11. Yudin, D.B. (1974), *Matematicheskie metody upravleniya v usloviyakh nepolnoi informatsii* [Mathematical methods of a management in the conditions of incomplete information], Sovetskoe radio, Moskow, Russia.

12. Stoyan, Yu.G., Romanova, T.E. and Evseeva, L.G. (1997) “Combinatorial optimization problem of arrangement of rectangles, taking into account errors of initial data”, *Dopovidi NAN Ukrainy*, no. 7, pp. 56-60.

УДК 519.8

ФРАГМЕНТАРНАЯ СТРУКТУРА И ЭВОЛЮЦИОННЫЙ АЛГОРИТМ ДЛЯ ЗАДАЧ ПРЯМОУГОЛЬНОГО РАСКРОЯ

Козин И. В., д. ф.-м. н., профессор, Кривцун Е. В., аспирант, Полюга С. И., ассистент

Запорожский национальный университет,
ул. Жуковского, 66, г. Запорожье, 69600, Украина

kryvtsun@ukr.net

Исследуется проблема поиска оптимальных решений различных вариантов задач прямоугольного раскроя. Из-за большой вычислительной сложности, для отыскания приближенных оптимальных решений подобных задач является оправданным применение метаэвристик. Рассматривается задача построения универсальной эволюционной метаэвристики для отыскания приближенных оптимальных решений различных вариантов задач прямоугольного раскроя. Предлагается метаэвристика, которая является комбинацией двух алгоритмов – «жадного» алгоритма на фрагментарной структуре и эволюционного алгоритма на множестве перестановок конечного числа элементов. Дано определение фрагментарной структуры и описание стандартного «жадного» алгоритма построения максимального фрагмента – фрагментарного алгоритма. Показано, что фрагментарный алгоритм имеет полиномиальную трудоемкость. Рассматриваются две разновидности задачи прямоугольного раскроя в следующих постановках: задача прямоугольного раскроя на прямоугольнике с критерием плотности упаковки, задача прямоугольного гильотинного раскроя на бесконечной полосе с критерием длины используемой полосы. Показано, что каждая из этих задачи может быть сформулирована как задача поиска оптимального решения на взвешенной фрагментарной структуре. Предлагается универсальный эволюционный алгоритм на фрагментарной структуре, для которого элементами базового множества являются перестановки элементарных фрагментов. Описаны стандартные операторы кроссовера и мутации на множестве перестановок конечного числа элементов. Приводятся результаты анализа численного эксперимента по отысканию оптимальных решений рассматриваемых задач прямоугольного раскроя на основе предложенной схемы. На основе анализа результатов экспериментов сделан вывод о целесообразности применения предлагаемого в работе метода для отыскания приближенных оптимальных решений различных вариантов задач прямоугольного раскроя.

Ключевые слова: фрагментарная структура, «жадный» алгоритм, эволюционный алгоритм, задача прямоугольного раскроя, гильотинный раскрой.

ФРАГМЕНТАРНА СТРУКТУРА І ЕВОЛЮЦІЙНИЙ АЛГОРИТМ ДЛЯ ЗАДАЧ ПРЯМОКУТНОГО РОЗКРОЮ

Козін І. В., д. ф.-м. н., професор, Кривцун О. В., аспірант, Полюга С. І., асистент

Запорізький національний університет,
вул. Жуковського, 66, м. Запоріжжя, 69600, Україна

