

## СОВРЕМЕННЫЕ ТЕНДЕНЦИИ РАЗВИТИЯ САПР В МЕХАНИКЕ

Козлова О. С., аспирант, Гоменюк С. И., д. т. н., профессор

*Запорожский национальный университет,  
ул. Жуковского, 66, г. Запорожье, 69600, Украина*

oskozlova@gmail.com, serega78@gmail.com

В данной работе предложен обзор основных САПР-систем с точки зрения основных возможностей и используемых методов для проведения анализа. В обзор включено как коммерческое программное обеспечение, так и свободно распространяемые пакеты программ. Рассмотрены этапы автоматизированного инженерного анализа и возможности каждой системы. Определен один из путей развития САПР-систем.

*Ключевые слова: САПР, моделирование, метод конечных элементов, бессеточный метод, обзор.*

## СУЧАСНІ ТЕНДЕНЦІ РОЗВИТКУ САПР У МЕХАНІЦІ

Козлова О. С., аспірант, Гоменюк С. І., д. т. н., професор

*Запорізький національний університет,  
вул. Жуковського, 66, м. Запоріжжя, 69600, Україна*

oskozlova@gmail.com, serega78@gmail.com

У наведеній роботі запропоновано огляд основних САПР-систем з точки зору основних можливостей та методів, що використовуються в процесі аналізу. Огляд містить як комерційне програмне забезпечення, так і вільно-розповсюджені програмні комплекси. Розглянуті загальні етапи автоматизованого інженерного аналізу та можливості кожної системи. Визначено один з можливих шляхів розвитку САПР-систем.

*Ключові слова: САПР, моделювання, метод скінченних елементів, безсітковий метод, огляд.*

## MODERN TRENDS OF CAD/CAE DEVELOPMENT IN MECHANICS

Kozlova O., postgraduate Gomenyuk S., D.Sc. in Engineering, professor

*Zaporizhzhya National University,  
Zhukovsky str., 66, Zaporizhzhya, 69600, Ukraine*

oskozlova@gmail.com, serega78@gmail.com

Today were published a lot of papers devoted to the review of existing CAD-systems, comparing them based on various criteria and attempt to find the best system. The CAE-systems are the most interesting for constructing mathematical models and numerical calculations. There are a large numbers of both national and foreign CAE-systems.

The aim of this article is a brief/summary overview of the existing CAD, their methods for creating models of complex geometric objects and calculation of the stress-strain state. Also to investigate the possibility of using meshfree approach.

This overview included proprietary systems ANSYS, LS-DYNA, NASTRAN (MSC.Nastran), Patran, NX AdvancedSimulation, CreoParametric (Pro/ENGINEER), CATIA, ABAQUS, COSMOS, ADINA, HyperWorks, COMSOL Multiphysics, LIRA, MIRELA, FORTU. These systems solve a lot of problems in the modeling of physical processes, for example, the strength analysis of construction and stress-strain state, liquids and gases flowing, and more. All these systems and modules use finite-element methods for solving problems. The most widespread CAE-systems have the ability to import/export data from other systems. Multifunctional module NX AdvancedSimulation from Siemens supports several third-party solvers, such as ABAQUS, ANSYS, LS-DYNA and MSC.Nastran. It should be noted that Patran can generate finite element meshes based on other one, without geometric models, as well as the creation of geometric models for finite element meshes. Moreover, in CreoParametric it is possible to dynamically stretch, rotate, scale control mesh for adding detail in a free modeling. Particular attention is paid to the fact that the modern version of LS-DYNA provides an opportunity to use smoothed particle hydrodynamics method, meshless Galerkin's method and combining mesh and meshfree domains. In solving process all systems allow user to set the mesh parameters and to choose the type of finite elements. These CAE-systems give the opportunity to simulate different types of materials. They have graphical tools for analyze the results and create a computational model. Moreover, some CAE systems include built-in-language and propose an opportunity for developing user's modules. For example, FORTU-FEM, MSC.Nastran, ABAQUS, HyperWorks. It should be allocated MFree2D and Scan&Solve because they use meshfree approach for solving problems.

The second part of overview is devoted to such an open source systems as SALOME, Tahoe, Elmer, FreeFem++, CalculiX. These software commonly used in educational and scientific organizations. This software uses finite element

methods and can be integrated with commercial systems but they have an open source which allows to develop them and realize users methods.

At the present time meshfree (meshless) methods are rapidly developing for solving physical problems, because in some problems the finite-element method (FEM) have such a limitations and meshfree methods allow us circumvent it and achieve the desired accuracy. This article is devoted to general description of the meshfree methods and its use in CAD-systems.

The calculation procedure for meshfree methods is the same as FEM procedure. Significant difference between these two methods is mesh (FEM) or nodes (meshfree) creation and the definition of the shape function. With a comparable number of nodes meshfree methods require more computational time compared with FEM, but give more accurate results in comparison with the linear FEM. These techniques have relative ease in creating a set of nodes and less dependence on the mesh quality. They can be applied in adaptive analysis where is required multiple re-meshing. This combination of properties allows meshfree methods to identify them as promising in a number of classic engineering problems, as well as the simulation of large deformations, cracks or fracture propagation material with a lot of fragments.

Consequently, meshfree methods of calculation can be implemented in existing CAE, based on the realized functionality for constructing geometric models. The CAD development in this direction is perspective, because it allows to escape from the typical disadvantages of the finite element approach and reduce computational cost.

*Key words: CAD, modelling, finite-element method, meshfree method, review.*

## ВВЕДЕНИЕ

В наши дни развитие техники достигло высоких темпов и значительного распространения в повседневной жизни. Инженерные конструкции, сооружения, установки и машины все больше усложняются, и в данный момент уже не стоит вопрос о необходимости использования систем автоматизации в процессе проектирования. Оценка прочности и надежности фактически становится невозможной или же очень трудоемкой без автоматизации, поэтому возникает острая необходимость в разработке и развитии уже существующих систем автоматизированного проектирования (САПР), с целью увеличить их эффективность и точность, расширить возможности и область применения, усовершенствовать вычислительные методы расчета.

Одной из важнейших задач, решаемых САПР, является построение и анализ математической модели инженерной конструкции или физического процесса. САПР реализуют, в частности, и автоматизацию решения задач механики деформируемого твердого тела с использованием численных методов. Численные методы исследования напряженно-деформированного состояния основываются на переходе от сплошной модели твердого тела к дискретной, что само по себе является достаточно сложным и неоднозначным процессом. Наиболее распространенными численными методами на сегодняшний день являются метод конечных элементов (МКЭ) и метод граничных элементов (МГЭ), а также перспективные активно развивающиеся бессеточные методы.

**Целью** статьи является краткий обзор существующих САПР, используемых ими методов для построения сложных геометрических объектов и расчета напряженно-деформированного состояния, а также анализ возможности использования бессеточной технологии.

