до моменту зовнішніх сил. Переписавши систему рівнянь у матричній формі та зіставивши із системою виду (1), позначимо

$$F_0 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \varepsilon F_1 = \varepsilon A_1 = \cos \beta_0 \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{H}{A} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{H}{B} & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad G = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & g_{22} \\ 0 & 0 \\ g_{41} & 0 \end{bmatrix}. \quad (17)$$

З урахуванням, що $F_0 + \varepsilon F_1 = F$, знайдемо матрицю

$$S_4 = (G, FG, F^2G, F^3G) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & g_{22} & \frac{H \cos \beta_0 g_{41}}{A} & 0 & 0 & -\frac{H^2 \cos^2 \beta_0 g_{22}}{AB} \\ 0 & g_{22} & \frac{H \cos \beta_0 g_{41}}{A} & 0 & 0 & -\frac{H^2 \cos^2 \beta_0 g_{22}}{AB} & -\frac{H^3 \cos^3 \beta_0 g_{41}}{A^2 B} & 0 \\ 0 & 0 & g_{41} & 0 & 0 & -\frac{H \cos \beta_0 g_{22}}{B} & -\frac{H^2 \cos^2 \beta_0 g_{41}}{AB} & 0 \\ g_{41} & 0 & 0 & -\frac{H \cos \beta_0 g_{22}}{B} & -\frac{H^2 \cos^2 \beta_0 g_{41}}{AB} & 0 & 0 & \frac{H^3 \cos^3 \beta_0 g_{22}}{AB^2} \end{bmatrix}. \quad (18)$$

Ранг матриці S_4 дорівнює 4, а значить система (1) з заданими матрицями (17) є повністю керованою [6, с. 87].

Для знаходження матриці K_0 вчинимо так. Задамо бажаний вид матриці A_0 і підставимо її в перше з рівнянь (4). Отримаємо

$$GK_0 = F_0 - A_0. \quad (19)$$

Звідки

$$K_0 = G^+ \cdot (F_0 - A_0), \quad (20)$$

де G^+ – псевдообернена матриця [7, с. 32], яка обчислюється за формулою

$$G^+ = (G^* \cdot G)^{-1} \cdot G^*. \quad (21)$$

Отже, оберемо наступний вид матриці A_0

$$A_0 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}, \quad (22)$$

тоді

$$F_0 - A_0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad (23)$$

Використовуючи формули (21) та (20), знайдемо

$$G^+ = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \frac{1}{g_{41}} \\ 0 & \frac{1}{g_{22}} & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (24)$$

та

$$K_0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{1}{g_{41}} & 0 \\ \frac{1}{g_{22}} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (25)$$

Знаючи K_0 , можна записати вид першого доданка в шуканому керуванні. А саме,

$$u_0 = \begin{bmatrix} -\frac{x_3}{g_{41}} \\ -\frac{x_1}{g_{22}} \end{bmatrix}. \quad (26)$$

Далі знаходимо другу частину вектора керування. Побудуємо оптимальне керування у вигляді (8). Знайдемо матрицю P з точністю до першого порядку мализни за ε , тобто $P = P_0 + \varepsilon P_1$. Тоді $Q = Q_0 + \varepsilon Q_1$, $Q_0 = \text{diag}\{q_{01}, q_{01}, q_{03}, q_{03}\}$, $Q_1 = 0$, $R = \text{diag}\{r_1, r_1\}$. Розв'язавши, за допомогою математичної системи комп'ютерної алгебри MapleV [8] рівняння (14), отримаємо загальний вид матриці P_0

$$P_0 = \begin{bmatrix} p_{11}^0 & 0 & p_{13}^0 & p_{14}^0 \\ 0 & p_{11}^0 & -p_{14}^0 & p_{13}^0 \\ p_{13}^0 & -p_{14}^0 & p_{33}^0 & 0 \\ p_{14}^0 & p_{13}^0 & 0 & p_{33}^0 \end{bmatrix}. \quad (27)$$

Після розв'язання першого рівняння системи (15) отримаємо значення компонент матриці P_0 , та загальний вигляд матриці P_1 . Отже,

$$p_{11}^0 = \frac{\sqrt{2q_{01}r_1}}{g_{22}}, \quad p_{13}^0 = 0, \quad p_{14}^0 = 0, \quad (28)$$

$$p_{33}^0 = \frac{\sqrt{2q_{01}r_1}B}{g_{22}A}.$$

$$P_1 = \begin{bmatrix} p_{11}^1 & \frac{1}{2}q_{01} & p_{13}^1 & p_{14}^1 \\ \frac{1}{2}q_{01} & p_{11}^1 & -p_{14}^1 & p_{13}^1 \\ p_{13}^1 & -p_{14}^1 & p_{33}^1 & \frac{1}{2}q_{03} \\ p_{14}^1 & p_{13}^1 & \frac{1}{2}q_{03} & p_{33}^1 \end{bmatrix}. \quad (29)$$

