

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект 14-08-01161) и гранта Президента РФ НШ-2029.2014.8.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Zemskov A. V. Approximate solution of three-dimensional problem for elastic diffusion in orthotropic layer / A.V. Zemskov, D.V. Tarlakovskiy // Journal of Mathematical Sciences. – 2014. – Volume 203, Issue 2. – P. 221-238.
2. Tarlakovskii D. V. Dynamic Processes in Thermoelectromagnetoelastic and Thermoelastodiffusive Media / D.V. Tarlakovskii, V.A. Vestyak, A.V. Zemskov // Encyclopedia of thermal stress, volume 2, C-D, Springer Dordrecht Heidelberg New York London, Springer reference, 2014. – P 1064-1071.
3. Журавский А. М. Справочник по эллиптическим функциям / А.М. Журавский. – М. : Изд-во Академии наук СССР, 1941. – 235 с.
4. Полянин А. Д. Справочник по интегральным уравнениям: Точные решения / А.Д. Полянин, А.В. Манжиров. – М. : Факториал, 1998. – 384 с.

#### REFERENCE

1. Zemskov, A.V. and Tarlakovskiy, D.V. (2014), "Approximate solution of three-dimensional problem for elastic diffusion in orthotropic layer", Journal of Mathematical Sciences, vol. 203, issue 2, pp. 221-238.
2. Tarlakovskii, D.V., Vestyak, V.A. and Zemskov, A.V. (2014), "Dynamic Processes in Thermoelectromagnetoelastic and Thermoelastodiffusive Media", Encyclopedia of thermal stress, vol. 2, C-D, Springer Dordrecht Heidelberg New York London, Springer reference, pp. 1064-1071.
3. Zhuravskii, A.M. (1941), *Spravochnik po ellipticheskim funktsiyam* [Handbook of elliptic functions], Akademiya nauk, Moscow.
4. Polyanin, A.D. and Manzhairov, A.V. (1998) *Spravochnik po integral'nyim uravneniyam: Tochnye resheniya* [Handbook of Integral Equations: Exact Solutions], Faktorial, Moscow.

УДК 539.3

### РЕЗОНАНСНЫЕ ОСЕСИММЕТРИЧНЫЕ КОЛЕБАНИЯ И ДИССИПАТИВНЫЙ РАЗОГРЕВ ВЯЗКОУПРУГОЙ ЗАМКНУТОЙ СФЕРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ И ИХ ДЕМПФИРОВАНИЕ ПЬЕЗОЭЛЕКТРИЧЕСКИМИ СЕНСОРОВ И АКТУАТОРОМ

<sup>1</sup>Киричок И. Ф., д. ф.-м. н., профессор, <sup>2</sup>Карнаухова Т. В., к. ф.-м. н., доцент

<sup>1</sup>Институт механики им. С.П. Тимошенко НАНУ,  
ул. Нестерова, 3, Киев, 03057, Украина

<sup>2</sup>Национальный технический университет Украины «КПИ»,  
просп. Победы, 37, Киев, 03057, Украина

term@inmech.kiev.ua, karn@inmech.kiev.ua

Представлены результаты исследования вынужденных резонансных осесимметричных колебаний и диссипативного разогрева замкнутой сферической оболочки с пьезоэлектрическими сенсором и актуатором. Исследовано влияние температурной зависимости комплексных характеристик пассивного материала на амплитуду колебаний и температуру диссипативного разогрева. Показана возможность активного

демпфирования указанных колебаний при помощи совместного использования пьезоэлектрических сенсоров и актуаторов.