## ОБЗОР САПР

Начало разработки САПР-систем пришлось на 1950-е гг., что совпало с активным развитием численных методов и компьютерной техники. Часть разработанных ранее систем утратила свою актуальность, а некоторые, такие как ANSYS, NASTRAN, CATIA все еще удерживают лидирующие позиции [1]. На сегодняшний день опубликовано достаточно много работ, посвященных обзору возможностей существующих САПР систем, их сравнению на основе различных критериев и попытке объективно оценить, какая же система лучше [2-6].

Все множество разработанных САПР систем для машиностроения и строительства можно условно разделить по целевому назначению на несколько классов:

- CAD (computer-aided design/drafting) – средства автоматизированного проектирования чертежей и геометрического моделирования;
- CAM (computer-aided manufacturing) – средства автоматизированной технологической подготовки производства;

- CAE (computer-aided engineering) – средства автоматизации инженерных вычислений и анализа прочности и надежности [7].

С точки зрения построения математической модели и проведения численного расчета, наиболее интересными являются CAE-системы. Рассмотрим более подробно процедуру проведения анализа CAE-системой, которую в общем случае можно разделить на три этапа:

- построение геометрической модели по CAD-данным (выполняет так называемый пре-процессор);
- анализ модели с помощью специализированного решателя (выполняет процессор);
- анализ и визуализация результатов расчетов математической модели (выполняет пост-процессор) [7].

В настоящее время разработано очень большое количество как отечественных, так и зарубежных САПР систем, которые относятся к средствам класса CAE. Среди них наиболее популярны ANSYS, NASTRAN, PATRAN, ABAQUS, LS-DYNA, CATIA, PRO/ENGINEER, ADINA, COSMOS, MECHANICA, HyperWorks, ЛИРА, ПРОЧНОСТЬ, КОДЕТОМ, МИРЕЛА+, FORTU и ряд других [1-5]. Большинство этих систем использует метод конечных элементов для расчета, а также общим является наличие графических средств анализа результатов и создания расчетной модели. Рассмотрим более подробно некоторые из них, а именно методы, применяемые при решении задач механики.

Широкое распространение в области автоматизации инженерных расчетов получила американская программа конечно-элементного анализа **ANSYS**. Она позволяет решать широкий класс различных задач, среди которых пространственные задачи статического и динамического нагружения, механики разрушений и прочее. Инструменты моделирования включают в себя полный набор линейных и нелинейных элементов, широкий круг материалов и возможность выбора способа решения. При решении задач механики деформируемых твердых тел существует возможность параметризации, что позволяет учитывать изменение конструкции. Также в рамках данной системы разработаны инструменты для создания сеток, что позволяют генерировать сеточные модели для разных типов анализа. Каждый из сеточных методов удовлетворяет специфическим требованиям той или иной области (механика деформируемых твердых тел, динамика текучих сред, электромагнетизм и др.) и позволяет использовать упрощенную постановку задачи (оболочечные, двумерные и балочные модели) [8, 9].

Программный комплекс **LS-DYNA** вначале был самостоятельным, однако с 1996 года он встроен в пакет ANSYS в качестве решателя, а в 2006 году вошел в состав программ MD NASTRAN. В данный момент поддерживается как решатель (процессор) несколькими лидерами САПР, например, возможно создание конечно-элементной модели в системе ANSYS и дальнейший ее расчет в LS-DYNA. Программа решает широкий класс задач, включая трехмерные нелинейные динамические задачи механики деформируемого твердого тела, механики жидкости и газа, теплопереноса и др. Современная версия программы предоставляет возможность использовать явный и неявный МКЭ, с построением сеток различного типа, бессеточный метод сглаженных частиц, бессеточный метод, основанный на методе Галеркина, а также комбинирование сеточных и бессеточных областей. LS-DYNA имеет процедуры автоматической перестройки и сглаживания конечно-элементной сетки при вырождении элементов, широкий набор моделей материалов, позволяет пользователю программировать [5, 10, 11].

В 2013 году исполняется 50 лет с момента создания системы конечно-элементного расчета и анализа конструкций **NASTRAN**, которая и сегодня не теряет своих лидерских позиций в области САПР. NASTRAN предоставляет возможность расчета напряженно-деформированного состояния, запасов прочности, собственных частот и форм колебаний, анализ устойчивости, исследование установившихся и неустановившихся динамических процессов, решение задач теплопередачи, анализ сложного контактного взаимодействия и др. В данной системе предусмотрена возможность моделирования различных типов материалов, включая композитные и гиперупругие. В состав расширенных функций входит

технология суперэлементов (подконструкций), включая продвинутое методы динамических конденсаций, модальный синтез и развитые методы анализа динамики сложных структур на основе суперэлементов [5]. В одной из коммерческих версий системы **MSC.Nastran** решение задач можно проводить в полностью автоматическом режиме или же пошагово, а для сохранения высокой точности в случае криволинейной геометрии возможно применять элементы супервысокого порядка аппроксимации. Также неоспоримым достоинством является встроенный макроязык для создания пользовательских приложений и возможность интеграции полученных данных с другими системами [12].

Данный обзор был бы неполным без рассмотрения программного продукта с открытой архитектурой **Patran**, который является интегрирующей средой для различных автоматизированных систем проектирования, моделирования, анализа и оценки результатов. Программный продукт **Patran** обеспечивает импорт геометрических моделей из CAD-систем, создание расчетных моделей, запуска их на расчет, графическое отображение и обработку полученных результатов. Предоставляет прямой доступ к наиболее популярным в мире «тяжелым» программным пакетам автоматизированного проектирования: CATIA, NX, Pro/ENGINEER. Существуют также инструменты для создания, редактирования и контроля качества конечно-элементных сеток, а также специализированные модули для генерации сеток на сложных областях. Кроме этого, **Patran** обладает и некоторыми уникальными возможностями в области работы с КЭ сетками. Например, это генерация КЭ сеток на основе других КЭ сеток, без использования геометрических моделей, а также создание геометрических моделей на КЭ сетках. В этой программной системе **Patran** предоставляет обширный набор возможностей для задания нагрузок, граничных условий, свойств материалов и элементов, параметров расчета, а также для визуализации, обработки и преобразования результатов счета. Имеются также возможности запуска расчёта (в том числе удаленного и в гетерогенных компьютерных сетях, включая многопроцессорные режимы работы), отслеживания и контроля процесса решения задач [5, 6, 13].

