6. Stoyan, YU.G. and Emets, O.O. (1993), *Teoriya i metodi evklidovoy I kombinatornoyi optimizatsii* [Theory and methods of Euclidean combinatorial optimization], Institute of Education Research, Kiev, Ukraine.
7. Lazarev, A.A. (2007), “Solution of NP-hard problem of scheduling to minimize total tardiness”, *Zhurnal vyichislitelnoy matematiki i matematicheskoy fiziki*, pp.1087-1098.
8. Knut, D. (2000), *Iskusstvo programmirovaniya* [Art of Computer Programming: Vol. 3. Sorting and Searching], Moskow, Russia.

УДК 539.3

ІМПУЛЬСНЕ ЗБУДЖЕННЯ КОЛИВАНЬ РЕЗЕРВУАРА З РІДИНОЮ НА РУХОМОМУ МАЯТНИКОВОМУ ПІДВІСІ

Лимарченко О. С., д. т. н., професор, Мухіна В. В., магістр

Київський національний університет ім. Тараса Шевченка,
вул. Володимирська, 64/13, м. Київ, 01601, Україна

comentsno@rambler.ru

Розглянуто задачу про сумісний рух системи, що складається з рідини з вільною поверхнею і резервуара на маятниковому підвісі з рухомою точкою підвісу. Досліджені особливості розвитку динамічних процесів і прояву нелінійних властивостей системи при дії короткочасних силових навантажень. Вивчено характеристики розвинення перехідного процесу і фактори, від яких залежить його тривалість.
Ключові слова: сумісний рух резервуара з рідиною, варіаційний метод, кутовий рух резервуара, вільна поверхня рідини.

ИМПУЛЬСНОЕ ВОЗБУЖДЕНИЕ КОЛЕБАНИЙ РЕЗЕРВУАРА С ЖИДКОСТЬЮ НА ПОДВИЖНОМ МАЯТНИКОВОМ ПОДВЕСЕ

Лимарченко О. С., д. т. н., профессор, Мухина В. В., магистр

Киевский национальный университет им. Тараса Шевченко,
ул. Владимирская, 64/13, г. Киев, 01601, Украина

comentsno@rambler.ru

Рассмотрена задача о совместном движении системы, состоящей из жидкости со свободной поверхностью и резервуара на маятниковом подвесе с подвижной точкой подвеса. Исследованы особенности развития динамических процессов и проявления нелинейных свойств в системе при действии кратковременных силовых нагрузок. Изучены характеристики развития переходного процесса и факторы, от которых зависит его длительность.
Ключевые слова: совместное движение резервуара с жидкостью, вариационный метод, угловое движение резервуара, свободная поверхность жидкости.

PULSE EXITED VIBRATION OF TANK WITH LIQUID ON PENDULUM SUSPENSION

Limarchenko O. S., D. of Technical Science, Professor, Mukhina V. V., Magister

Taras Shevchenko National University of Kyiv,
st. Vladimir, 64/13, Kyiv, 01601, Ukraine

comentsno@rambler.ru

It is known that problems about combined motion of reservoirs with liquid represent significant part of investigation in the field of wave motions of liquid, which have great theoretical and applied significance. Engineering structures, including tanks partially filled by a liquid, are widely used in various areas of technology. Importance of such problems in applied aspect is caused by the fact that in the case of great relative mass of liquid its wave motion can influence considerably on dynamics of transport vehicle. It was found that the rotational movement of the tank largely contributes less nonlinear processes in the system than translational motion.

The importance of the study of motion of the fluid reservoir with movable suspension increases because the tanks are used for storage and transport of liquid often have pendulum suspensions, and the point of suspension is movable. In the present article, combined motion of reservoir with liquid on pendulum movable suspension with movable point of suspension is under consideration.