Крім того, з першого рівняння системи (15) випливає, що

$$q_{03} = \frac{B^2 g_{41}^2}{A^2 g_{22}^2} q_{01}. \quad (30)$$

З другого рівняння системи (15) знайдемо компоненти матриці P_1 , а саме,

$$p_{11}^1 = p_{33}^1 = p_{13}^1 = 0, \quad p_{14}^1 = \frac{\sqrt{2q_{01}r_1}H}{4Ag_{22}}. \quad (31)$$

Отже, матриця – розв’язок P з точністю до першого наближення має такий вигляд

$$P = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{2q_{01}r_1}}{g_{22}} & \varepsilon \frac{1}{2}q_{01} & 0 & \varepsilon \frac{\sqrt{2q_{01}r_1}H}{4Ag_{22}} \\ \varepsilon \frac{1}{2}q_{01} & \frac{\sqrt{2q_{01}r_1}}{g_{22}} & -\varepsilon \frac{\sqrt{2q_{01}r_1}H}{4Ag_{22}} & 0 \\ 0 & -\varepsilon \frac{\sqrt{2q_{01}r_1}H}{4Ag_{22}} & \frac{\sqrt{2q_{01}r_1}B}{Ag_{22}} & \varepsilon \frac{q_{01}B^2g_{41}^2}{2A^2g_{22}^2} \\ \varepsilon \frac{\sqrt{2q_{01}r_1}H}{4Ag_{22}} & 0 & \varepsilon \frac{q_{01}B^2g_{41}^2}{2A^2g_{22}^2} & \frac{\sqrt{2q_{01}r_1}B}{Ag_{22}} \end{bmatrix}. \quad (32)$$

Тоді матриця S , для знаходження оптимального керування, запишеться з точністю до нульового наближення у вигляді

$$S = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{2q_{01}r_1}}{g_{22}\varepsilon} & \frac{1}{2}q_{01} & 0 & \frac{\sqrt{2q_{01}r_1}H}{4Ag_{22}} \\ \frac{1}{2}q_{01} & \frac{\sqrt{2q_{01}r_1}}{g_{22}\varepsilon} & -\frac{\sqrt{2q_{01}r_1}H}{4Ag_{22}} & 0 \\ 0 & -\frac{\sqrt{2q_{01}r_1}H}{4Ag_{22}} & \frac{\sqrt{2q_{01}r_1}B}{Ag_{22}\varepsilon} & \frac{q_{01}B^2g_{41}^2}{2A^2g_{22}^2} \\ \frac{\sqrt{2q_{01}r_1}H}{4Ag_{22}} & 0 & \frac{q_{01}B^2g_{41}^2}{2A^2g_{22}^2} & \frac{\sqrt{2q_{01}r_1}B}{Ag_{22}\varepsilon} \end{bmatrix}. \quad (33)$$

Отримали такий вигляд матриці K_1

$$K_1 = \begin{bmatrix} \frac{\varepsilon g_{41}\sqrt{2q_{01}r_1}H}{4r_1g_{22}A} & 0 & \frac{\varepsilon g_{41}^3q_{01}B^2}{2r_1A^2g_{22}^2} & \frac{g_{41}\sqrt{2q_{01}r_1}B}{r_1g_{22}A} \\ \frac{\varepsilon g_{22}q_{01}}{2r_1} & \frac{\sqrt{2q_{01}r_1}}{r_1} & -\frac{\varepsilon\sqrt{2q_{01}r_1}H}{4r_1A} & 0 \end{bmatrix}, \quad (34)$$

а як наслідок – другий доданок вектору керувань

$$u_1 = \begin{bmatrix} -\frac{\varepsilon g_{41}\sqrt{2q_{01}r_1}Hx_1}{4r_1g_{22}A} - \frac{\varepsilon g_{41}^3q_{01}B^2x_3}{2r_1A^2g_{22}^2} - \frac{g_{41}\sqrt{2q_{01}r_1}Bx_4}{r_1g_{22}A} \\ -\frac{\varepsilon g_{22}q_{01}x_1}{2r_1} - \frac{\sqrt{2q_{01}r_1}x_2}{r_1} + \frac{\varepsilon\sqrt{2q_{01}r_1}Hx_3}{4r_1A} \end{bmatrix}. \quad (35)$$

