УДК 539.3

ОБРАЩЕНИЕ ОПЕРАТОРОВ В НЕЛИНЕЙНОЙ ТЕОРИИ ОБОЛОЧЕК С ПОМОЩЬЮ НЕЙРОННОЙ СЕТИ И ГЕНЕТИЧЕСКОГО АЛГОРИТМА

Ободан Н. И., д. т. н., профессор, Гук Н. А., д. ф.-м. н., профессор, Магас А. С., аспирант

Днепропетровский национальный университет имени Олеся Гончара,
пр. Гагарина, 72, г. Днепропетровск, 49010, Украина

nataly-guk@rambler.ru

Рассматривается применение нейронной сети для идентификации функции нагрузки тонкостенной оболочки по результатам наблюдений. Обосновывается возможность аппроксимации зависимости между результатами наблюдений и неизвестными функциями обратной задачи с помощью нейронной сети. Структуру нейронной сети предлагается определять с помощью генетического алгоритма. Приводятся результаты тестирования настроенной сети и результаты идентификации функции нагрузки при использовании результатов наблюдений, полученных в условиях действия «шума».
Ключевые слова: идентификация, цилиндрическая оболочка, обратная задача, нейронная сеть, генетический алгоритм.

ОБЕРНЕННЯ ОПЕРАТОРІВ У НЕЛІНІЙНІЙ ТЕОРІЇ ОБОЛОНОК ЗА ДОПОМОГОЮ НЕЙРОННОЇ МЕРЕЖІ ТА ГЕНЕТИЧНОГО АЛГОРИТМА

Ободан Н. І., д. т. н., професор, Гук Н. А., д. ф.-м. н., професор, Магас О. С., аспірант

Дніпропетровський національний університет ім. Олеся Гончара,
пр. Гагаріна, 72, м. Дніпропетровськ, 49010, Україна

nataly-guk@rambler.ru

Розглядається застосування нейронної мережі для ідентифікації функції навантаження тонкостінної оболонки за результатами спостережень. Обгрунтовується можливість апроксимації залежності між результатами спостережень і невідомими функціями оберненої задачі за допомогою нейронної мережі. Структуру нейронної мережі пропонується визначати за допомогою генетичного алгоритму. Наводяться результати тестування налаштованої мережі та результати ідентифікації функції навантаження при використанні результатів спостережень, отриманих в умовах дії «шуму».
Ключові слова: ідентифікація, циліндрична оболонка, обернена задача, нейронна мережа, генетичний алгоритм.

THE BUILDING OF INVERSE OPERATOR IN THE NONLINEAR THEORY OF SHELLS USING NEURAL NETWORK AND GENETICALLY ALGORITHM

Obodan N. I., D.Sc. in Engineering, professor, Guk N. A., D.Sc. in Physics and Maths, professor, Magas O. S., postgraduate

Dnipropetrovsk national university named after Oles Honchar,
Haharina ave., 72, Dnipropetrovsk, 49010, Ukraine

nataly-guk@rambler.ru

The article deals with the application of neural networks for identification of load function thin-walled shell by observation results. The model of the observed thin-walled shell at loads to be defined is formulated using the method of inverse problem. Stress-strain state of the shell in a limited spatial domain using the nonlinear operator theory of shallow shells is described. Solution of the direct problem the theory of shells using the finite element method is described. Regarded shell as an ensemble of finite elements is represented. The unknown functions of direct and inverse problems for local element are given using approximations through their nodal values for the local coordinate system. External action restoring is performed in the range of parameters close to the critical values. Solutions of direct problems for fixed values of the loading parameters obtained using the software package are normalized and used to configure the neural network.

The possibility of approximation of the dependency between observations and unknown function of the inverse problem using the neural network is demonstrated within the article. The structure and topology of the neural network is proposed to define using genetic algorithm based on neuroevolution of augmenting. The algorithm suggests three main ideas: alliteratively developing topology from simple initial structures to the complex ones, tracking genes with history markers to allow crossover among topology, and applying evolution of speciation to preserve innovations. Compatibility of the various structures is determined by introducing appropriate metrics. Reproductive mechanism as function adaptability is used. The new structure topology as a result of structural mutations is appears incrementally. Algorithm was modified to deal with feed-forward neural networks. Back-propagation is used as neural network training method, which is built on the idea of minimizing criteria for the learning sample. Main parameters affecting the convergence of the algorithm are the number of elements in the training set, the number of epochs the neural network training, the probability of crossover, mutation, neuron adding, connection adding and perturbation operations, and the initial values of the weights of the connection. The main advantage of the proposed algorithm is the fact that the practical use of the network for determining the inverse of the operator network consists in the following. The algorithm is configured beforehand on the set of solutions of direct problems of the entire range of properties of the model consisting of the set of solutions, where exists essentially nonlinear function having a specific point in the form of limit. After setting up the network functions as the identificator, which allows use it in the «online» mode in successive time measurements.

The resulting neural network describes the discretized inverse operator with precision, which is defined by the structure of the network, the quality of the training sample, the weights tuning algorithm and the choice of activation functions. The article the applicability of neural networks for solving the problem of the load identification is demonstrated, and results of testing of configured network and identification of the load function obtained within the results of observations under the action of «noise» are presented. The results which show different accuracy of reconstructed parameters of load function depends on different «noise» level are presented.