For description of behavior of the system we use variational formulation of the problem on the basis of the Hamilton-Ostrogradskiy variational principle with preliminary satisfying all kinematic boundary conditions of the problem. The essential peculiarity of the resolving system of ordinary differential equations is that this system is linear relative to the second derivatives of unknown values. In case the movable suspension of the carrying body it is necessary to introduce into consideration supplementary vector of translations for which the mathematical problem is formulated in a more complicated form. The constructed nonlinear discrete model of the system was applied for investigation of motion of a reservoir with liquid on pendulum suspension with movable point ofsuspension.

Peculiarities of development of dynamic processes and manifestation of nonlinear properties in the system for short-time impulse force loading were investigated. Characteristics of development of transient process and factors, on which its duration depends, are studied. We investigated characteristics of wave motion of liquid (12 normal modes of liquid oscillation), field of pressure, parameters of motion of the reservoir, characteristics of force and moment interaction of liquid with reservoir walls. It is planned to further use of the considered methods to analyze the behavior of the reservoir fluid in a moving vehicle containing liquid cargo.

Key words: combined motion of the reservoir with liquid, angular motion of reservoir, variational method, liquid free surface.

ВСТУП

Дослідження нелінійної динаміки сумісного руху системи «циліндричний резервуар – рідина» представляє великий теоретичний та практичний інтерес і активно розвивається. Вивчення цього класу задач зумовлено використанням резервуарів з рідиною у багатьох сферах життєдіяльності і промисловості. Інженерні конструкції, що містять резервуари, частково заповнені рідиною, широко застосовуються в різних сферах машинобудування. Баки з рідиною є невід’ємною складовою космічних апаратів, літаків, гелікоптерів, суден та інших транспортних засобів. Тому сьогодні все частіше постає проблема динаміки таких систем, яка викликана коливаннями вільної поверхні рідини. Відомо, що при великій відносній масі рідини її хвильовий рух істотно впливає на рух усієї системи, і в процесі експлуатації таких систем це може бути причиною аварійних ситуацій [1, 3]. У процесі вивчення цих проблем було встановлено, що кутовий рух резервуара набагато менше сприяє виникненню нелінійних процесів у системі, ніж поступальний рух. У зв’язку з цим кутовий рух резервуара (наприклад, закріплення на маятниковому підвісі) можна розглядати як засіб активного зменшення коливань.

Важливість дослідження руху резервуарів з рідиною саме з рухомою точкою підвісу збільшується завдяки тому, що резервуари застосовуються для зберігання і перевезення рідких вантажів, при цьому нерідко використовуються маятникові підвіси, і точка підвісу є рухомою.

Значний внесок у розвиток теорії і практики побудови розв’язку задач цієї галузі зробили такі вчені як Г.С. Наріманов, Л.В. Докучаєв, І.О. Луковський, О.С. Лимарченко та ін.. Серед робіт, присвячених кутовому руху резервуара, можна виділити праці О.С. Лимарченко, П.С. Ковальчука, M.La Rocca, G.-P. Sciortino та ін. Слід зазначити, що найбільш вагомі результати в галузі динаміки тіл з рідиною з вільною поверхнею були одержані на основі варіаційних алгоритмів. У той же час такі задачі для випадку кутових рухів резервуарів до сьогодні є мало дослідженими.

Метою роботи є дослідження особливостей руху резервуару з рідиною при рухомому маятниковому підвісі під дією короткотривалих силових навантажень.

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ СИСТЕМИ РЕЗЕРВУАР-РІДИНА

Розглядається задача моделювання нелінійної динаміки сумісного руху в системі, що складається з рідини з вільною поверхнею і резервуара, що має рухому точку підвісу (рис. 1). Вважається, що початково система знаходиться в стані спокою, незбурена вільна поверхня рідини є плоскою. Стінки резервуара абсолютно жорсткі. Запроваджуються такі припущення: рідина є ідеальною, однорідною, нестисливою, і в початковий момент часу її рух вважається безвихровим. З урахуванням цих припущень за теоремою Лагранжа у всі наступні моменти часу рух рідини буде безвихровим і може описуватися як потенціальний.