kryvtsun@ukr.net

Досліджується проблема пошуку оптимальних рішень різних варіантів задач прямокутного розкрою. Через велику обчислювальну складність, для відшукання наближених оптимальних рішень подібних задач є виправданим застосування метаеврістік. Розглядається задача побудови універсальної еволюційної метаеврістікі для відшукання наближених оптимальних рішень різних варіантів задач прямокутного розкрою. Пропонується метаеврістіка, яка є комбінацією двох алгоритмів – жадібного алгоритму на фрагментарній структурі та еволюційного алгоритму на множині перестановок скінченної кількості елементів. Дано визначення фрагментарній структури і опис стандартного жадібного алгоритму побудови максимального фрагмента – фрагментарного алгоритму. Показано, що фрагментарний алгоритм має поліноміальну трудомісткість. Розглядаються два різновиди задачі прямокутного розкрою в наступних постановках: задача прямокутного розкрою на прямокутнику з критерієм щільності упаковки, задача прямокутного гільйотинного розкрою на нескінченній смузі з критерієм довжини використаної смуги. Показано, що кожна з цих задач може бути сформульована як задача пошуку оптимального рішення на зваженій фрагментарній структурі. Пропонується універсальний еволюційний алгоритм на фрагментарній структурі, для якого елементами базового множини є перестановки елементарних фрагментів. Описані стандартні оператори кросовера і мутації на множині перестановок скінченної кількості елементів. Наводяться результати аналізу чисельного експерименту з відшукання оптимальних рішень розглянутих задач прямокутного розкрою на основі запропонованої схеми. На основі аналізу результатів експериментів зроблений висновок про доцільність застосування запропонованого в роботі методу для відшукання наближених оптимальних рішень різних варіантів задач прямокутного розкрою.

Ключові слова: фрагментарна структура, «жадібний» алгоритм, еволюційний алгоритм, задача прямокутного розкрою, гільйотинний розкрій.

FRAGMENTARY STRUCTURE AND EVOLUTIONARY ALGORITHM FOR RECTANGULAR CUTTING PROBLEMS

Kozin I. V., D.Sc. in Physics and Maths, Professor, Kryvtsun O. V., graduate student,
Poluga S. I., assistant

Zaporizhzhue National University,
Zhukovsky str., 66, Zaporizhzhya, 69600, Ukraine

kryvtsun@ukr.net

We investigate the optimal solution finding problem for different variants of rectangular cutting problem. Because of the high computational complexity, using of metaheuristics is justified for approximate optimal solution searching of such problems. We consider the task of constructing of a universal evolutionary metaheuristics for the approximate optimal solutions finding of the various statements of rectangular cutting problem. There is proposed metaheuristics, which is a combination of two algorithms – greedy algorithm on fragmented structure and evolutionary algorithm on a set of permutations of a finite number of elements. We have formulated the definition of a fragmented structure and description of the standard greedy algorithm for maximum fragment constructing – fragmented algorithm. It is shown that fragmented algorithm has polynomial complexity. We consider two species of rectangular cutting problem in the following statements: rectangular cutting problem on rectangle with packing density criterion, rectangular guillotine cutting problem on infinite strip with the used strip length criterion. It is shown that each of these problems can be formulated as optimal solution finding problem on the weighted fragmented structure. We propose the universal based on a fragmented structure evolutionary algorithm, where set of candidate solutions is permutations of elementary fragments. There is described standard crossover and mutation operators for the set of permutations of a finite number of elements. We present analysis results of the numerical experiment on optimal solution search based on proposed scheme for considered rectangular cutting problems. The experiments` result analysis allows making conclusion about expediency of the proposed in the paper method for the optimal solution finding for different variants of rectangular cutting problem.

Key words: fragmented structure, «the greedy» algorithm, an evolutionary algorithm, the task of the rectangular cutting, guillotine cutting.

ВВЕДЕНИЕ

Применение эволюционных моделей в задачах дискретной оптимизации вызывает определенные трудности [1]. Существует много вариантов использования эволюционных алгоритмов в дискретных задачах. Однако, как правило, каждая подобная модель индивидуальна и ориентирована лишь на задачи определенных типов.

Проблема использования метаэвристик для различных вариантов задач прямоугольного раскроя рассматривалась в многочисленных научных публикациях. Генетический алгоритм использовался в [2] для гильотинного раскроя, при этом решение кодировалось двумя хромосомами: в 1-й хранились порядковые номера заготовок, во 2-й – признаки поворота на 90 градусов. В [3] для получения различных решений из одной хромосомы использовались различные декодеры, т.е. правила, восстанавливающие физическое решение (например, карту раскроя) по информации, закодированной в хромосоме. Большой вклад в развитие методов раскроя, основанных на генетических алгоритмах, внесен сотрудниками Уфимской математической школы Э.А. Мухачевой [4]. В частности, для решения задач раскроя-упаковки на основе метаэвристики «Поиск с запретами» А.И. Ермаченко разработал процедуры декодеров и использовал дополнительные функции оценки решений [5]. Мультиметодный генетический алгоритм применялся для ортогональной упаковки в [6].