Еще одним из лидеров на современном рынке пакетов конечно-элементного анализа является разработка фирмы Siemens, а именно, многофункциональный модуль **NX AdvancedSimulation**, который является частью системы NX CAE. Сама система NX CAE является многодисциплинарной средой, которая включает средства для создания расчетной модели, выполнения моделирования и управления данными [14]. Модуль **NX AdvancedSimulation** включает в себя широкий набор необходимых средств для создания и изменения расчетной модели. Для решения задач деформируемого твердого тела в данном модуле используется метод конечных элементов, который состоит из нескольких этапов: создание геометрической модели, создание конечно-элементной модели, создание расчетной модели, численное решение задачи, анализ полученных результатов. При создании конечно-элементных моделей, данный пакет дает возможность автоматического создания и ручного применения граничных условий и нагрузжений, средства проверки расчетной модели. Поддерживает несколько широко используемых решателей сторонних разработчиков, в частности ABAQUS, ANSYS, LS-DYNA и MSC.Nastran. Одной из особенностей работы в **NX AdvancedSimulation** с математической расчетной моделью является разделение расчетной и конечно-элементной модели. **NX AdvancedSimulation** создает конечно-элементные модели высокого класса с экономией количества элементов и дает возможность использовать полный набор существующих типов конечных элементов при больших возможностях управления разбиением. Для повышения качества модели существует собственный инструмент, а также возможность автоматического отслеживания внесенных в геометрию и модель изменений с автоматическим обновлением расчетной модели до актуального состояния. Возможно использование геометрических данных из других CAD-систем. **NX AdvancedSimulation** дает возможность проводить численное моделирование не только для отдельных конструкций, но и для нескольких деталей, объединенных в единую сборку [15].

Система **CreoParametric (панель Pro/ENGINEER)** является мощным продуктом САПР, объединяющим в себе модули для полного набора решений CAD/CAM/CAE на единой интегрированной платформе. Используемые этой системой элементы моделей, узлов и

модули программы имеют параметрическую связь. Также хранится история создания модели и узла. Сетка поверхностей управляется с применением подхода многоуровневого свободного моделирования, что позволяет выполнять более точную детализацию без изменения существующей формы. В CreoParametric существует возможность динамически вытягивать, вращать, масштабировать и нормировать относительно экрана контрольную сетку для добавления деталей в режиме свободного моделирования. Эта система также позволяет подключать при необходимости новые модули и расширять функциональные возможности [16].

Достаточно популярной системой верхнего уровня САПР является **CATIA**, которая реализует полный цикл проектирования от создания эскиза до получения чертежей и документации. Спектр решаемых этой системой задач является очень широким, но наиболее интересным с точки зрения применяемых вычислительных методов является, например, модуль CATIA FEM Solid (FMD). Этот модуль усиливает возможности анализа за счет новых возможностей генерации сетки, а также дополняет генератор сетки CATIA Generative Part Structural Analysis 2 (GPS) средствами контроля спецификации сетки и тетрадным заполнителем для целей создания сетки в сложных формах [17].

Программный конечно-элементный комплекс **ABAQUS** является универсальной системой, предназначенной для проведения конечно-элементного анализа сложных линейных и нелинейных инженерных систем. Данный комплекс имеет собственный препостпроцессор ABAQUS/CAE и может быть интегрирован практически со многими CAD-системами и другими программными продуктами. С 2005 года этот комплекс является частью системы CATIA, а несколько позже и частью универсальной среды моделирования SIMULIA. В комплексе ABAQUS предусмотрен встроенный язык программирования PYTHON, позволяющий создавать собственные подпрограммы и графические оболочки. [6, 18, 19].

Одним из распространенных пакетов класса CAE является американская разработка **COSMOS**, использующая в качестве основы всех алгоритмов – метод конечных элементов. Данный пакет программ решает достаточно широкий круг задач, а именно: задачи механики твердого тела (статические и динамические, учет устойчивости конструкций и временного фактора, усталостная прочность), тепловые процессы, газовой динамики и другие. Ключевой модуль данного пакета включает в себя реализацию всех шагов МКЭ, при этом пользователь имеет возможность самостоятельно устанавливать параметры расчета, параметры дискретизации, а размерность задачи ограничивается лишь вычислительными ресурсами. COSMOS/Works позволяет передавать результаты вычислений в системы ANSYS и MSC/NASTRAN, а также импортировать геометрические модели из многих CAD-систем [6, 20].

**ADINA** пакет программ, разработанный изначально для проведения линейного и нелинейного конечно-элементного анализа сплошных тел и структур, решения задач теплопереноса и электромагнетизма. ADINA также предлагает широкий спектр возможностей для решения задач прочности конструкций, теплообмена, течения жидкости и газа, и связанных с ними задач [21]. Некоторые из нелинейных структурных возможностей анализа ADINA входят в одну из реализаций САПР NX Nastran. Конечно-элементные процедуры, применяемые в данной системе, отличаются надежностью и эффективностью, а модули программы включены в единую программную среду. Расчет статической и динамической прочности твердых тел и конструкций проводится модулем ADINA Structures, позволяющим учитывать большие деформации, контакт и нелинейность, выбирать различные типы конечных элементов, учитывать различные модели поведения материалов и контактного взаимодействия. Другой модуль этого пакета ADINA UserInterface (AUI) предоставляет пользователю возможность самому редактировать геометрические и конечно-элементные модели, проводить визуализацию результатов расчета. Этот модуль предоставляет возможность импортировать геометрию объекта из других CAD-систем, а на этапе генерации сеток возможно выбирать вид сетки, размер элементов, а также генерировать несколько сеток для одного объекта. ADINA также позволяет обмениваться данными с программными комплексами I-DEAS и MSC.Patran [22].

Одним из лидеров рынка САПР-систем последние несколько лет является компания AltairEngineering с CAE-платформой **HyperWorks**. Платформа предоставляет инструменты для создания высококачественных конечно-элементных сеток сложных конструкций, конечно-элементного моделирования, анализа, визуализации, анимации и управления данными для стационарных и нестационарных задач, для линейных и нелинейных задач, задач структурной оптимизации, изучения взаимодействия рабочей среды с конструкцией и динамики составных структур [23]. В рамках данной системы разработан модуль AltairHyperMesh, который открывает широкие возможности для автоматического построения и анализа сеток, с выбором типа конечного элемента. Разработаны также инструменты для оперативного изменения конечно-элементной модели и типа сетки, интеграции данных в форматы ведущих CAD-систем. Решателем нового поколения в составе этой платформы является модуль RADIOSS, который позволяет выполнять конечно-элементное моделирование для линейных и нелинейных задач различных областей механики. Включает полный набор элементов, материалов, граничных условий, а также возможности работы с контактными задачами, композитными материалами и др. Также в составе данной платформы существует модуль HyperMath, который позволяет пользователю выполнять выборочные математические операции, включая данные пре- и постпроцессинга CAE-систем. Также, в рамках описанного модуля, разработан высокоуровневый язык программирования, позволяющий дополнительно расширять функциональные возможности вычислений [24].