*Ключевые слова: сферическая оболочка, диссипативный разогрев, сенсоры и актуаторы, активное демпфирование.*

### **РЕЗОНАНСНІ ОСЕСИМЕТРИЧНІ КОЛИВАННЯ І ДИСИПАТИВНИЙ РОЗІГРІВ В'ЯЗКОПРУЖНОЇ ЗАМКНУТОЇ СФЕРИЧНОЇ ОБОЛОНКИ І ЇХ ДЕМПФУВАННЯ П'ЄЗОЕЛЕКТРИЧНИМИ СЕНСОРОМ ТА АКТУАТОРОМ**

<sup>1</sup>Киричок І. Ф., д. ф.-м. н., професор, <sup>2</sup>Карнаухова Т. В., к. ф.-м. н., доцент

*<sup>1</sup>Інститут механіки ім. С.П. Тимошенка НАНУ,  
вул. Нестерова, 3, Київ, 03057, Україна*

*<sup>2</sup>Національний технічний університет України «КПІ»,  
просп. Перемоги, 37, Київ, 03057, Україна*

term@inmech.kiev.ua, karn@inmech.kiev.ua

Представлено результати дослідження вимушених резонансних осесиметричних коливань і дисипативного розігріву замкнutoї сферичної оболонки з п'єзоелектричними сенсором та актуатором. Досліджено вплив температурної залежності комплексних характеристик пасивного матеріалу на амплітуду коливань і температуру дисипативного розігріву. Показана можливість активного демпфування вказаних коливань за допомогою сумісного використання п'єзоелектричних сенсорів та актуаторів.

*Ключові слова: сферична оболочка, дисипативний розігрів, сенсор та актуатори, активне демпфування.*

### **REZONANCE AXISYMMETRIC VIBRATIONS AND DISSIPATIVE HEATING OF VISCOELASTIC SPHERICAL SHELL AND THEIR DAMPING BY PIEZOELECTRIC SENSOR AND ACTUATOR**

*<sup>1</sup>Kirichok I. F., D.Sc. in Physics and Maths, Professor,*

*<sup>2</sup>Karnaukhova T. V., Ph.D. in Physics and Maths, Associate Professor*

*<sup>1</sup>S.P. Timoshenko Institute of Mechanics, National Academy of Sciences of Ukraine,  
Nesterova str., 3, Kiev, 03057, Ukraine*

*<sup>2</sup>National Technical University of Ukraine «Kyiv Polytechnic Institute»,  
Prospect Peremohy, 37, Kyiv-56, 03056, Ukraine*

Results of the investigations of the forced resonant axisymmetric vibrations and dissipative heating of closed spherical shell with piezoelectric sensor and actuator are preduced. Influence of temperature' dependence of complex characteristics of passive material on amplitude and temperature of dissipative heating are investigated. Possibility of active damping of the vibrations is shown by the using of the piezoelectric sensors and actuators is shown.

*Key words: spherical shell, resonance vibration, dissipative heating, sensors and actuators, active damping.*

### **ВВЕДЕНИЕ**

В последние годы для снижения уровня колебаний тонкостенных оболочечных элементов конструкций из упругих и вязкоупругих материалов находят широкое применение методы активного демпфирования с использованием пьезоэлектрических включений, выполняющих роль сенсоров и актуаторов [1-3]. Зачастую такие элементы представляют собой трехслойную систему и подвержены осесимметричному гармоническому нагружению. Построению моделей электротермомеханического осесимметричного поведения моногармонически нагруженных оболочек из неупругих материалов с пьезоактивными слоями, выполняющими роль сенсоров или актуаторов, с учетом температурной зависимости свойств материалов, а также решению конкретных связанных задач посвящены работы [4-8] и др. В частности, в статьях [5, 7, 8] получены аналитические и численные результаты о гармонических осесимметричных колебаниях и виброразогреве круглых пластинок и цилиндрических оболочек с пьезоэлектрическими сенсорами и актуаторами. Демпфирование таких элементов математически реализуется путем использования обратной связи, вносящей вклад в жесткостные и диссипативные характеристики объекта.

В данной статье решается задача о радиальных колебаниях и диссипативного разогреве замкнутой сферической оболочки из пассивного (без пьезоэффекта) вязкоупругого материала и их демпфирование пьезоэлектрическими слоями, один из которых является сенсором, а другой – актуатором. Демпфирование реализуется путем подключения механизма обратной связи, влияющего на диссипативные характеристики системы. Учитывается зависимость вязкоупругих свойств пассивного материала оболочки от температуры диссипативного разогрева.

### ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ И ЕЕ РЕШЕНИЕ

Рассмотрим трехслойную замкнутую сферическую оболочку, отнесенную к сферической системе координат  $\varphi, \theta, z$  с началом координаты  $z=0$  на срединной поверхности среднего слоя радиуса  $R$  и толщиной  $h_0$ . Внутренний ( $z \leq -h_0/2$ ) и внешний ( $z \geq h_0/2$ ) слои толщиной  $h_1$  и  $h_2$ , соответственно, изготовлены из поляризованной по толщине упругой пьезокерамики. Между пассивным и пьезоактивными слоями, а также на внешних поверхностях пьезослоев нанесены бесконечно тонкие электроды. На внутренних электродах заданы электрические потенциалы  ${}^m\varphi(\pm h_0/2) = 0$  ( $m=1,2$ ). Принимаем, что слой толщиной  $h_1$  выполняет роль сенсора, а слой толщиной  $h_2$  является актуатором.

Оболочка нагружена центральносимметричным поверхностным давлением  $q_z = q \cos \omega t$ , гармонически изменяющемся во времени  $t$  с постоянной амплитудой  $q$  и частотой  $\omega$ , близкой к резонансной. Кроме того, к электродам актуатора для компенсации его действия подводится разность электрических потенциалов с амплитудой  ${}^2\varphi(h_0/2 + h_2) - {}^2\varphi(h_0/2) = V_a$  с частотой механического нагружения. При этом на разомкнутых электродах сенсора возникает разность электрических потенциалов неизвестной амплитуды  ${}^1\varphi(-h_0/2 - h_1) - {}^1\varphi(-h_0/2) = V_s$  и на электродированных поверхностях  $s$  выполняется электрическое граничное условие

$$\iint_s {}^1D_z ds = 0. \quad (1)$$

Здесь  ${}^1D_z$  – нормальная составляющая электрической индукции. На поверхностях оболочки реализуется конвективный теплообмен с внешней средой, температура  $T_0$  которой равна начальной температуре оболочки.

Рассматривая центральносимметричные радиальные колебания и диссипативный разогрев указанной оболочки, предполагаем, что вследствие выбранной геометрии и характера нагружения для описания ее механического поведения по всему пакету слоев справедливы гипотезы Кирхгофа-Лява безмоментной теории оболочек. Относительно электрических переменных имеют место адекватные допущения [3], согласно которым  $D_z = const$  является постоянной по толщине пьезослоев. Вязкоупругие свойства изотропного материала пассивного слоя описываются концепцией комплексных модулей [9], зависящих от температуры. Рассматривая установившийся процесс диссипативного разогрева, постулируем температуру постоянной по толщине пакета.

На основании принятых предположений из трехмерных определяющих соотношений для поляризованной вдоль оси  $z$  пьезокерамики получаем такие выражения для пьезоактивных слоев:

$$\begin{aligned} {}^m\sigma_\theta &= {}^m c_{11}\varepsilon_\theta - {}^m b_{31} {}^m E_z; & {}^m D_z &= 2 {}^m b_{31}\varepsilon_\theta - {}^m \tilde{\varepsilon}_{33} {}^m E_z; & \varepsilon_\phi &= \varepsilon_\theta = \frac{w}{R}; & {}^m E_z &= -\frac{d^m \varphi}{dz}; \\ {}^m c_{11} &= \frac{1}{{}^m s_{11}^E (1 - {}^m \nu_E)}; & {}^m \nu_E &= -\frac{{}^m s_{12}^E}{{}^m s_{11}^E}; & {}^m b_{31} &= \frac{{}^m d_{31}}{{}^m s_{11}^E (1 - {}^m \nu_E)}; & {}^m \tilde{\varepsilon}_{33} &= {}^m \varepsilon_{33}^T - 2 {}^m b_{31} {}^m d_{31}; \end{aligned} \quad (2)$$

${}^m s_{11}^E, {}^m s_{12}^E, {}^m d_{31}, {}^m \varepsilon_{33}^T$  – податливости, пьезомодуль и диэлектрическая проницаемость пьезокерамики;  $w = w' + iw''$  – комплексная амплитуда прогиба.

Для вязкоупругого материала пассивного слоя  $h_0$  справедливы первое и третье равенства из (2), в которых необходимо положить  ${}^m c_{11} = {}^0 c_{11} = E(T)/(1-\nu)$ ,  ${}^m b_{31} = 0$ ,  $E = E' + iE''$  – комплексный модуль вязкоупругости, зависящий от температуры;  $\nu = const$  – коэффициент Пуассона.