Гибридный эволюционный алгоритм для задачи двухмерной упаковки, представленный в [7], на этапе эволюции использует три оператора мутации и два типа функций оценки качества решения. Полученное на этом этапе решение затем используется в качестве начального приближения для улучшения решения с помощью дерева поиска. Х.Ф. Гонкальвес предложил гибридный генетический алгоритм для упаковки большого количества мелких прямоугольников [8], который комбинирует процедуру размещения с генетическим алгоритмом, основанном на применении случайных ключей.

В настоящей работе предлагается универсальный метод для построения эволюционных моделей для различных вариантов задач прямоугольного раскроя на основе комбинации фрагментарного и эволюционного алгоритмов. В частности, этот метод применен к классической задаче двумерного прямоугольного раскроя и к задаче гильотинного раскроя. Проведено исследование эффективности метода на базе больших серий модельных задач.

ФРАГМЕНТАРНАЯ СТРУКТУРА И ФРАГМЕНТАРНЫЙ АЛГОРИТМ

Фрагментарной структурой (X, E) на конечном множестве X [9] называется семейство его подмножеств $E = \{E_1, E_2, ..., E_n\}$ такое, что $\forall E_i \in E$, $E \neq \varnothing$ $\exists e \in E_i : E_i \setminus \{e\} \in E$.

Элементы из множества E будем называть *допустимыми фрагментами*.

Таким образом, для любого допустимого фрагмента E_i существует нумерация его элементов $E_i = \{e_{i1}, e_{i2}, ... e_{is_i}\}$ такая, что $\forall k = 1, 2, ... s_i$ $\{e_{i1}, e_{i2}, ... e_{ik}\} \in E$. Одноэлементные множества, которые являются допустимыми фрагментами, будем называть *элементарными фрагментами*. Фрагмент будем называть *максимальным*, если он не является подмножеством никакого другого фрагмента.

Максимальный фрагмент может быть построен с помощью следующего «жадного» алгоритма:

а) элементы множества X линейно упорядочиваются;

б) на начальном шаге выбирается пустое множество $X_0 = \varnothing$;

в) на шаге с номером $k+1$ выбирается первый по порядку элемент $x \in X \setminus X_k$ такой, что $X_k \bigcup \{x\} \in E$;

г) алгоритм заканчивает работу, если на очередном шаге не удалось найти элемент $x \in X \setminus X_k$ с требуемым свойством.

Приведенный выше алгоритм построения максимального фрагмента во фрагментарной структуре будем называть *фрагментарным алгоритмом*. Результат применения фрагментарного алгоритма определяется заданным линейным порядком на множестве X. Таким образом, любой максимальный фрагмент может быть описан некоторой перестановкой элементов множества X. Пусть $A \in E$. Условие для элемента $x \in X$, при котором $A \bigcup \{x\} \in E,$ будем называть *условием присоединения* элемента x.

Трудоемкость фрагментарного алгоритма определяется следующей теоремой:

Теорема. Если $A \in E$ и $\forall x \in X$ существует алгоритм полиномиальной трудоемкости по числу элементов множества X проверки условия присоединения элемента x, то задача построения максимального фрагмента является полиномиально разрешимой.

ФРАГМЕНТАРНЫЕ МОДЕЛИ ДЛЯ ЗАДАЧ ПЛОСКОГО ПРЯМОУГОЛЬНОГО РАСКРОЯ

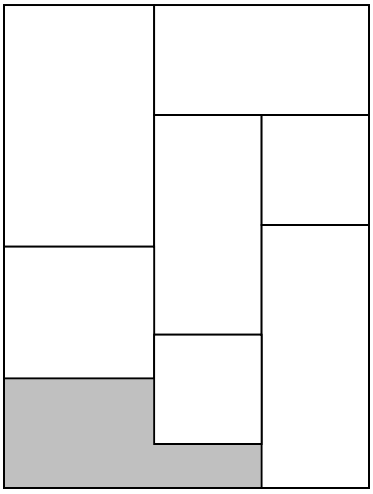

Рис. 1. Карта раскроя

В качестве варианта задачи прямоугольного раскроя рассмотрим следующую постановку:

Задана прямоугольная матрица-основа размерности $H \times W$, где H, W – положительные целые числа – высота и ширина матрицы основы. Задано множество прямоугольных заготовок, стороны которых также выражаются положительными целыми числами. Требуется разместить прямоугольные заготовки на матрице-основе таким образом, чтобы площадь части основы, не занятой заготовками, была минимальной. Заготовки могут пересекаться лишь по границе. Пример такого размещения приведен на рис. 1. Незанятая часть основы выделена серым цветом. Пусть множество заготовок представлено набором пар $\{(h_i, w_i)\}$, где h_i, w_i – высота и ширина соответствующей заготовки, $i = 1, 2, \ldots, N$, N – число заготовок. Допустимое решение задачи можно представить набором троек $\{(\delta_i, t_i, l_i)\}_{i=1}^{N}$.

Здесь

$$\delta_i = \begin{cases} 1, & \text{если } i\text{-я заготовка входит в покрытие,} \\ 0, & \text{если } i\text{-я заготовка не входит в покрытие,} \end{cases}$$

t_i, l_i – соответственно координаты левого верхнего угла заготовки относительно матрицы основы.

Покажем, что рассматриваемая задача может быть представлена, как задача на фрагментарной структуре. Каждый элементарный фрагмент соответствует заготовке и координатам ее левого верхнего угла на матрице основе. Условие присоединения – размещаемая на матрице основе заготовка не принадлежит к множеству уже выбранных заготовок и не пересекается с уже размещенными на матрице заготовками. Принцип выбора места размещения Top-Left – верхний левый свободный угол.

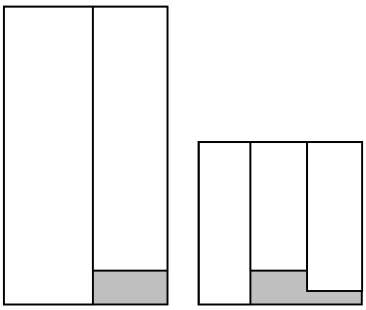

Рис. 2. Вертикальные слои

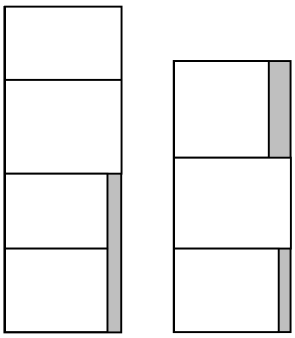

Рис. 3. Горизонтальный слой

Для этого варианта задачи раскроя предложенная выше фрагментарная модель задачи обладает свойством достижимости. А именно: существует перестановка элементарных фрагментов, для которой фрагментарный алгоритм дает оптимальное решение задачи раскроя.

В качестве следующего примера рассмотрим задачу гильотинного раскроя. Здесь заданный набор прямоугольных заготовок должен быть уложен на бесконечной полосе заданной ширины W таким образом, чтобы при раскрое на элементы использовались лишь гильотинные разрезы «от края до края».

На первом этапе заготовки близкие по ширине или длине укладываются в вертикальные или горизонтальные слои (рис. 2, 3). Слой рассматривается как прямоугольник минимального размера, содержащий все входящие в него заготовки.

Затем слои размещаются на матрице основе (рис. 4). Алгоритм размещения предлагается следующий: слои укладываются в заданной последовательности по правилу Top-Left с фиксированным верхним краем до достижения границы основы. Если очередной слой не помещается в основу, то он переносится вниз и выравнивается по верхнему краю, граница которого определяется максимальной нижней границей уже упакованных слоев. Критерием оптимальности в этой задаче является ордината максимальной из нижних границ уложенных в полосу слоев.