Пакет конечно-элементного анализа **COMSOL Multiphysics** позволяет численно моделировать процессы, связанные с решением дифференциальных уравнений в частных производных, включая мультифизические задачи. COMSOL Multiphysics включает средства для геометрических построений, генераторы сетки, решатели и постпроцессор. Поддерживает импорт геометрии из других CAD-систем, а также включает модули, позволяющие взаимодействовать с другими программами, включая MATLAB, Pro/ENGINEER, Creo Parametric и другие. Более новые версии пакета поддерживают вычисления на кластерах. [25, 26]

**MFree2D** является бесплатным программным продуктом, использующим бессеточный подход и разработанный одним из ведущих специалистов в этой области, профессором G.R.Liu и его сотрудниками. MFree2D предназначен для двумерного анализа напряжений и деформаций в механике деформируемого твердого тела и строительной механике при статических и/или динамических нагрузках с процессом теплообмена. Программное обеспечение состоит из трех основных процессоров: MFreePre, MFreeApp и MFreePost. MFreePre – это препроцессор, создающий входные данные для MFreeApp, который в свою очередь выполняет вычисления и выдает свои результаты, передаваемые затем MFreePost для пост-обработки. Преимуществом данного программного продукта является полностью автоматическая дискретизация исследуемой области и использование адаптивных методов уточнения для достижения желаемой точности [27].

В данном обзоре необходимо упомянуть программное обеспечение **Scan&Solve**, разработанное компанией Intact Solutions для инженерного анализа. Особенностью этого пакета является запатентованная бессеточная технология, что позволяет избавиться от ограничений, связанных с построением сетки при проведении конечно-элементного анализа. Основная идея Scan&Solve – создать отдельно геометрическое и физическое представления модели и объединить их только в случае необходимости, без преобразования данных или всегда использовать наиболее подлинное доступное представление [28].

Украино-российская разработка в виде программного комплекса **ЛИРА** предназначена для проектирования и расчета строительных и машиностроительных конструкций. Для расчета модели данный комплекс имеет несколько процессоров: линейный (работа материала конструкций в линейно-упругой постановке) и нелинейный (учитывает физическую нелинейность материала в рамках теории упругости и в упруго-пластической постановке, геометрическую нелинейность и конструктивную нелинейность), а также вспомогательные процессоры (используются для исследования основной расчетной модели). Расчетные

процессоры используют МКЭ в перемещениях для определения напряженно-деформированного состояния конструкции с большим выбором конечных элементов. Согласно описанию, при дискретизации рассматриваемых объектов и переходе к системам уравнений, данный программный комплекс не накладывает ограничения на количество узлов и элементов, что позволяет добиться высокой точности [29].

Отечественный программный комплекс **МИРЕЛА+**, разработанный под руководством профессора Киричевского В.В., является развитием системы **КОДЕТОМ** и позволяет автоматизировать проектирование сложных конструкций из эластомерных материалов и анализировать напряженно-деформированное состояние. Решение задач проводится методом конечных элементов [1, 30].

Программный комплекс **FORTU-FEM** разработан для автоматизации анализа сложных механических процессов на базе МКЭ и позволяет решать широкий класс задач машиностроения. Эта САПР позволяет генерировать в автоматическом режиме дискретные модели сложных трехмерных тел, проводить конечно-элементный анализ и визуализировать результаты. Данный программный комплекс имеет встроенный объектно-ориентированный язык программирования FORTU-3, который является методом описания общей постановки задачи и метода ее расчета. В процессе расчета пользователь имеет возможность выбирать тип конечного элемента, вид функционала, который минимизируется. В состав FORTU-FEM входят две подсистемы: подсистема дискретизации произвольной геометрической области на конечные элементы и подсистема анализа, позволяющая эффективно исследовать полученные численные результаты [31].

Последние несколько лет все большую популярность приобретают пакеты программ с открытым исходным кодом, такие, например, как **SALOME**, **Tahoe**, **Elmer**, **FreeFem++**, **CalculiX**. Представленные программные продукты являются альтернативой коммерческим САПР, объясняют их популярность среди образовательных и исследовательских организаций. Дополнительным преимуществом таких программ можно назвать возможность пользователя реализовывать свои алгоритмы анализа, не прибегая к созданию модулей пре- и постпроцессора.

Свободно-распространяемую платформу **SALOME** нельзя назвать полноценной CAE-системой, однако оригинальная ее идея и возможность создавать собственный функционал заслуживают внимания. SALOME включает в себя лишь функции пре- и постпроцессора, при этом сам процессор (решатель) хоть и отсутствует, но может подключаться за счет сторонних модулей (например ANSYS). Такая структура вполне объясняется и задуманным предназначением платформы – создать унифицированную среду для обработки исходных и полученных данных вне зависимости от используемого решателя. Таким образом, с одной стороны SALOME можно использовать как отдельное приложение, с другой – как платформу для создания собственной полноценной САПР. Платформа имеет внутренний язык Python, а также предоставляет возможность написания сценариев и модулей на C++ [32, 33].

Одним из программных комплексов с открытым исходным кодом является **Tahoe**. Эта научно-ориентированная платформа разрабатывается для развития численных методов и моделей материалов. Целью Tahoe является моделирование напряжений и деформаций в ситуациях, которые не могут быть обработаны с помощью стандартных методик моделирования сплошных тел, например, разрушение материала. Помимо коллекции стандартных конечных элементов, Tahoe включает возможности бессеточного моделирования и методы частиц. Tahoe включает возможности для моделирования разрушения, а также способен выполнять статический и динамический анализ в сочетании с физическим двух- и трехмерным анализом. Имеет возможности поддерживать параллельное выполнение [34]. Пример использования этого программного комплекса, совместно с ABAQUS для моделирования приведен в работе [35].

**Elmer** является программным комплексом с открытым исходным кодом для моделирования мультифизических процессов. Предполагалось, что этот программный продукт будет

использован в образовании и научных исследованиях, где ключевую роль играют вычислительная эффективность и гибкость. Используя МКЭ, Elmer моделирует задачи гидродинамики, строительной механики, электромагнетизма, теплопереноса и акустики. Этот программный комплекс имеет модульную архитектуру и включает в себя средства для создания сеток, решения задач и дальнейшей визуализации результатов. Решатель ElmerSolver поддерживает параллельные вычисления и методы граничных элементов [36].

Интегрированная среда **FreeFem++** предназначена для численного решения уравнений в частных производных с помощью МКЭ. Средства этой среды дают возможность решать линейные и нелинейные мультифизические задачи в двух- и трехмерных областях. FreeFem++ включает современный автоматический генератор сеток с возможностью адаптации; быстрый алгоритм интерполяции, основанный на 2D-деревьях и возможности манипулирования данными на нескольких сетках в одной задаче. Содержит набор треугольных конечных элементов и широкий выбор реализованных алгоритмов решения систем линейных алгебраических уравнений. Имеет свой собственный высокоуровневый язык программирования, который подобен языку программирования C++ [37].