Key words: identification, cylindrical shell, inverse problem, neural network, genetic algorithm.

ВВЕДЕНИЕ

Решение обратных задач теории оболочек тесно связано с решением задач оценки остаточной работоспособности и рационального проектирования в машиностроении, кораблестроении, авиа- и космической технике. Решение указанных задач особенно важно в диапазоне изменения параметров (внешних воздействий, свойств конструкций и т.д.), близком к их критическим значениям, так как поведение реальных тонкостенных систем при отклонениях значений параметров от проектных, как правило, становится нелинейным.

Существующие методы решения обратных задач нелинейной теории оболочек весьма громоздки [1], так как требуют предварительного определения компактных областей изменения параметров [2]. Поэтому актуальным является использование альтернативных подходов, опирающихся на информационные технологии, в частности на нейронные сети и генетический алгоритм. [3].

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассматривается класс тонкостенных оболочек $\{O_i\}$, $i=\overline{0,N}$, в котором каждая оболочка имеет набор определяющих ее свойств $H=\{H_i\}$. В качестве этих свойств могут выступать нагрузочные комплексы, геометрические и физические характеристики объекта исследования, а также условия закрепления граничного контура. Предполагается, что существует оболочка O_0, для которой указанные свойства известны и существует неособое решение U_0, описывающее напряженно-деформированное состояние тонкостенной оболочки [4]. Для описания оболочек O_i вводится метрическое пространство указанных свойств с метрикой

$$\rho=\|O_i-O_n\|,\quad i,k=\overline{1,N}\quad \text{при}\quad \rho\le\varepsilon,$$

где ε – малое число.

Требуется при известных O_0 и U_0 по известному решению U^* найти свойства оболочки O^*. Оператор $H=B(U)$, описывающий зависимость свойств оболочки H от известного решения U, называется обратным.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Напряженно-деформированное состояние оболочки O_i, свойства которой характеризуются вектор-функцией $H(X)$, описывается в ограниченной пространственной области $\Omega = \{X | X = (x, y, z)\}$ нелинейным оператором теории пологих оболочек [4]:

$$L(H(X), U(X)) = P(X) \tag{1}$$

при

$$G(H(X), U(X))\big|_{\Gamma} = 0, \tag{2}$$

где L, G – заданные дифференциальные операторы; $X = (x, y, z)$ – вектор пространственных координат; $U(X)$ – вектор-функция перемещений точек срединной поверхности оболочки; $P(X)$ – внешнее воздействие; Γ – граничный контур области Ω.

Вектор-функция неизвестных обратной задачи имеет вид:

$$H(X) = \{H_1(X), H_2(X), H_3(X), H_4(X)\},$$

где $H_1(X)$ – функция, характеризующая внешнее воздействие; $H_2(X)$ – геометрические параметры; $H_3(X)$ – физические свойства материала оболочки; $H_4(X)$ – функция, описывающая условия закрепления граничного контура Γ.

Кроме того, известно решение $U^*(X, H^*(X))$ при неизвестном полностью или частично векторе $H^*(X)$.

МЕТОД РЕШЕНИЯ ПРЯМОЙ И ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ

Решение прямой задачи теории оболочек находится с помощью метода конечных элементов [5]. Для описания неизвестных функций прямой задачи и обратной задачи вводятся сетки с узлами X_p, $p = \overline{1, P}$ и X_k, $k = \overline{1, K}$.

Рассматриваемая оболочка представляется в виде ансамбля конечных элементов, неизвестные функции прямой и обратной задачи на элементе задаются для локальной системы координат с помощью аппроксимаций через их узловые значения в виде векторов $\{U_p\}$, $\{U_p^*\}$, $\{H_k^*\}$, $p = \overline{1, P}$, $k = \overline{1, K}$. При фиксированном векторе $H_0 = \{H_{0k}\}$ решение операторного уравнения (1), (2) может быть получено из системы алгебраических уравнений

$$K(U) = R, \tag{3}$$

где $U = \left(u_1, u_2, w, \left(\frac{\partial w}{\partial x}\right), \left(\frac{\partial w}{\partial y}\right)\right)^T$ – вектор узловых перемещений и углов поворота; u_1, u_2, w – узловые перемещения в направлениях x, y, z; $K = K_0 + K_L$ – матрица жесткости; $K_0 = [B_0]^T [D][B_0]$ – матрица жесткости для линейного анализа, соответствующая малым деформациям; $K_L = [B_L]^T [D][B_L]$ – нелинейная матрица жесткости; B_0, B_L – матрицы функций формы; D – матрица упругих констант; R – вектор правых частей.

Для построения обратного оператора используется метод квазирешений, неизвестная вектор-функция $H^*(X)$ определяется как удовлетворяющая условию [1]:

$$H^*(X) = \arg\min_{H(X)} \tilde{\rho}(U(X, H), U^*(X)), \quad H(X) \in \overline{H}, \tag{4}$$

где $\tilde{\rho}(U)=\int\limits_{\Omega}\left(U(H)-U^{*}(H)\right)^{2}d\Omega$.