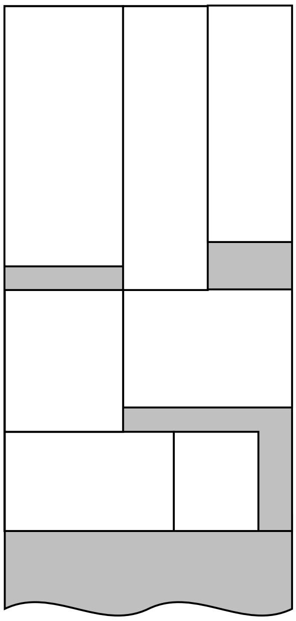

Рис. 4. Гильотинный раскрой

В качестве элементарного фрагмента выбираем тройку – слой и координаты его левого верхнего угла на матрице основе.

В такой модели гильотинного раскроя свойство достижимости отсутствует, однако «жадные» алгоритмы, построенные по предложенной схеме часто применяются в прикладных задачах гильотинного раскроя [10].

ЭВОЛЮЦИОННАЯ МОДЕЛЬ НА ФРАГМЕНТАРНОЙ СТРУКТУРЕ И ЭВФ-АЛГОРИТМ

Рассмотрим теперь задачу поиска максимального по весу фрагмента на взвешенной фрагментарной структуре. Такой фрагмент в дальнейшем будем называть *оптимальным*. Как отмечалось выше, любой максимальный фрагмент однозначно определяется некоторой перестановкой множества X. Кроме того, всякая перестановка элементов X определяет некоторый максимальный фрагмент. Таким образом, задача поиска оптимального фрагмента – есть оптимизационная задача на множестве перестановок.

Свойства фрагментарных структур позволяют построить особый класс эволюционных алгоритмов на фрагментарных структурах – ЭВФ-алгоритмы.

ЭВФ-алгоритм является комбинацией эволюционного и фрагментарного алгоритма. Опишем соответствующую эволюционную модель и принцип действия такого алгоритма [11].

В качестве множества допустимых решений рассматривается подмножество максимальных фрагментов на заданной фрагментарной структуре. Каждый фрагмент из этого множества определяется как результат работы фрагментарного алгоритма при некоторой заданной перестановке элементарных фрагментов. Таким образом, любому допустимому решению соответствует определенная перестановка чисел $1,2,\ldots,N$, где N – количество элементарных фрагментов. Для каждого допустимого решения определено значение целевой функции.

Базовое множество X эволюционной модели – это множество $S_N=\{i_1,i_2\ldots,i_N\}$ всех перестановок чисел $1,2,\ldots,N$. Оператор построения начальной популяции выделяет произвольное подмножество заданной мощности Q из множества X.

Правило вычисления критерия селекции устроено следующим образом: по заданной перестановке фрагментов с помощью фрагментарного алгоритма строится максимальный допустимый фрагмент и вычисляется значение целевой функции задачи для этого фрагмента.

Опишем теперь оператор кроссовера. Пусть $U=(u_1,u_2,\ldots,u_N)$ и $V=(v_1,v_2,\ldots,v_N)$ – две произвольные перестановки. Перестановка-потомок строится следующим образом: последовательности U и V просматриваются в порядке следования элементов. На k-м шаге выбирается наименьший из первых элементов последовательностей и добавляется в новую перестановку – потомок. Затем этот элемент удаляется из двух последовательностей-родителей. Например, $K\left(\left(1,4,2,3,7,8,6,5\right),\left(7,6,2,1,3,5,8,4\right)\right)=\left(1,4,2,3,7,6,5,8\right)$.

Оператор мутации M выполняет случайную транспозицию в перестановке.

Оператор селекции выбирает случайным образом набор пар из текущей популяции.

Оператор эволюции упорядочивает элементы промежуточной популяции в последовательность по убыванию значения критерия селекции. В качестве новой текущей популяции выбираются первые Q элементов последовательности.

Обычное правило остановки – количество поколений достигло предельного значения L. Лучшая по значению критерия селекции перестановка из последней построенной популяции определяет приближенное решение задачи.

Предложенный подход является универсальным и позволяет применять один и тот же эволюционный алгоритм к любым оптимизационным задачам на конечных фрагментарных структурах.

ОПИСАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТА

Численные эксперименты проводились средствами программы EVFTester.

Входными параметрами при описании серии случайных задач являются:

размеры матрицы основы $H\times W$ (или ширина полосы W); количество заготовок или и ограничение на их общую площадь; диапазоны изменения размеров прямоугольных заготовок; количество задач в серии S.