Возможности программы конечно-элементного анализа **CalculiX** охватывают широкий класс задач, таких, как линейные и нелинейные задачи статики и динамики, теплопередача, термомеханический анализ и другие. Поддерживает широкий выбор поведения материала, видов нагрузок, граничных условий, и множество конечных элементов. Имеет несколько решателей для систем линейных алгебраических уравнений. Пре- и постпроцессор поддерживает различные внешние решатели [38].

Анализируя приведенные выше САПР, можно сделать вывод, что для решения многих инженерных задач зачастую используется МКЭ, который показывает хорошие результаты, однако имеет некоторые ограничения, связанные с необходимостью построения сетки [39]. С другой стороны в настоящее время широкое распространение получили бессеточные методы решения физических задач, которые в некоторых случаях позволяют обойти ограничения МКЭ и при этом добиться желаемой точности [40]. Обратимся к определению бессеточных методов, описанных ведущим ученым в этой области G.R. Liu. «Бессеточные методы – это методы, используемые для формирования системы алгебраических уравнений для всей проблемной области без использования предопределенной сетки для дискретизации домена, или использует легко генерируемую сетку в гораздо более свободной манере» [41]. Процедура расчета задачи с помощью бессеточного метода во многом совпадает с алгоритмом решения МКЭ, а существенное различие этих методов состоит в формировании сетки (МКЭ) или же узлов, а также определении функции формы.

В бессеточном методе, в отличие от МКЭ, область задачи и ее граница представлены набором узлов, плотность которых выбирается в зависимости от требуемой точности и имеющихся ресурсов. Начальное распределение узлов не играет важной роли в силу того, что в данном подходе используются адаптивные алгоритмы распределения узлов. Другим важным отличием является то, что в бессеточном методе функция формы создается во время решения задачи локально, в конкретных точках области исследования. Аппроксимация же неизвестной функции в локальной точке аналогична МКЭ, однако суммирование происходит по узлам, попадающим в так называемую область поддержки, которая по сути зависит от расстояния между узлами. Формирование системы уравнений для всей области исследования и ее решение схоже с МКЭ [41-43].

Очень большим преимуществом МКЭ перед другими методами является скорость вычислений и достаточная точность, а также множество доказанных вариаций метода и программных реализаций. Основными недостатками являются сложность генерации сетки трехмерных объектов нетривиальной формы и сложность перестройки сетки при динамическом анализе [39]. При сопоставимом количестве узлов бессеточные методы имеют большее время вычислений в сравнении с МКЭ, но дают более точные результаты в сравнении с линейным МКЭ. Затраты времени связаны с тем, что функция формы в бессеточных методах имеет более сложную природу и, соответственно, требует большего числа узлов интегрирования. При этом в каждом таком узле зачастую необходимо

выполнить ряд вычислительных действий, для определения значения функции формы, а глобальная система уравнений в общем случае имеет более широкую полосу ненулевых элементов [44]. Эти методы имеют сравнительную легкость при создании набора узлов и меньшую зависимость от качества сетки, возможность применения в задачах требующих многократного построения сетки. Такая комбинация свойств бессеточных методов позволяет определить их как перспективные в целом ряде классических инженерных задач, а также при моделировании больших деформаций, распространении трещин или разрушении материала с большим количеством обломков [41].

### ВЫВОДЫ

Большинство существующих и рассмотренных САПР ориентированы на использование МКЭ в процессе расчетов. При практическом применении такого подхода возникает необходимость в построении сплошных геометрических моделей, описывающих сложные инженерные конструкции. Одним из этапов решения данной задачи является построение конечно-элементной сетки, что является достаточно сложной задачей, учитывая ограничения, накладываемые на функцию формы конечного элемента и сложность геометрических форм реальных объектов. С одной стороны сетка низкого качества не позволяет добиться сходимости решения или же требуемой точности результата, а с другой стороны высокая степень дискретизации существенно замедляет решение. Некоторые САЕ-системы предоставляют пользователям возможности встроенного языка и добавления собственных специализированных модулей, что с нашей точки зрения позволит реализовать бессеточные методы расчета, на базе существующего функционала для построения геометрических моделей. Это в свою очередь позволит уйти от характерных недостатков конечно-элементного подхода и снизить используемые ресурсы, а значит, развитие САПР в этом направлении является актуальным и перспективным.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Павлов С. САЕ – технологии в 2013 году : обзор достижений и анализ рынка [Электронный ресурс] / С. Павлов. — CAD/CAM/CAE Observer. — №4(88). — 2014. — Режим доступа : <http://www.cadcamcae.lv/N88/08-18.pdf>.
2. Киричевский В. В. Развитие метода конечных элементов и его применение в САПР / В.В. Киричевский, С.И. Гоменюк, С.Н. Гребенюк, Р.В. Киричевский // Вісник Запорізького національного університету : Збірник наукових статей. Фізико-математичні науки. — №1. — 2006. — С. 38-56.
3. Синеокий Т. В. Обзор CAD/CAM/CAE-систем [Электронный ресурс] / Т.В. Синеокий. — Режим доступа : <http://www.cad.dp.ua/obzors/obzor-cad.php>.
4. Селяков М. Ю. Отечественные и зарубежные CAD/CAM системы / М.Ю. Селяков // Успехи современного естествознания. — 2011. — №7. — С. 193-197.
5. Математическое моделирование в нелинейной механике (обзор программных комплексов для решения задач моделирования сложных систем) / Е.Н. Чумаченко, Т.В. Полякова, С.А. Аксенов, С.А. Бобер, И.В. Логашина, В.Н. Корзо, О.С. Ерохина // Учреждение Российской академии наук Институт Космических исследований РАН. — М., 2009. — 23 с.
6. Иванов С. Е. Интеллектуальные программные комплексы для технической и технологической подготовки производства. Часть 5: Системы инженерного расчета и анализа деталей и сборочных единиц / Под ред. Куликова Д.Д. // Учебно-методическое пособие. — СПб : СПбГУ ИТМО, 2011. — 48 с.
7. Ли К. Основы САПР (CAD/CAM/CAE) / К. Ли. — СПб. : Питер, 2004. — 560 с.
8. Фролов Д. Обзор возможностей ANSYS Mechanical для решения инженерных задач [Электронный ресурс] / Д.Фролов // САПР и графика. — 2010. — №11. — Режим доступа : <http://www.cae->

expert.ru/sites/default/files/obzor\_vozmozhnostey\_ansys\_mechanical\_dlya\_resheniya\_inzhenernyh\_zadach.pdf.