Условие (4) в дискретной форме будет иметь вид:

$$H^{*}=\arg\min_{H\in\overline{H}}\rho\left(U,U^{*}\right), \quad (5)$$

где $\rho=\sum\limits_{p=1}^{P}\left(U_{p}(H_{k})-U_{p}^{*}(H_{k})\right)^{T}\left(U_{p}(H_{k})-U_{p}^{*}(H_{k})\right)$.

Задача определения компонент неизвестного вектора H^{*} в общем случае является некорректной [1].

МЕТОД ПОСТРОЕНИЯ ОБРАТНОГО ОПЕРАТОРА

В работе [6] показано, что любая нелинейная аппроксимация имеет универсальные аппроксимационные свойства, то есть с помощью линейных операций и каскадного объединения из произвольных нелинейных элементов можно получить любой необходимый результат с любой наперед заданной точностью. При этом доказано, что для получения сколь угодно точной аппроксимации достаточно использовать практически любую одну нелинейную функцию.

Реализацией указанной аппроксимации является нейросетевая структура, которая описывает нелинейную связь «вход-выход». Если в качестве входа использовать известную вектор-функцию $U^{*}(X)$, то в качестве выхода может быть получена вектор-функция $H^{*}(X)$. Так как нейросетевая аппроксимация базируется на дискретном представлении функций входа и выхода, то вместо вектор-функций $U^{*}(X)$ и $H^{*}(X)$ используются их узловые значения конечно-элементной аппроксимации – вектора $U^{*}=\left\{U_{p}^{*}\right\}$, $H^{*}=\left\{H_{k}^{*}\right\}$, $p=\overline{1,P}$, $k=\overline{1,K}$.

Например, двухслойная нейросетевая структура, которая связывает компоненты векторов U^{*} и H^{*}, имеет вид [7]:

$$H_{k}^{*}=F\left[\sum_{j=1}^{M}\alpha_{j}^{k}f\left(\sum_{p=1}^{P}\alpha_{jp}U_{p}^{*}+\alpha_{j0}\right)+\alpha_{o}\right], \quad (6)$$

где F, f – функции активации; $\alpha=\left\{\alpha_{j},\alpha_{jp},\alpha_{j0},\alpha_{o}\right\}$, $j=\overline{1,M}$ – вектор весовых коэффициентов, которые настраиваются в процессе обучения нейросети путем удовлетворения критерия (5) на аппроксимации (6) на основе обучающей выборки; H – число нейронов промежуточного слоя. В качестве элементов обучающей выборки выступают решения прямых задач $U(H)$, полученные для заданных векторов H, принадлежащих некоторой области значений $\overline{H}$, $H\in\overline{H}$.

Настроенная сеть дает значения H_{ℓ}^{*} в функции значений U_{ℓ}^{*}, где ℓ – номер элемента обучающей выборки, $\ell=\overline{1,Q}$. Таким образом, сеть описывает дискретизированный обратный оператор с точностью, которую определяет структура сети, качество обучающей выборки, алгоритм настройки весов, выбор активационной функций и т.д. [8].

Здесь возникает вопрос о корректности определения дискретизированной функции $H(U)$ при значениях U_{ℓ}^{*}, не принадлежащих обучающей выборке. Рассмотрим возможные варианты:

1) $U_{\ell}^{*}(H)$, $H\in\overline{H}$ является решением прямой задачи, но не входит в обучающую выборку;

2) $U_\ell^*(H)$, $H \in \overline{H}$ определено с некоторой погрешностью (например, содержит погрешность измерений).

Для каждой подобласти $\Delta\overline{H} \in \overline{H}$, $H_\ell \le \Delta\overline{H} \le H_{\ell+1}$ справедливо $\Delta\overline{H_i} \bigcap \Delta\overline{H_j} \ne 0$, $\bigcup \Delta\overline{H} = \overline{H}$.

Пусть элементы обучающей выборки O_i определены в метрическом пространстве с метрикой $\rho = \|O_d - O_k\|$, $d,k = \overline{1,Q}$ и соответствующими этим элементам значениями H_ℓ и H_k. Тогда можно ввести

$$\rho(O_d, O_k) = \|H_\ell - H_k\|.$$

И.И. Воровичем [4] показано:

при $\rho \le \varepsilon$, если для элемента O_d определяющее его неособое решение U_ℓ существует при $H = H_\ell$, то и для элемента O_k оно также существует, т.е. существует неособое решение $U_\ell + \Delta U_k$, причем

$$\|\Delta U_k\| \le \delta(\varepsilon), \quad \delta(\varepsilon) \to 0 \quad \text{при} \quad \varepsilon \to 0.$$

Следовательно, если существует элемент обучающей выборки O_ℓ и $\left\|\Delta U_k^*\right\| \le \delta(\varepsilon)$, $\delta(\varepsilon) \to 0$, то существует вектор H_k, для которого $\|\Delta H_k\| \le \varepsilon$.