С помощью генератора случайных чисел генерировался набор заготовок $\left\{\left(h_i, w_i\right)\right\}_{i=1}^{N}$.

Рассматривались две серии задач. Серия А – задачи прямоугольного раскроя на основе с площадью 10×20. Серия Б – задачи гильотинного раскроя на полосе шириной 20. В каждой серии генерировалось 150 задач.

Для серий А и Б задачи решались с помощью «жадного» алгоритма, методом случайного поиска и с помощью ЭВФ-алгоритма.

Сравнение алгоритмов осуществлялось по следующим направлениям:

1. Сравнительное качество – число задач, где алгоритм оказывался лучшим среди тестируемых.
2. Рейтинг по правилу Борда – сумма числа баллов, набранных на каждой задаче серии. За первое место в сравнении назначалось 2 балла, за второе 1 балл, за третье 0 баллов.

Результаты сравнения алгоритмов на сериях задач приведены в табл. 1 (серия А) и в табл. 2 (Серия Б).

Таблица 1 – Серия А

Алгоритм	Количество первых мест	Рейтинг
«Жадный» алгоритм	30	78
Случайный поиск	51	173
ЭВФ-алгоритм	132	280

Таблица 2 – Серия Б

Алгоритм	Количество первых мест	Рейтинг
«Жадный» алгоритм	16	72
Случайный поиск	51	124
ЭВФ-алгоритм	110	222

ВЫВОДЫ

Теоретические результаты и результаты численных экспериментов показывали достаточно высокую эффективность ЭВФ алгоритма при решении различных типов задач целочисленного прямоугольного раскроя. Причем качество ЭВФ-алгоритма возрастает при увеличении ряда параметров эволюционного алгоритма, таких, как величина популяции, число пар для селекции, количество поколений. Учитывая простоту реализации и возможность учета дополнительных ограничений, рассматриваемый в статье подход может быть предложен для практического решения задач раскроя в различных отраслях промышленности.

ЛИТЕРАТУРА

1. Емельянов В. В. Теория и практика эволюционного моделирования / В. В. Емельянов, В. В. Курейчик, В. М. Курейчик. — М. : Физматлит, 2003. — 432с.
2. Кривий Р. З. Застосування генетичного алгоритму прямокутного розміщення для гільйотинного розкрою / Р. З. Кривий, М. М. Лобур, С. П. Ткаченко // Вісник Національного університету «Львівська політехніка». Комп’ютерні системи проектування. Теорія і практика. — 2010. — №685. — С. 138-142. Режим доступу : http://ena.lp.edu.ua:8080/handle/ntb/7414.
3. Подлазова А. В. Генетические алгоритмы на примерах решения задач раскроя / А. В. Подлазова // Проблемы управления. — 2008. — №2. — С. 57-63.
4. Мухачева Э. А. Генетический алгоритм блочной структуры в задачах двумерной упаковки / Э. А. Мухачева, А. С. Мухачева, А. В. Чиглинцев // Информационные технологии. — 1999. — №11. — С. 12-17.
5. Ермаченко А. И. Модели и методы решения задач прямоугольного раскроя и упаковки на базе метаэвристики «Поиск с запретами» [Электронный ресурс] : дис. … канд. тех. наук : 05.13.18 / Ермаченко Александр Иванович. — Уфа, 2004. — 95 с. – Режим доступа : http://www.dissercat.com/content/modeli-i-metody-resheniya-zadach-pryamougolnogo-raskroya-i-upakovki-na-baze-metaevristiki-po.
6. Чеканин В. А. Модифицированные эволюционные алгоритмы и программные решения задачи ортогональной упаковки объектов [Электронный ресурс] : дис. … канд. тех. наук : 05.13.17 / Чеканин Владислав Александрович. — Москва, 2011. — 161 с. — Режим доступа : http://www.dissercat.com/content/modifitsirovannye-evolyutsionnye-algoritmy-i-programmnye-resheniya-zadachi-ortogonalnoi-upak.
7. Kierkosz I. A hybrid evolutionary algorithm for the two-dimensional packing problem / Igor Kierkosz, Maciej Luczak // Central European Journal of Operations Research. — Berlin : Springer, 2014. — Vol. 22 — PP. 729-753.
8. Gonçalves J. F. A hybrid genetic algorithm-heuristic for a two-dimensional orthogonal packing problem / Jose Fernando Gonçalves // European Journal of Operational Research. —

2007. — Vol. 183(3). — PP. 1212-1229. Available : http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0377221706003006.