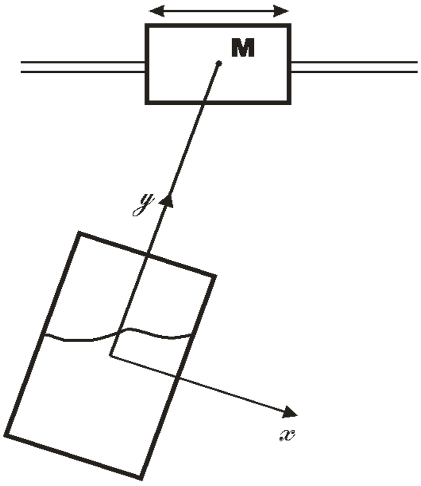


Рис. 1. Циліндричний резервуар з рідиною на рухомому маятниковому підвісі

Тому можемо ввести функцію $\Phi(\vec{r},t)$ – потенціал швидкостей

$$\Phi(\vec{r},t) = \varphi_{хв} + \varphi_{пост} + \varphi_{кут}, \tag{1}$$

де $\varphi_{хв}$ – потенціал хвильового руху, $\varphi_{пост}$ – потенціал поступального руху, $\varphi_{кут}$ – потенціал кутового руху.

При цьому абсолютна швидкість рідини $\overrightarrow{V_a}$ представляється у вигляді:

$$\overrightarrow{V_a} = \vec{\nabla}\Phi.$$

Для цього класу задач потенціал швидкості зручно представити у вигляді [1, 2]:

$$\Phi = \varphi_{хв} + \dot{\vec{\varepsilon}} \cdot \vec{r} + \vec{\omega} \cdot \vec{\Omega}, \tag{2}$$

де $\vec{\varepsilon}$ і $\vec{\omega}$ відповідно лінійна і кутова швидкості тіла в умовно нерухомій системі координат; $\vec{\Omega}$ – потенціал Стокса-Жуковського; $\vec{r}$ – радіус-вектор довільної точки в зв'язаній системі координат.

Фактично у виразі для потенціалу швидкостей за формулою (2) перший доданок відповідає безпосередньо хвильовому руху рідини, другий – поступальному руху рідини, а третій – обертальному руху рідини.

Математичне формулювання динаміки системи «резервуар–рідина з вільною поверхнею» є сукупністю кінематичних і динамічної граничних умов та початкових умов.

Для досліджуваної системи до кінематичних умов відноситься вимога нерозривності в області τ, що матиме вигляд:

$$\Delta\varphi = 0; \quad \Delta\vec{\Omega} = 0 \text{ в } \tau,$$

умова неперетікання на границі контакту тіло–рідина:

$$\frac{\partial\varphi}{\partial n} = \vec{\varepsilon} \cdot \vec{n} \text{ на } \Sigma, \qquad \frac{\partial\vec{\Omega}}{\partial n} = \vec{r} \times \vec{n} \text{ на } S + \Sigma,$$

умова неперетікання через вільну поверхню рідини:

$$\frac{\partial\xi}{\partial t} + \vec{\nabla}\xi \cdot \left[\nabla\varphi_0 + \vec{\nabla}\left(\vec{\omega} \cdot \vec{\Omega}\right) - \dot{\vec{\varepsilon}} - \vec{\omega} \times \vec{r}\right] = \frac{\partial\varphi_0}{\partial z} + \vec{\omega} \cdot \frac{\partial\vec{\Omega}}{\partial z} - \dot{\varepsilon}_z - (\vec{\omega} \times \vec{r})\Big|_z \quad \text{на} \quad S_\xi.$$