9. Басов К. А. ANSYS. Справочник пользователя / К.А. Басов // ДМК пресс. — 2011. — 640 с.
10. LS-DYNA [Electronic Resource]. — Mode of access : <http://www.cadfem-cis.ru/products/ls-dyna/> — Title from screen.
11. Yong Guo. Meshless Methods in LS-DYNA: An Overview of EFG and SPH [Electronic Resource] / Y. Guo // LS-DYNA Seminar. — Stuttgart, Germany, 2010. — Mode of access : <http://www.cadfem-cis.ru/products/ls-dyna>. — Title from screen.
12. MSC Nastran – расчет и оптимизация конструкций [Электронный ресурс]. — Режим доступа : <http://www.mssoftware.ru/products/nastran>. — Название с экрана.
13. Patran – интегрирующая среда для систем анализа, моделирования и проектирования на основе современного графического пользовательского интерфейса [Электронный ресурс]. — Режим доступа : <http://www.mssoftware.ru/products/patran>. — Название с экрана.
14. NX для инженерного анализа. [Электронный ресурс]. — Режим доступа : [http://www.plm.automation.siemens.com/ru\\_ru/products/nx/for-simulation/index.shtml](http://www.plm.automation.siemens.com/ru_ru/products/nx/for-simulation/index.shtml). — Название с контейнера.
15. NX Advanced Simulation. Современный инструмент для инженерного анализа [Электронный ресурс]. — Режим доступа : [http://ideal-plm.ru/mod\\_textEditor/files/NXCAE\\_1.pdf](http://ideal-plm.ru/mod_textEditor/files/NXCAE_1.pdf). — Название с экрана.
16. Pro TECHNOLOGIES – профессиональные технологии бизнеса. Creo [Электронный ресурс]. — Режим доступа : <http://www.pro-technologies.ru/product/Creo/>. — Название с экрана.
17. 3D CAD Design CATIA [Electronic Resource]. — Mode of access : <http://www.3ds.com/products-services/catia/welcome/>. — Name from screen.
18. Техноцентр компьютерного инжиниринга. SIMULIA ABAQUS [Электронный ресурс]. — Режим доступа : <http://cae.ustu.ru/cont/soft/abaqus.htm>. — Название с экрана.
19. Рыжов С. ABAQUS – многоцелевой конечно-элементный комплекс для инженерного анализа [Электронный ресурс] / С. Рыжов // САПР и графика. — 2003. — №1. — Режим доступа : <http://www.sapr.ru/article.aspx?id=6736&iid=275>.
20. Девятов С. Программы семейства COSMOS – универсальный инструмент конечно-элементного анализа [Электронный ресурс] / С. Девятов // CAD Master. — 2002. — №1. — Режим доступа : [http://www.cadmaster.ru/assets/files/articles/cm\\_11\\_cosmos.pdf](http://www.cadmaster.ru/assets/files/articles/cm_11_cosmos.pdf).
21. ADINA [Electronic Resource]. — Mode of access : <http://www.adina.com/>. — Name from screen.
22. Программный комплекс ADINA [Электронный ресурс]. — Режим доступа : [http://www.cae-services.ru/index.php?option=com\\_content&view=article&id=144&Itemid=163](http://www.cae-services.ru/index.php?option=com_content&view=article&id=144&Itemid=163). — Название с экрана.
23. CompMechLab: Партнеры [Электронный ресурс]. — Режим доступа : [http://www.compmechlab.ru/CompMechLab\\_Partners.html](http://www.compmechlab.ru/CompMechLab_Partners.html). — Название с экрана.
24. Altair. Hyperworks [Electronic Resource]. — Mode of access : [http://www.altairhyperworks.co.uk/HWTemp3Product.aspx?product\\_id=7&item\\_name=Capabilities](http://www.altairhyperworks.co.uk/HWTemp3Product.aspx?product_id=7&item_name=Capabilities). — Title from screen.
25. Introduction to COMSOL Multiphysics [Electronic Resource]. — Mode of access : <http://www.comsol.com/shared/downloads/IntroductionToCOMSOLMultiphysics.pdf>. — Title from screen.
26. Russian COMSOL Page [Электронный ресурс]. — Режим доступа : <http://www.humusoft.cz/produkty/comsol/ru/>. — Название с контейнера.

27. MFree2D 2.0 [Electronic Resource]. – Mode of access : <http://mfree2d.software.informer.com/2.0/>. — Title from screen.
28. Scan&Solve: FEA without Meshing. White Paper [Electronic Resource]. — Mode of access : <http://www.intact-solutions.com/Scan&Solve.pdf>. — Title from screen.
29. Программный комплекс ЛИРА-САПР 2013. Учебное пособие / Д.А. Городецкий, М.С. Барабаш, Р.Ю. Водопьянов, В.П. Титок, А.Е. Артамонова ; [Под редакцией академика РААСН Городецкого А.С.]. — К.–М. : Электронное издание, 2013. — 376 с.
30. Киричевский В. В. Система «МІРЕЛІА» для исследования прочности, долговечности и разрушения конструкций из эластомерных композитных материалов в условиях нелинейного деформирования на основе метода конечных элементов / В.В. Киричевский, Б.М. Дохняк, Ю.Г. Козуб и др. // Тр. междунар. конф. «Прогрессивная техника и технология машиностроения и сварочного производства». — К. : КПИ, 1998. — Т. 3. — С. 136-139.
31. Гоменюк С. І. Об'єктно-орієнтовані моделі і методи аналізу механічних процесів у системі автоматизації проектування : Автореф. дис... д-ра техн. наук : 05.13.12 / С.І. Гоменюк ; Харк. нац. ун-т радіоелектрон. — Х., 2004. — 34 с.
32. Бикмеев А. Моделирование в САЕ Salome: Часть 1. Общие принципы [Электронный ресурс] / А. Бикмеев. — Режим доступа : [http://www.ibm.com/developerworks/ru/library/l-salome\\_01/](http://www.ibm.com/developerworks/ru/library/l-salome_01/) — Название с экрана.
33. SALOME. The Open Source Integration Platform for Numerical Simulation [Electronic Resource]. — Mode of access : <http://www.salome-platform.org/>. — Title from screen.
34. Tahoe Development Project [Electronic Resource]. — Mode of access : <http://tahoe.sourceforge.net/>. — Title from screen.
35. Faas D. Interactive deformation through mesh-free stress analysis in virtual reality / D. Faas, J.M. Vance // Mechanical Engineering Conference Presentations, Papers, And Proceedings. — 2008. — P. 46.
36. Elmer [Electronic Resource]. — Mode of access : <http://www.csc.fi/english/pages/elmer>. — Title from screen.
37. Hecht F. FreeFem++ [Electronic Resource] // F. Hecht. — Paris. — Mode of access : <http://www.freefem.org/ff++/ftp/freefem++doc.pdf>.
38. Dhondt G. CalculiX. A Free Software Three-Dimensional Structural Finite Element Program [Electronic Resource] / G. Dhondt, K. Wittig. — Mode of access : <http://www.dhondt.de/>. — Title from screen.
39. Зенкевич О. К. Метод конечных элементов в технике / О.К. Зенкевич. — М. : Мир, 1975. — 541 с.
40. Колодяжный В. М. Бессеточные методы в задачах моделирования физических процессов / В.М. Колодяжный, О.Ю. Лисина // Пробл. Машиностроения. — 2010. — Т.13, №3. — С. 67-74.
41. G.R. Liu. Meshfree Methods: Moving Beyond the Finite Element Method / Liu G.R. — 2nd ed. — CRC PressTaylor & Francis Group, 2010. — 792 p.
42. Sh. Li. Meshfree and particle methods and their applications / Li Sh., Liu W.K. // Applied Mechanics Reviews. — 2002. — Vol. 55(1). — P. 1-34.
43. Макар В. Комп'ютерне моделювання крайових задач на основі безсіткових апроксимацій / В. Макар // Вісник Національного університету «Львівська політехніка»: «Комп'ютерні науки та інформаційні технології». — 2010. — №663. — С. 187-198.
44. Th.-P. Fries. Classification and Overview of Meshfree Methods / Fries Th.-P., Matthies H.-G. — Technical University Braunschweig, 2004. — 122 p.