На основании топологической леммы [1], согласно которой при отображении метрического пространства $\overline{H}$ на метрическое пространство $\overline{U}$ и существовании U^* – образа множества $H^0 < \overline{H}$ при этом отображении, если отображение $H \to U$ непрерывно, взаимно однозначно и множество H^0 компактно на $\overline{H}$, то обратное отображение $U^0 \to H^0$ также непрерывно в метрике пространства $\overline{H}$.

Таким образом, если множество элементов обучающей выборки H^0 компактно в $\overline{H}$ и решение U_ℓ – неособое, то условия выше указанной леммы выполняются, и неизвестный вектор H^* может быть определен на всем множестве элементов H^0, для которых выполняется условие

$$a \le \frac{dH^0}{dU} \le b, \quad signa = signb, \quad H^0 \in \overline{H}. \qquad (7)$$

Отсюда следует, что обратный оператор $H(U)$ может быть построен на всей области существования нелинейных решений $U(H)$, за исключением особых точек, т.е. для настроенной нейронной сети на обучающей выборке размерности L, такой, что отображение $U_\ell \to H_\ell$, $\ell = \overline{1,L}$ существует и удовлетворяется условие (7), для $U^* \ne U_\ell$, $U_i \le U^* \le U_{i+1}$, $i \in k_\ell$; $k_\ell = \{1,2,...,L\}$ решение H^* существует и может быть определено однозначно во всей области определения H^0.

Далее рассмотрим второй случай, когда функция $U_\delta^*(X)$ известна с некоторой погрешностью $\delta > 0$, такой, что $\rho\left(U^*(X), U_\delta^*(X)\right) \le \delta$. В этом случае на основании критерия (4) необходимо найти приближение $H_\delta^*(X)$ к решению $H^*(X)$ при известных значениях $U_\delta^*(X)$ и известной величине погрешности δ. Построенное приближение должно обладать свойством устойчивости к малым изменениям $U_\delta^*(X)$. Здесь в качестве решения нельзя использовать квазирешение (5). Для значения $H_\delta^*(X)$, определяемого из (5), решение прямой задачи (1), (2) может и не существовать. Поэтому критерий (5) необходимо изменить так, чтобы он зависел от параметра γ, значение которого надо выбирать в соответствии с погрешностью исходных данных U_δ^*, т.е. так, чтобы при значениях $\delta \to 0$ решение H_δ^* стремилось бы в метрике $\overline{H}$ к точному решению прямой задачи.

Добавим к функционалу в (5) стабилизирующий оператор в соответствии с методом Лагранжа [1]. Тогда

$$H^*(X) = \arg\min_{\alpha} \rho\left(\widetilde{U}(\alpha), U^*\right) + \gamma \alpha^T \alpha \,, \tag{8}$$

где значение параметра γ определяется из условия

$$\rho\left(\widetilde{U}(\alpha,\gamma), U_\delta^*\right) = \delta \,. \tag{9}$$

Решение уравнения (9) строится методом касательных Ньютона.

МОДЕЛИРОВАНИЕ НЕЙРОСЕТЕВОЙ СТРУКТУРЫ

При использовании нейросетевых моделей для реализации процедуры построения обратного оператора для нелинейной модели теории оболочек необходимо решить задачу выбора вектора входов нейронной сети (т.е. способа дискретизации вектора U^*) и определить внутреннюю структуру нейросети.

Выбор способа дискретизации $U_p^*(X),\ p = \overline{1,P}$ определяется свойствами решения прямой задачи, и выбирается путем изменения сетки дискретизации, которая может быть и неравномерной. Аналогично выбирается и способ дискретизации функции $H_k(X),\ k = \overline{1,K}$. При выборе внутренней структуры необходимо определить число скрытых слоев, число нейронов в скрытых слоях и вид активационной функции.

Для решения последней задачи используется метод подбора на основе критерия минимизации ошибки аппроксимации, при этом вид активационной функции определяется видом оператора прямой задачи. Для определения количества слоев и видов связи между нейронами используется генетический алгоритм, который реализуется с помощью процедуры NEAT [9].

Здесь в качестве гена используется структура {нейрон-вход, нейрон-выход, вес соединения}, геном включает список генов-связей. При мутации изменяются как веса, так и структура нейронной сети, причем структурная мутация изменяет размер генома. В ходе эволюции сохраняется информация о происхождении гена. При скрещивании гены с одинаковыми номерами свойств в обеих хромосомах уничтожаются. Структура, сформированная описанным способом, может изменяться путем формирования популяций разных топологий.

Совместимость различных структур определяется путем введения соответствующей метрики. В качестве репродуктивного механизма используется функция приспособляемости. Цель алгоритма – осуществить поиск решения наиболее эффективным способом, что достигается путем минимизации мерности пространства поиска. Процедура NEAT начинает развитие топологии с простой нейронной сети без скрытых слоев нейронов. Новая структура появляется постепенно в результате структурных мутаций.

Описанный алгоритм используется для построения нейронной сети прямого распространения. В качестве функции активации в нейронной сети используется функция гиперболического тангенса

$$f_{act}^{(z)} = th(Az).$$

Для обучения нейронной сети используется метод обратного распространения ошибки [8], построенный на базе минимизации критерия на обучающей выборке:

$$\sum_{j=1}^{L}\left(\underset{i\in out}{U^{(j)}(H_i)}-U^{*(j)}\right)^2\rightarrow \min ,$$

где j – элемент обучающей выборки O_j; L – множество элементов O_i; i – порядковый номер выходного нейрона; out – множество выходных нейронов; $U^{(j)}$ – решения прямой задачи.