Динамічні граничні умови та рівняння руху можуть бути отримані на основі варіаційного принципу Гамільтона-Остроградського з функцією Лагранжа у вигляді:

$$L = \frac{1}{2}\rho \int_{\tau} \left[\left[\vec{\nabla}\varphi + \vec{\nabla}(\vec{\omega} \cdot \vec{\Omega}) \right]^2 \right] d\tau + \frac{1}{2}(M_r + M_p)\dot{\vec{\varepsilon}}^2 + \frac{1}{2} I_{res}^{ij} \omega_i \omega_j - (M_r + M_l) g \varepsilon_z$$

$$+\rho g (\cos\alpha_1 \sin\alpha_2 \cos\alpha_3 - \sin\alpha_1 \sin\alpha_3) \times$$

$$\times \int_{S_0} r \cos\theta \, (\xi + H) dS - \rho g (\sin\alpha_1 \cos\alpha_3 + \sin\alpha_2 \sin\alpha_3 \cos\alpha_1) \times$$

$$\times \int_{S_0} r \sin\theta \, (\xi + H) dS - \frac{1}{2}\rho g \cos\alpha_1 \cos\alpha_3 \int_{S_0} \xi^2 dS -$$

$$-(M_l h_l + M_r h_r)(1 - \cos\alpha_1 \cos\alpha_2) - \sigma \cos\theta_1 \int_{L_0} \xi dl \, .$$

У розглянутих раніше задачах з нерухомою точкою підвісу вектор $\vec{\varepsilon}$, що задає поступальний рух системи, не враховувався. При рухомій точці підвісу ця точка приймається за полюс, який рухається за законом, визначеним $\vec{\varepsilon}$. Це збільшує громіздкість математичної моделі. У цьому співвідношенні α_i – три кута повороту резервуару відносно умовно нерухомої системи відліку.

У випадку, коли використовується варіаційний принцип Гамільтона–Остроградського, найбільш ефективно для попереднього виключення кінематичних граничних умов застосовувати один з різновидів методу Канторовича. Суть методу полягає в декомпозиції руху рідини в ряд за формами коливань. Для цієї задачі оберемо представлення розв'язку у вигляді:

$$\xi = \sum_n a_n(t) \psi_n(r, \theta), \tag{3}$$

$$\varphi = \sum_n b_n(t) \psi_n(r, \theta) \frac{ch\chi_n(z + H)}{\chi_n sh\chi_n H}\,, \tag{4}$$

$$\vec{\Omega} = \vec{\Omega}_0 + \sum_n \vec{q}_n(t) \psi_n(r, \theta) \frac{ch\chi_n(z + H)}{\chi_n sh\chi_n H}, \tag{5}$$

де $\psi_n(r,\theta)$ – повна ортогональна система функцій в області S_0, отримана як розв'язок лінійної крайової задачі Неймана з параметром χ_n

$$\Delta\psi_n + \chi_n^2 \psi_n = 0 \text{ на} S_0,$$

$$\frac{\partial \psi_n}{\partial \vec{n}} = 0 \text{ на } L_0.$$

Функція $\vec{\Omega}_0$ – потенціал Стокса-Жуковського, який є розв'язком крайової задачі Неймана для рівняння Лапласа

$$\Delta\vec{\Omega}_0 = 0 \text{ в } \tau,$$

$$\frac{\partial \vec{\Omega}_0}{\partial \vec{n}} = \vec{r} \times \vec{n} \text{ на } \Sigma + \mathrm{S}_0.$$

За незалежні параметри системи обирається сукупність амплітудних параметрів розкладу збурень вільної поверхні в ряд за формами коливань. Усі кінематичні умови виключаються ще до розв'язку варіаційної задачі, у тому ж числі і нелінійна кінематична умова на вільній поверхні [1]. Це дозволяє отримати систему рівнянь мінімальної розмірності – її розмірність співпадає з кількістю ступенів вільності механічної системи, якщо прийняти за число ступенів вільності руху рідини з вільною поверхнею число амплітуд збудження форм вільних коливань, що розглядаються.