## REFERENCES

1. Pavlov S. CAE – tehnologii v 2013 godu: obzor dostizheniy i analiz ryinka [Electronic Resource] / S. Pavlov. – CAD/CAM/CAE Observer. – №4(88). – 2014. – Mode of access : <http://www.cadcamcae.lv/N88/08-18.pdf>.
2. Kirichevskiy V.V. Razvitie metoda konechnykh elementov i ego primeneniye v SAPR / V.V. Kirichevskiy, S.I. Gomenyuk, S.N. Grebenyuk, R.V. Kirichevskiy. – Visnik Zaporizkogo natsionalnogo universitetu : Zbirnik naukovih statey. Fiziko-matematichni nauki. – №1. – 2006. – PP. 38-56.
3. Sineokiy T.V. Obzor CAD/CAM/CAE-sistem [Electronic Resource] / T.V. Sineokiy. – Mode of access : <http://www.cad.dp.ua/obzors/obzor-cad.php>. – Title from screen.
4. Selyakov M.Yu. Otechestvennyie i zarubezhnyie CAD/SAM sistemy // Uspehi sovremennogo estestvoznaniya. – 2011. – № 7. – PP. 193-197.
5. Matematicheskoe modelirovaniye v nelineynoy mehanike (obzor programmnykh kompleksov dlya resheniya zadach modelirovaniya slozhnykh sistem) / E.N. Chumachenko, T.V. Polyakova, S.A. Aksenov, S.A. Bober, I.V. Logashina, V.N. Korzo, O.S. Erohina. – Uchrezhdeniye Rossiyskoy akademii nauk Institut Kosmicheskikh issledovaniy RAN. – M., 2009. – 23 p.
6. Ivanov S.E. “Intellectualnyie programmnyie komplekisy dlya tehnicheckoy i tehnologicheskoy podgotovki proizvodstva: Chast 5. Sistemy inzhenernogo rascheta i analiza detaley i sborochnykh edinit” Pod red. Kulikova D. D. Uchebno-metodicheskoe posobie. – SPb : SPbGU, 2011. – 48 p.
7. Li K. Osnovy SAPR (CAD/CAM/CAE) / K. Li. – SPb: Piter. – 2004. – 560 p.
8. Frolov D. Obzor vozmozhnostey ANSYS Mechanical dlya resheniya inzhenernykh zadach [Electronic Resource] / D.Frolov // SAPR i grafika. – 2010. – №11. – Mode of access : [http://www.cae-expert.ru/sites/default/files/obzor\\_vozmozhnostey\\_ansys\\_mechanical\\_dlya\\_resheniya\\_inzhenernykh\\_zadach.pdf](http://www.cae-expert.ru/sites/default/files/obzor_vozmozhnostey_ansys_mechanical_dlya_resheniya_inzhenernykh_zadach.pdf).
9. Basov K.A. ANSYS. Spravochnik polzovatelya / K.A. Basov // DMK press. – 2011. – 640 p.
10. LS-DYNA [Electronic Resource]. – Mode of access : <http://www.cadfer-cis.ru/products/ls-dyna/>. – Title from screen.
11. Yong Guo. Meshless Methods in LS-DYNA: An Overview of EFG and SPH [Electronic Resource] / Y. Guo // LS-DYNA Seminar. – Stuttgart, Germany. – 2010. – Mode of access : <http://www.cadfer-cis.ru/products/ls-dyna/>. – Title from screen.
12. MSC Nastran – raschet i optimizatsiya konstruktsiy [Electronic Resource]. – Mode of access : <http://www.mssoftware.ru/products/nastran>. – Title from screen.
13. Patran – integriruyuschaya sreda dlya sistem analiza, modelirovaniya i proektirovaniya na osnove sovremennogo graficheskogo polzovatel'skogo interfeysa [Electronic Resource]. – Mode of access : <http://www.mssoftware.ru/products/patran>. – Title from screen.
14. NX dlya inzhenernogo analiza. [Electronic Resource]. – Mode of access : [http://www.plm.automation.siemens.com/ru\\_ru/products/nx/for-simulation/index.shtml](http://www.plm.automation.siemens.com/ru_ru/products/nx/for-simulation/index.shtml). – Title from screen.
15. NX Advanced Simulation. Sovremennyiy instrument dlya inzhenernogo analiza [Electronic Resource]. – Mode of access : [http://ideal-plm.ru/mod\\_textEditor/files/NXCAE\\_1.pdf](http://ideal-plm.ru/mod_textEditor/files/NXCAE_1.pdf). – Title from screen.
16. Pro TECHNOLOGIES – professionalnyie tehnologii biznesa. Creo [Electronic Resource]. – Mode of access : <http://www.pro-technologies.ru/product/Creo/>. – Title from screen.
17. 3D CAD Design CATIA [Electronic Resource]. – Mode of access : <http://www.3ds.com/products-services/catia/welcome/>. – Title from screen.