Выделим параметры, влияющие на сходимость алгоритма:

1) число элементов O_i, $i=\overline{1,N}$ в обучающей выборке;
2) количество эпох обучения нейронной сети;
3) вероятность скрещивания, мутаций, добавления нейрона, добавления связи и возмущения;
4) начальное приближение для значений весовых коэффициентов.

Основным преимуществом предлагаемого алгоритма является тот факт, что при практическом использовании сети для определения обратного оператора $H=B(U)$ сеть настраивается предварительно на множестве решений прямых задач во всей области изменения свойств модели, включающей множество решений, где $U(H)$ существенно нелинейная функция, имеющая особые точки в виде предельных. После настройки сеть функционирует как идентифицирующая, что позволяет использовать ее в режиме «on-line» при последовательных во времени измерениях.

АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ ЭКСПЕРИМЕНТОВ

Предложенный подход был применен для решения обратных задач восстановления функции нагрузки, действующей на цилиндрическую оболочку ($L/R=4$, $R/h=100$, $E=2\cdot 10^{11}$ *Па*, $\nu=0{,}3$). Оболочка нагружена равномерным внешним давлением, распределенным в пределах полосы с центральным углом φ (угол охвата зоны нагружения), нагрузка изменяется пропорционально параметру λ (амплитуда). Указанные параметры описывают функцию нагрузки, действующую на оболочку, и являются неизвестными обратной задачи.

Характерным для нагружения такого типа является то, что при любых значениях угла нагружения φ оболочка испытывает сильный изгиб, причем напряженно-деформированное состояние является существенно нелинейным уже при низких уровнях нагрузки [10].

Восстановление внешнего воздействия выполнялось в диапазоне значений параметров, близких к критическим значениям.

Результаты решения прямых задач при фиксированных значениях параметров нагружения были получены с использованием пакета прикладных программ, реализующих метод конечных элементов, и нормированы. Из них образованы векторы входных сигналов U, которые впоследствии подавались на входы нейронной сети. Так были сгенерированы данные для обучения и тестирования нейронной сети. Обучающая и тестирующая выборки состояли из 100 решений прямой задачи, полученных для заданных значений параметров λ, φ из диапазонов $0{,}6\le\lambda\le 1{,}4$, $\pi/10\le\varphi\le\pi$. Элементы для обучающей и тестирующей выборок создавались случайным образом по нормальному закону распределения, общее число расчетов делилось в отношении 17:3. Настройка сетей и генетического алгоритма осуществлялась с использованием различных начальных приближений для достижения заданной точности.

На рис. 1, 2 представлены восстановленные значения параметров функции нагрузки – амплитуды λ (результат восстановления приведен на рис. 1) и угла охвата зоны нагружения φ (рис. 2) для тестирующей выборки (по горизонтали показаны порядковые номера элементов выборки). На рисунках кривые, обозначенные сплошной линией, описывают действительные значения параметров нагружения для элементов тестирующей выборки; кривые, обозначенные пунктиром и штрих-пунктиром, – значения параметров нагружения, восстановленные с помощью нейронной сети и при использовании нейронной сети в сочетании с генетическим алгоритмом соответственно.