9. Козин И. В. Фрагментарный алгоритм для задачи симметричного размещения / И. В. Козин // Радиоэлектроника, информатика, управление. — 2005. — №1. — С. 76-83.

10. Мухачева Э. А. Рациональный раскрой промышленных материалов. Применение АСУ : монография / Э. А. Мухачева. — М. : Машиностроение, 1984. — 176 с.

11. Козин И. В. Использование ЭВФ-алгоритмов для решения задачи прямоугольного раскроя / И. В. Козин, С. И. Полюга // Питання прикладної математики і математичного моделювання : зб. наук. праць ; [ред. кол. … О. М. Кисельова (голов. ред.) та ін.]. — Д. : Вид-во Дніпропетр. нац. ун-ту ім. Олеся Гончара, 2009. — С. 199-208.

REFERENCES

1. Emelyanov, V.V., Kureichik, V.V. and Kureichik, V.M (2003), *Teoriya i praktika evolyutsionnogo modelirovaniya* [Theory and practice of evolutionary modeling], Fizmatlit, Moscow, Russia.

2. Kryvyy, R.Z., Lobur, M.M. and Tkachenko, S.P. (2010), "Application of genetic algorithm for layout of rectangular guillotine cutting", *Visnyk of the National Polytechnic University, Design computer systems. Theory and Practice*, vol. 685, pp. 138-142, available at: http://ena.lp.edu.ua:8080/handle/ntb/7414.

3. Podlazova, A.V. (2008), "Genetic algorithms with solution examples", *Control Sciences*, vol. 2, pp. 57-63.

4. Mukhacheva, E.A., Mukhacheva, A.S. and Chiglintsev A.V. (1999), "Genetic algorithm of block structure for the two-dimensional packing problems", *Information Technologies*, vol. 11, pp. 13-18.

5. Ermachenko, A.I. (2004), "Models and solving methods for rectangular cutting and packing problems, based on the metaheuristics Tabu Search" [Electronic resource], Thesis abstract for Cand. Sc., 05.13.18, Ufa, Russia, available at: http://www.dissercat.com/content/modeli-i-metody-resheniya-zadach-pryamougolnogo-raskroya-i-upakovki-na-baze-metaevristiki-po.

6. Chekanin, V.A. (2011), "Modified evolutionary algorithms and software for orthogonal packing problem" [Electronic resource], Thesis abstract for Cand. Sc., 05.13.17, Moscow, Russia, available at: http://www.dissercat.com/content/modifitsirovannye-evolyutsionnye-algoritmy-i-programmnye-resheniya-zadachi-ortogonalnoi-upak.

7. Kierkosz, I. and Luczak, M. (2014), "A hybrid evolutionary algorithm for the two-dimensional packing problem", *Central European Journal of Operations Research*, vol. 22, pp. 729-753, available at: http://link.springer.com/article/10.1007%2Fs10100-013-0300-0.

8. Gonçalves, J.F. (2007), "A hybrid genetic algorithm-heuristic for a two-dimensional orthogonal packing problem", *European Journal of Operational Research*, vol. 183(3), pp. 1212-1229, available at: http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0377221706003006.

9. Kozin, I.V. (2005), "Fragmentary algorithm for symmetric layout problem", *Radio Electronics, Computer Science, Control*, vol. 1, pp. 76-83.

10. Mukhacheva, E.A. (1984), *Ratsionalnyy raskroy promyshlennykh materialov. Primenenie ASU* [Rational cutting of industrial materials. ACS application], monograph, Mashinostroenie, Moscow, Russia.

11. Kozin, I.V. and Poluga S.I. (2009), "EFA-algorithm application for rectangular cutting problem", *Questions of applies mathematics and mathematic modeling*, pp. 199-208.