18. Tehnotsentr kompyuternogo inzhiniringa. SIMULIA ABAQUS [Electronic Resource]. – Mode of access : <http://cae.ustu.ru/cont/soft/abaqus.htm>. – Title from screen.
19. Ryizhov S. ABAQUS – mnogotselevoy konechno-elementnyiy kompleks dlya inzhenerenogo analiza [Electronic Resource] / S. Ryizhov // SAPR i grafika. – 2003. – №1. – Mode of access : <http://www.sapr.ru/article.aspx?id=6736&iid=275>.
20. Devyatov S. Programmy semeystva COSMOS – universalnyiy instrument konechno-elementnogo analiza [Electronic Resource] / S. Devyatov // CAD Master. – 2002. – №1. – Mode of access : [http://www.cadmaster.ru/assets/files/articles/cm\\_11\\_cosmos.pdf](http://www.cadmaster.ru/assets/files/articles/cm_11_cosmos.pdf).
21. ADINA [Electronic Resource]. – Mode of access : <http://www.adina.com/>. – Title from screen.
22. Programmnyiy kompleks ADINA [Electronic Resource]. – Mode of access : [http://www.cae-services.ru/index.php?option=com\\_content&view=article&id=144&Itemid=163](http://www.cae-services.ru/index.php?option=com_content&view=article&id=144&Itemid=163). – Title from screen.
23. CompMechLab: Partnery [Electronic Resource]. – Mode of access : [http://www.compmechlab.ru/CompMechLab\\_Partners.html](http://www.compmechlab.ru/CompMechLab_Partners.html). – Title from screen.
24. Altair. Hyperworks [Electronic Resource]. – Mode of access : [http://www.altairhyperworks.co.uk/HWTemp3Product.aspx?product\\_id=7&item\\_name=Capabilities](http://www.altairhyperworks.co.uk/HWTemp3Product.aspx?product_id=7&item_name=Capabilities). – Title from screen.
25. Introduction to COMSOL Multiphysics [Electronic Resource]. – Mode of access : <http://www.comsol.com/shared/downloads/IntroductionToCOMSOLMultiphysics.pdf>. – Title from screen.
26. Russian COMSOL Page [Electronic Resource]. – Mode of access : <http://www.humusoft.cz/produkty/comsol/ru/>. – Title from screen.
27. MFree2D 2.0 [Electronic Resource]. – Mode of access : <http://mfree2d.software.informer.com/2.0/>. – Title from screen.
28. Scan&Solve: FEA without Meshing. White Paper [Electronic Resource]. – Mode of access : <http://www.intact-solutions.com/Scan&Solve.pdf>. – Title from screen.
29. Programmnyiy kompleks LIRA-SAPR 2013. Uchebnoe posobie // Gorodetskiy D.A., Barabash M.S., Vodopyanov R.Yu., Titok V.P., Artamonova A.E. Pod redaktsiey akademika RAASN Gorodetskogo A.S. – K.–M. : Elektronnoe izdanie, 2013. – 376 p.
30. Kirichevskiy V.V., Dohnyak B.M., Kozub Yu.G. i dr. Sistema “MIRELA” dlya issledovaniya prochnosti, dolgovechnosti i razrusheniya konstruktsiy iz elastomernykh kompozitnykh materialov v usloviyakh nelineynogo deformirovaniya na osnove metoda konechnykh elementov // Tr. mezhdunar. konf. “Progressivnaya tehnika i tehnologiya mashinostroeniya i svarochnogo proizvodstva”. – K. : KPI. – 1998. – T. 3. – PP. 136-139.
31. Gomenyuk S.I. Ob’ektno-orientovane modeli i metodi analizu mehanicheskikh protsesiv u sistemi avtomatizatsiyi proektuvannya : Avtoref. dis... d-ra tehn. Nauk : 05.13.12 / S.I. Gomenyuk ; Hark. nats. un-t radioelektron. – H., 2004. – 34 p.
32. Bikmeev A. Modelirovanie v CAE Salome: Chast 1. Obschie printsipy [Electronic Resource] // A. Bikmeev. – Mode of access : [http://www.ibm.com/developerworks/ru/library/l-salome\\_01/](http://www.ibm.com/developerworks/ru/library/l-salome_01/). – Title from screen.
33. SALOME. The Open Source Integration Platform for Numerical Simulation [Electronic Resource]. – Mode of access : <http://www.salome-platform.org/>. – Title from screen.
34. Tahoe Development Project [Electronic Resource]. – Mode of access : <http://tahoe.sourceforge.net/>. – Title from screen.

35. Faas D. Interactive deformation through mesh-free stress analysis in virtual reality // D. Faas, J.M. Vance // Mechanical Engineering Conference Presentations, Papers, And Proceedings. – 2008. – Paper 46.
36. Elmer [Electronic Resource]. – Mode of access : <http://www.csc.fi/english/pages/elmer>. – Title from screen.
37. Hecht F. FreeFem++ [Electronic Resource] // F. Hecht. – Paris. – Mode of access : <http://www.freefem.org/ff++/ftp/freefem++doc.pdf>.
38. Dhondt. G. CalculiX. A Free Software Three-Dimensional Structural Finite Element Program [Electronic Resource] // G. Dhondt, K. Wittig. – Mode of access : <http://www.dhondt.de/>. – Title from screen.
39. Zenkevich O.K. Metod konechnyih elementov v tehnikе // O.K. Zenkevich. – M. : Mir, 1975. – 541 p.
40. Kolodyazhnyi V.M. Bessetchnyie metody v zadachah modelirovaniya fizicheskikh protsessov / V.M. Kolodyazhnyi, O.Yu. Lisina // Probl. Mashinostroeniya. – 2010. – T.13, №3. – PP. 67-74.
41. Liu G.R. Meshfree Methods: Moving Beyond the Finite Element Method / G.R. Liu. – 2nd ed. – CRC PressTaylor & Francis Group, 2010. – 792 p.
42. Li Sh. Meshfree and particle methods and their applications / Sh. Li, W.K. Liu // Applied Mechanics Reviews. – 2002. – Vol. 55 (1). – PP. 1-34.
43. Makar V. Komp'yuterne modelyuvannya krayovih zadach na osnovi bezsitkovih aproksimatsiy / V. Makar. – Visnik Natsionalnogo universitetu "Lvivska politehnika" "Komp'yuterni nauki ta Informatsiyni tehnologiyi". – №663. – 2010. – PP. 187-198.
44. Fries Th.-P. Classification and Overview of Meshfree Methods. // Th.-P. Fries, H.-G. Matthies. – Technical University Braunschweig, 2004. – 122 p.

УДК 629.78.01

## **КОРЕКЦІЯ СЕРЕДНЬОЇ ВИСОТИ ОРБИТИ СУПУТНИКА ДВИГУНОМ МАЛОЇ ТЯГИ**

Коломієць Н. В., аспірант

*Дніпропетровський національний університет ім. О. Гончара,  
пр. Гагаріна, 72, м. Дніпропетровськ, 49010, Україна*

info@aspirantura.org.ua

Пропонується методика розрахунку програми маневру корекції середньої висоти орбіти супутника, двигуном малої тяги трансверсального напрямку. Побудована математична модель збуреного руху супутника. Розроблений алгоритм знаходження оптимальних характерних точок роботи рушійної установки у випадку мінімальних витрат палива. На основі алгоритму розроблена програма та представлені результати корекції еліптичної та майже колової орбіти. Побудований алгоритм розв'язку крайової задачі корекції середньої висоти орбіти супутника. На основі оптимального, з точки зору витрат палива, двоімпульсного гоманнівського переходу була складена і вирішена крайова задача щодо характерних точок роботи РУ. Запропонована методика може бути використана для прийняття рішення про спосіб маневрування з метою збільшення або підтримання середнього радіусу майже колової орбіти КА з РУ малої тяги, а також для оцінки вимог до РУ низькоорбітальних супутників довготривалої експлуатації.

*Ключові слова:* корекція орбіти, мала тяга, трансверсальний напрям, збурений рух, крайова задача, програма роботи двигуна.