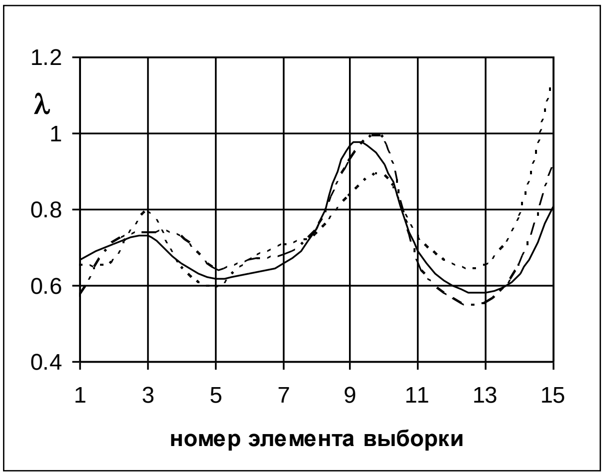

Рис. 1

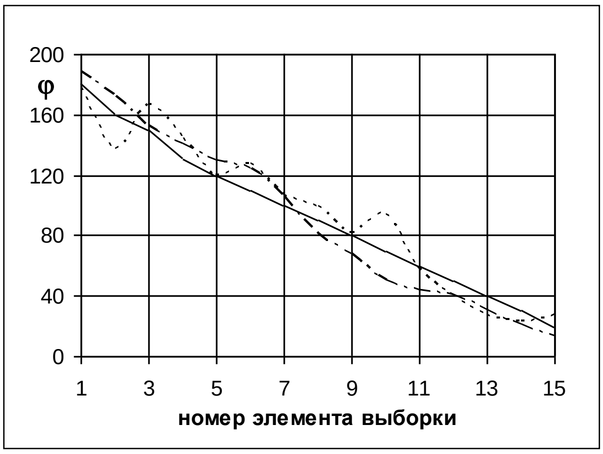

Рис. 2

На рис. 3 и 4 представлены значения погрешностей восстановления параметров функции нагрузки, полученные при восстановлении с использованием нейронной сети (соответствует пунктирная линия) и нейронной сети в сочетании с генетическим алгоритмом (соответствует штрих-пунктирная линия) при разном уровне зашумленности входных данных. Из анализа рисунков видно, что нейронная сеть, построенная с помощью генетического алгоритма, дает меньшую погрешность восстановления параметров функции нагрузки по сравнению с обычной нейронной сетью. При этом существуют области значений параметров нагрузок (вблизи особых точек решений прямых задач), где погрешности восстановления отличаются в 2 раза, т.е. нейросетевой алгоритм здесь не настраивается.

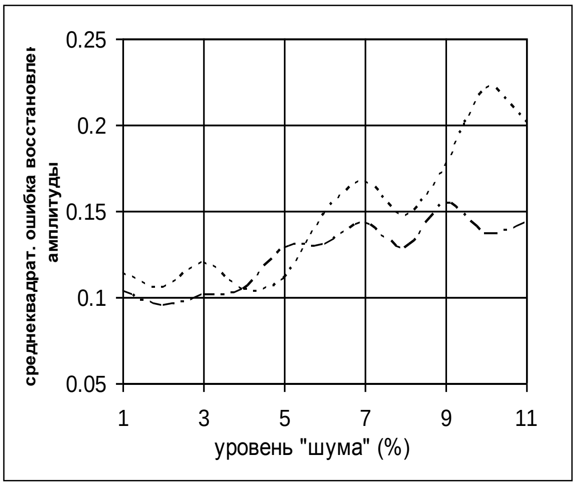

Рис. 3

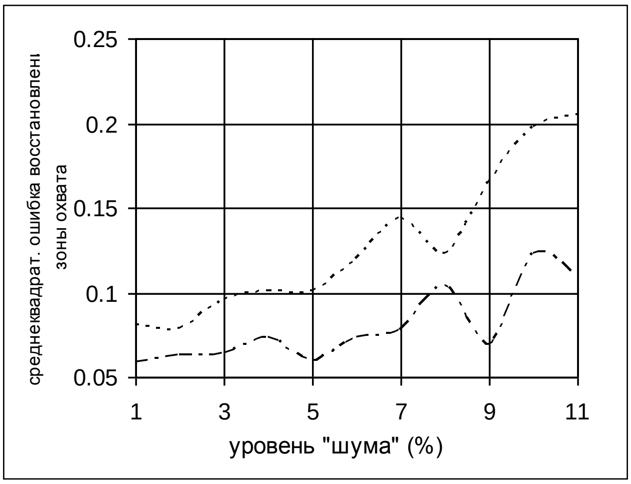

Рис. 4

Была проведена оценка влияния на результаты решения рассмотренной обратной задачи погрешности входных данных, которая всегда имеет место при измерениях перемещений или деформаций. На рис. 5-8 представлены результаты восстановления параметров действующей нагрузки при случайном изменении значений в векторе U^* на 5% и 10%;

рис. 5, 6 иллюстрируют результат идентификации параметров функции нагрузки с использованием нейронной сети и нейронной сети в сочетании с генетическим алгоритмом при наличии в измерительной системе «шума» на уровне 5%; рис. 7, 8 – результаты идентификации с присутствием «шума» на уровне 10%. На рис. 5-8 сплошной линией обозначены действительные значения восстанавливаемых параметров, пунктирной линией – результат восстановления с использованием нейронной сети, штрих-пунктирной линией – результат с использованием нейронной сети в сочетании с генетическим алгоритмом.