Структуру одержаної системи рівнянь можна подати у вигляді:

$$\sum_{n=1}^{N} p_{rn}\ddot{a}_n + \sum_{n=N+1}^{N+3} p_{rn}\ddot{\varepsilon}_{n-N} + \sum_{n=N+4}^{N+6} p_{rn}\ddot{\alpha}_{n-N-3} = q_r, \qquad r = \overline{1, N+6}\,. \tag{6}$$

Особливістю отриманої системи є її лінійність відносно других похідних невідомих величин, що спрощує процедуру одержання чисельних результатів.

ЧИСЕЛЬНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ЗАДАЧІ ДИНАМІКИ СИСТЕМИ РЕЗЕРВУАР–РІДИНА

Рівняння руху (6) є системою нелінійних звичайних диференціальних рівнянь другого порядку. Можна вважати обчислення коефіцієнтів рівнянь руху системи першим етапом організації обчислень у програмі. Визначення цих коефіцієнтів фактично є побудовою скінченновимірної математичної моделі аналізованої задачі. Побудована сукупність коефіцієнтів повністю характеризує геометричні і динамічні властивості системи рідина–резервуар. На першому етапі здійснюється обчислення квадратур, на основі квадратурних формул Гауса з 96 точками розбиття, що дозволяє гарантувати високу точність. Відповідно на другому етапі здійснюється інтегрування по часу рівнянь (6) за методом Рунге–Кутта.

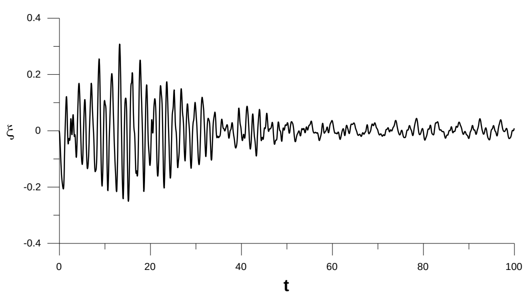
На основі розглянутого алгоритму зведення нелінійної задачі динаміки сумісного руху розглядуваної системи і дослідженню нелінійної скінченовимірної математичної моделі (система звичайних диференціальних рівнянь) був розроблений пакет програм, що реалізує чисельний розв’язок цієї моделі.

Для дослідження нелінійної динаміки сумісного руху системи циліндричний резервуар–рідина з вільною поверхнею розглядалися дві задачі, у яких досліджувалася динаміка рідини та резервуара при імпульсному збудженні руху тіла, що рухається поступально і включає в себе рухому точку маятникового підвісу.

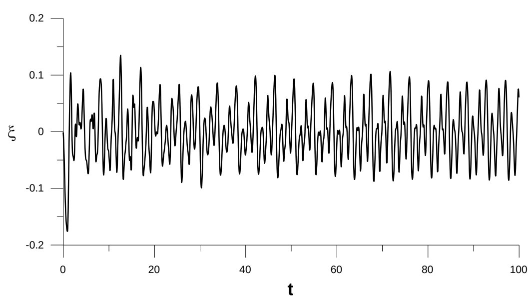
Рівень заповнення рідини і радіус резервуара приймалися рівними 1 м, довжина підвісу – 1 м. Як тестові приклади розглядалися два варіанти: а) маса тіла в точці підвісу дорівнює масі резервуара та рідини; б) маса тіла в точці підвісу в 10 разів перевищує масу рідини та резервуара.

Рух системи збуджувався силою у вигляді силового імпульсу прямокутної форми тривалістю 1 с, його амплітуда підбиралася так, щоб максимальні амплітуди коливань вільної поверхні знаходилися в діапазоні розвинення хвиль з нелінійними властивостями.

У процесі розв’язку для обох варіантів були визначені амплітуди 12 форм коливань рідини, параметри поступального та кутового руху, характеристики силової взаємодії резервуару з рідиною.