Підсумовуючи знайдені компоненти, запишемо остаточний вигляд шуканого керування

$$u = \begin{bmatrix} -\frac{x_3}{g_{41}} + \varepsilon \left(-\frac{\varepsilon g_{41}\sqrt{2q_{01}r_1}Hx_1}{4r_1g_{22}A} - \frac{\varepsilon g_{41}^3q_{01}B^2x_3}{2r_1A^2g_{22}^2} - \frac{g_{41}\sqrt{2q_{01}r_1}Bx_4}{r_1g_{22}A} \right) \\ -\frac{x_1}{g_{22}} + \varepsilon \left(-\frac{\varepsilon g_{22}q_{01}x_1}{2r_1} - \frac{\sqrt{2q_{01}r_1}x_2}{r_1} + \frac{\varepsilon\sqrt{2q_{01}r_1}Hx_3}{4r_1A} \right) \end{bmatrix}, \quad (36)$$

за допомогою якого вирішуються поставлені задачі.

Отже, в роботі, на прикладі лінеаризованих рівнянь руху гіроскопа з лінійною характеристикою системи міжрамкової корекції, показано, як за допомогою вектора керування можна отримати майже консервативну систему і знайти розв'язок задачі синтезу оптимального регулятора в першому наближенні за малим параметром.

ЛІТЕРАТУРА

1. Новицький В. В. Керування гіроскопічними системами та інші задачі аналітичної механіки / В. В. Новицький // Математика та її застосування : Праці Ін-ту математики НАН України. — К. : Інститут математики НАН України, 2008. — Т. 78. — 124 с.
2. Новицький В. В. Моделювання майже консервативної системи за допомогою зворотного зв'язку / В. В. Новицький, І. Ф. Святовець, О. П. Коломійчук // Вісник Запорізького національного університету : Збірник наукових праць. Фізико-математичні науки. — Запоріжжя : ЗНУ, 2013. — С. 76-82.
3. Егоров А. И. Оптимальное управление линейными системами : Учеб. пособие / А. И. Егоров. — К. : Вища школа, 1988. — 278 с.
4. Ли Э. Б. Основы теории оптимального управления / Э. Б. Ли, Л. Маркус : Перев. с англ. — М. : Наука, 1972. — 576 с.
5. Павловский М. А. Теория гироскопов / М. А. Павловский. — К. : Вища школа, 1986. — 303 с.
6. Бублик Б. Н. Основы теории управления / Б. Н. Бублик, Н. Ф. Кириченко. — К. : Вища школа, 1975. — 328 с.
7. Гантмахер Ф. Р. Теория матриц / Ф. Р. Гантмахер. — М. : Наука, 1967. — 576 с.
8. Дьяконов В. П. Математическая система MAPLE V R3/ R4/ R5 / В. П. Дьяконов. — М. : «Солон», 1998. — 399 с.

REFERENCES

1. Novitskiy, V.V. (2008), "Manage gyroscopic systems and other problems of analytical mechanics", *Matematyka ta yiyi zastosuvannia : Pratsi In-tu matematyki NAN Ukrainy*, vol. 1, Kiev, Ukraine, 124 p.
2. Novitskiy, V.V., Svyatovets, I.F. and Kolomiychuk O.P. (2013), "Modeling almost conservative system using feedback", *Visnyk Zaporizkogo natsionalnogo universitetu : Zbirnyk naukovykh statey. Fyzyko-matematichni nauky*, Zaporizhzhya, Ukraine, pp. 76-82.
3. Egorov, A.I. (1988), *Optimalnoe upravlenie lineynymi sistemami: uchebnoe posobie* [Optimal control of linear systems: a tutorial], Vishcha shkola, Kiev, Ukraine.
4. Li, E.B. and Markus, L. (1972), *Osnovy teorii optimalnogo upravleniya* [Foundations of optimal control theory], Translated from English, Nauka, Moscow, Russia.
5. Pavlovskiy, M.A. (1986), *Teoriya giroskopov* [Theory of Gyroscopes], Vishcha shkola, Kiev, Ukraine.
6. Bublik, B.N. and Kirichenko, N.F. (1975), *Osnovy teorii upravleniya* [Foundations the theory of control], Vishcha shkola, Kiev, Ukraine.
7. Gantmakher, F.R. (1967), *Teoriya matrits* [Matrix theory], Nauka, Moscow, Russia.
8. Dyakonov, V.P. (1998), *Matematicheskaya sistema MAPLE V R3/ R4/ R5* [Mathematical system MAPLE V R3 / R4 / R5], Solon, Moscow, Russia.