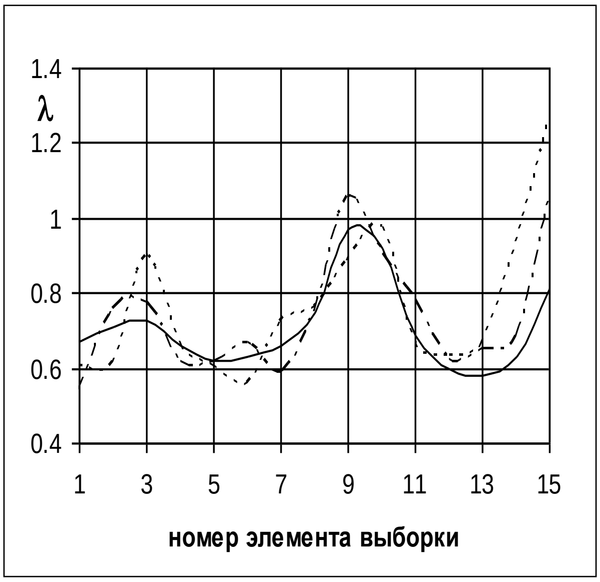

Рис. 5

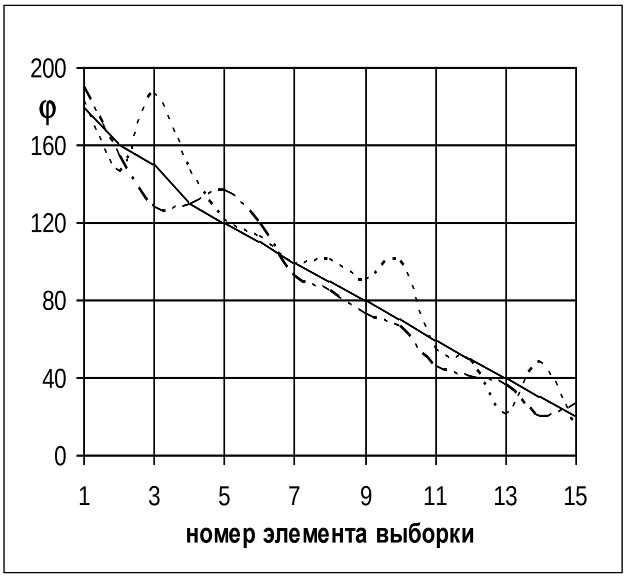

Рис. 6

Из анализа рисунков видно, что при использовании нейронной сети, структура которой определяется с помощью генетического алгоритма, значения параметров нагружения, восстановленные по возмущенным данным, являются близкими к действительным значениям. С увеличением уровня «шума» в измерительной системе погрешность восстановления незначительно увеличивается. Таким образом, предложенные методы идентификации являются робастным по отношению к внешним возмущениям входных данных и позволяют получить устойчивое решение обратной задачи.

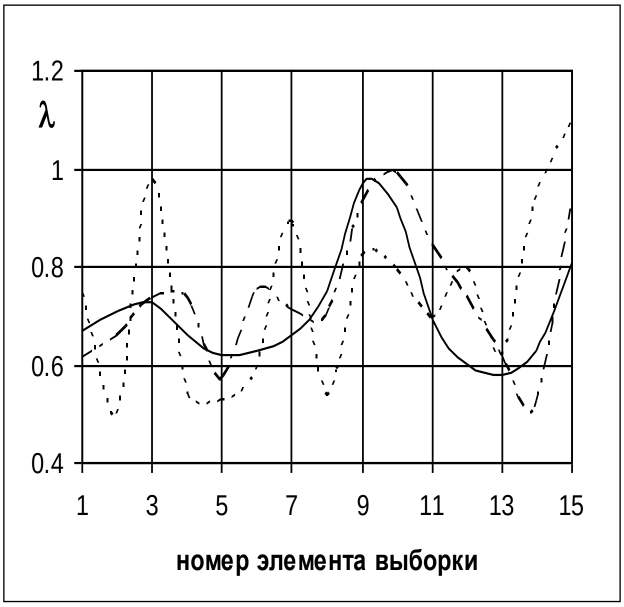

Рис. 7

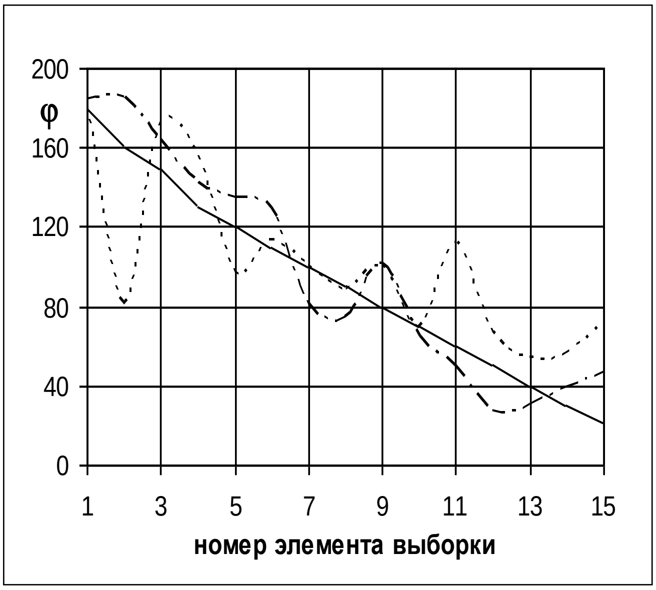

Рис. 8

Был проведен анализ влияния элементов обучающей выборки, соответствующих диапазону значений параметра λ близкому к особой точке решения $U(\lambda)$. Была проведена настройка сети при наличии обучающих элементов, близких к критическим значениям параметра нагружения ($0{,}6\lambda_{крит} \le \lambda \le 0{,}95\lambda_{крит}$) и далеких от него ($0{,}1\lambda_{крит} \le \lambda \le 0{,}4\lambda_{крит}$).

Настройка обоих алгоритмов показала, что в первом случае алгоритмы имеют различную способность к настройке и последующей идентификации, а во втором – дают практически одинаковые результаты при идентификации.

ВЫВОДЫ

Показана возможность использования искусственных нейронных сетей для решения задачи идентификации функции нагружения. Синтезированная многослойная нейронная сеть и сеть, структура которой определяется с использованием генетического алгоритма, позволяют обеспечить достаточную точность идентификации функции нагрузки в зависимости от пространственных координат; предложенный метод идентификации является робастным по отношению к внешним возмущениям входных данных и позволяет получить устойчивое решение обратной задачи.