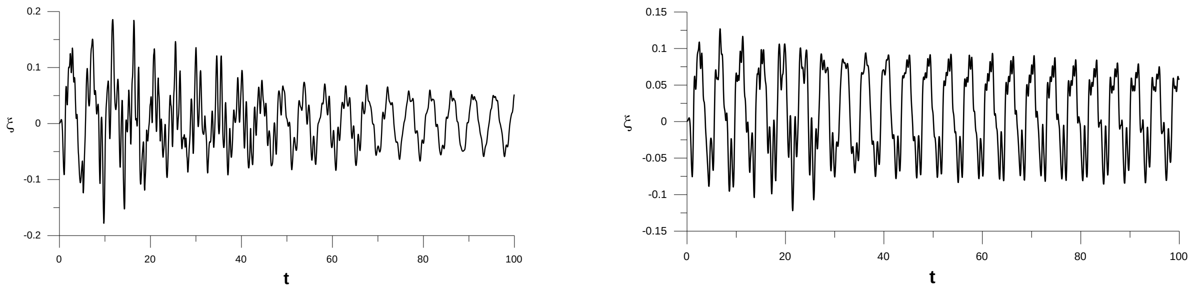


а



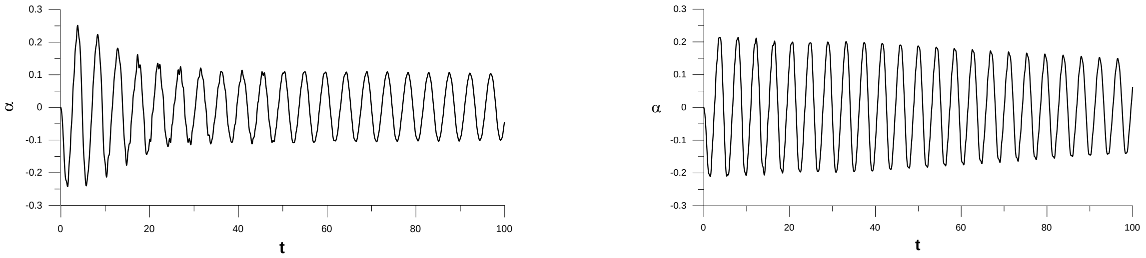
б

Рис. 2. Амплітуда першої форми коливань



а *б*

Рис. 3. Амплітуда третьої форми коливань



а *б*

Рис. 4. Кут відхилення резервуара

На основі числових розрахунків наводяться такі графічні результати: а) закон зміни в часі амплітуди першої форми коливань (рис. 2*а,б*); б) закон зміни в часі амплітуди третьої форми коливань (рис. 3*а,б*); в) закон зміни в часі кута нахилу резервуара (рис. 4*а,б*).

Результати розрахунків свідчать, що в системі спостерігається достатньо помітний перехідний процес. Хвильовий процес стає усталеним приблизно за 24 періоди коливань за першою формою.

Зміна амплітуди коливань першої форми вільної поверхні рідини близька до гармонічного закону, але суттєво проявляється модуляція із поступовим зниженням амплітуд коливань. Проявляється внесок інших форм коливань, присутні локальні піки, зумовлені проявом вищих гармонік, частотна і амплітудна модуляції, незначний дрейф середнього.

Показником прояву нелінійностей є збудження третьої форми коливань (першої вісесиметричної форми) – рис. 3*а,б*. Закон зміни амплітуди цієї форми вказує на наявність дрейфу середнього значення, зокрема, помітно, що середнє значення більше нуля. Це свідчить про те, що в більшість моментів часу при розвиненні коливань вільної поверхні висота горба хвилі перевершує глибину впадини. Наявність модуляції в законі зміни цієї амплітуди вказує, що вплив нелінійностей на окремих інтервалах руху підсилюється.

Збільшення маси точки підвісу резервуара (випадок *б*) сприяє тому, що тривалість і складність перехідного етапу руху системи зменшуються, система раніше виходить на режим, наближений до усталеного. У випадку *а*) збільшується взаємодія рідини з резервуаром і сильніше помітне затухання коливань рідини через перерозподіл енергії в бік поступального і обертального руху системи.

ВИСНОВКИ

Побудовано та реалізовано модель дослідження коливань системи резервуар-рідина на рухомому маятниковому підвісі.

Визначені змінні в часі параметри хвильового руху рідини, кутового та поступального руху резервуара для випадку імпульсного збудження коливань системи.

Планується подальше використання розглянутої методики для аналізу поведінки резервуара з рідиною в рухомому транспортному засобі, що містить рідинні вантажі.

ЛІТЕРАТУРА

1. Лимарченко О. С. Динамика вращающихся конструкций с жидкостью / О. С Лимарченко, Дж. Матараццо, В. В. Ясинский. — К. : Гнозис, 2002. — 304 с.
2. Лимарченко О. С. Исследование задач нелинейной динамики резервуара с жидкостью вариационным методом / О. С. Лимарченко // Прикладная механика. — 1980. — №16. — С. 99-105.
3. Нариманов Г. С. Нелинейная динамика летательного аппарата с жидкостью / Г. С. Нариманов, Л. В. Докучаев, И. А. Луковский. — М. : Машиностроение, 1977. — 208 с.
4. Микишев Г. Н. Экспериментальные методы в динамике космических аппаратов / Г. Н. Микишев. — М. : Машиностроение, 1978. — 247 с.

REFERENCES

1. Limarchenko, O.S., Mataratstso, Dzh. and Yasinskiy, V.V. (2002), *Dinamika vrashchayushchikhsya konstruktsiy s zhidkostyu* [Dynamics of rotating structures with liquid], Gnozis, Kyiv, Ukraine**.**
2. Limarchenko, O.S. (1980), “Research of tasks of nonlinear dynamics of reservoir with a liquid a variation method”, *Prikladnaya myekhanika***,** no. 16, pp**.** 99-105.
3. Narimanov, G.S., Dokuchayev, L.V. and Lukvskiy, I.A. (1977), *Nelineynaia Dinamika lyetatyelnogo apparata s zhidkostyu* [Nonlinear dynamics of aircraft with liquid], Mashinostroyeniye, Moskow, Russia.
4. Mikishyev, G.N. (1978), *Ekspyerimyentalnyye myetody v Dinamikye kosmchyeskikh apparatov* [Experimental methods are in the dynamics of space vehicles], Mashinostroyeniye, Moskow, Russia.

УДК 669.788 + 669.234: 539.373

ОСОБЕННОСТИ ФОРМОИЗМЕНЕНИЯ ПЛАСТИНЫ ИЗ СПЛАВА Α-PDH$_N$ ПРИ ЕЕ ДОПОЛНИТЕЛЬНОМ ОДНОСТОРОННЕМ НАСЫЩЕНИИ ВОДОРОДОМ

Любименко Е. Н., к. ф.-м. н., доцент

ГВУЗ «Донецкий национальный технический университет», пл. Шибанкова, 2, г. Красноармейск, 83500, Украина

lyubimenko@inbox.ru

Экспериментально исследовано при скорости подачи водорода в камеру 5,4×10^{-3} MPa/s влияние исходного содержания водорода на формоизменение пластины из сплава α-PdH$_{0,009}$ при ее одностороннем насыщении водородом до состава сплава α-PdH$_{0,018}$ и сплава α-PdH$_{0,018}$ до состава сплава α-PdH$_{0,027}$. Подтверждено, что формоизменение пластины развивается в два этапа: на первом этапе пластина весьма быстро достигает максимального изгиба, а на втором – существенно более длительном этапе, пластина распрямляется практически полностью обратимо. Установлено, что при 150°C исходное содержание водорода в палладии влияет на величину максимального изгиба, время достижения максимума, на кинетику распрямления пластины и величину остаточного стационарного формоизменения.

Ключевые слова: водород, палладий, формоизменение, водородные концентрационные напряжения, диффузия.