ЛИТЕРАТУРА

1. Тихонов А. Н. Методы решения некорректных задач / А. Н. Тихонов, В. Я. Арсенин. — М. : Наука, 1979. — 386 с.
2. Ободан Н. І. Обернена задача визначення зовнішніх навантажень при деформації тонкостінних оболонок / Н. І. Ободан, Н. А. Гук // Вісник Київського національного університету ім. Т. Шевченка. Серія : фізико-математичні науки. — 2011. — №1. — С. 47-50.
3. Баранов И. В. Об одном генетическом алгоритме и его применении в обратных задачах идентификации упругих сред / И. В. Баранов, А. О. Ватульян, А. Н. Соловьев // Вычислительные технологии. — 2006. — Т. 11, №3. — С. 14-26.
4. Ворович И. И. Математические проблемы нелинейной теории пологих оболочек / И. И. Ворович. — М. : Наука, 1989. — 373 с.
5. Bathe K. Numerical method in finite element analysis / K. Bathe, E. L. Wilson. — М. : Наука, 1985. — 648 с.
6. Горбань А. Н. Обучение нейронных сетей / А. Н. Горбань. — М. : Изд. СССР-США СП «Параграф», 1990. — 160 с.
7. Егупов Н. Д. Методы робастного, нейронечеткого и адаптивного управления / Н. Д. Егупов. — М. : МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2002. — 744 с.
8. Хайкин С. Нейронные сети: полный курс / С. Хайкин; 2-е издание : пер. с англ. — М. : Издательский дом «Вильямс», 2006. — 1104 с.
9. Kenneth O. Stanley. Evolving Neural Networks Through Augmenting Topologies / Kenneth O. Stanley, Risto Miikkulainen // Evolutionary Computation. — 2002. — 10(2). — P. 99-127.
10. Андреев Л. В. Устойчивость оболочек при неосесимметричной деформации / Л. В. Андреев, Н. И. Ободан, А. Г. Лебедев. — М. : Наука, 1988. — 208 с.

REFERENCES

1. Tihonov, A.N. and Arsenin, V.Ya. (1979), Metody reshenija nekorrektnyh zadach [Methods for solving ill-posed problems], Nauka, Moskow, Russia.
2. Obodan, N.I. and Guk, N.A. (2013), “The inverse problem of determining the external loads during deformation of thin shells”, Visnyk Kyi'vs'kogo nacional'nogo universytetu im. T. Shevchenka. Serija: fizyko-matematychni nauky, no. 1, pp. 47-50.
3. Baranov, I.V., Vatul'jan, A.O. and Solov'ev, A.N. (2006)? “Genetic algorithm and its application to inverse problems of identification of elastic media”, Vychislitel'nye tehnologii, vol. 11, no. 3, pp. 14-26.
4. Vorovich, I.I. (1989), Matematicheskie problemy nelinejnoj teorii pologih obolochek [Mathematical problems of the shallow shells nonlinear theory], Nauka, Moskow, Russia.
5. Bathe, K. and Wilson, E.L. (1985), Numerical method in finite element analysis, Nauka, Moskow, Russia.
6. Gorban', A.N. (1990), Obuchenie nejronnyh setej [Neural network training], USSR-USA SP “Paragraf”, Moskow, Russia.
7. Egupov, N.D. (2002), Metody robastnogo, nejronechetkogo i adaptivnogo upravlenija [Robust, neuro and adaptive control methods], MGTU im. N.Je. Baumana, Moskow, Russia.
8. Haykin, S. (2006), Nejronnye seti: polnyj kurs [Neural networks: a complete course], second edition, translated from English, Izdatel'skij dom “Vil'jams”, Moskow, Russia.
9. Stanley, K.O. and Miikkulainen, R. (2002), “Evolving Neural Networks Through Augmenting Topologies”, Evolutionary Computation, 10(2), pp. 99-127.
10. Andreev, L.V., Obodan, N.I. and Lebedev, A.G. (1988), Ustojchivost' obolochek pri neosesimmetrichnoj deformacii [Stability of shells with no axisymmetric deformation], Nauka, Moskow, Russia.

УДК 534.1 : 539.3

О СВОБОДНЫХ КОЛЕБАНИЯХ ОСЦИЛЛЯТОРА ЭКСПОНЕНЦИАЛЬНО ПЕРЕМЕННОЙ МАССЫ

Ольшанский В. П., д. ф.-м. н., *Ольшанский С. В., к. ф.-м. н.

Харьковский национальный технический университет сельского хозяйства,
ул. Артема, 44, Харьков, 61002, Украина
**Национальный технический университет «Харьковский политехнический институт»,*
ул. Фрунзе, 21, Харьков, 61002, Украина

stasolsh77@gmail.com

Построено в функциях Бесселя аналитическое решение задачи о свободных колебаниях осциллятора экспоненциально переменной массы без учёта силы трения. Проанализировано влияние реактивной силы на процесс движения. Определены условия, при выполнении которых колебания осциллятора затухают даже при отсутствии сил трения.

Ключевые слова: свободные колебания, переменная масса, реактивная сила, специальные функции.