Путем интегрирования зависимостей (2) по пакету слоев оболочки получаем выражение для усилия:

$$N_0 = D_N \frac{w}{R} - {}^1 b_{31} V_s + {}^2 b_{31} V_a; \quad (D_N = {}^1 c_{11} h_1 + {}^2 c_{11} h_2 + {}^0 c_{11} h_0). \quad (3)$$

Электрическая индукция в пьезоэлектрическом сенсоре определяется по формуле:

$${}^1 D_z = {}^1 b_{31} \frac{w}{R} + {}^1 \tilde{\epsilon}_{33} \frac{V_s}{h_1}. \quad (4)$$

Из условия (1) с учетом (4) находим выражение для вычисления возникающего на электродах сенсора электрического потенциала

$$V_s = -2 \frac{{}^1 b_{31} h_1}{{}^1 \tilde{\epsilon}_{33} R} w. \quad (5)$$

В рамках безмоментной теории уравнения гармонических колебаний рассматриваемой оболочки относительно амплитудных переменных имеет вид (множитель  $e^{i\omega t}$  опущен):

$$2N_0 - \rho_* R \omega^2 w = \tilde{q}, \quad (6)$$

где  $\rho_* = \rho_1 h_1 + \rho_2 h_2 + \rho_0 h_0$ ,  $\tilde{q} = R(h_0 + h_1 + h_2)q$ ;  $\rho_1$ ,  $\rho_2$  и  $\rho_0$  – удельные плотности пьезокерамики и пассивного материала.

Для активного демпфирования механических колебаний оболочки путем подвода к пьезоактуатору разности электрических потенциалов  $V_a$  используем механизм обратной связи, математически реализуемый линейной зависимостью показателя  $V_a$  и производной по времени показателя сенсора  $V_s$ , так что

$$V_a = -i\omega G_{as} V_s. \quad (7)$$

Здесь  $G_{as}$  – параметр управления, влияющий на диссипативные свойства системы. Знак  $<->$  указывает на противофазное механической нагрузке подведение потенциала  $V_a$  к актуатору.

В силу принятых допущений и условий теплообмена установившаяся температура диссипативного разогрева оболочки определяется соотношением:

$$-2\alpha_s \theta + \frac{\omega}{(1-\nu)R^2} E''(\theta) |w|^2 = 0 \quad (8)$$

в котором  $|w| = (w'^2 + w''^2)^{1/2}$ ,  $\theta = T - T_0$ ;  $\alpha_s$  – коэффициент теплообмена с внешней средой.

Подставляя выражение (3) в уравнение (6) и учитывая (5), (7), после несложных преобразований находим:

$$|w| = \tilde{q} / (\Delta'^2 + \Delta''^2)^{1/2}, \quad (9)$$

где  $\Delta' = 2(D_N^0 + \gamma_2 + m_1 E'(\theta)) - R\rho_* \omega^2$ ;  $\Delta'' = 2[\gamma_1 + m_1 E''(\theta)]$ ;  $D_N^0 = ({}^1 c_{11} h_1 + {}^2 c_{11} h_2)/R$ ;  $m_1 = h_0 / [(1-\nu)R]$ ;  $\gamma_2 = 2{}^1 b_{31}^2 h_1 / ({}^1 \tilde{\epsilon}_{33} R)$ ;  $\gamma_1 = \omega G_{as} {}^2 b_{31} \gamma_2 / {}^1 b_{31}$ .

Комбинация соотношений (8), (9) приводит к трансцендентному уравнению относительно неизвестного значения температуры  $\theta$  при заданных функциях  $E'(\theta)$ ,  $E''(\theta)$ .

Примем, что составляющие комплексного модуля вязкоупругого материала являются линейной функцией температуры виброразогрева, так что

$$E'(\theta) = E'_0 + E'_1 \theta; \quad E''(\theta) = E''_0 + E''_1 \theta. \quad (10)$$

С учетом зависимостей (10) из уравнений (8), (9) для вычисления температуры виброразогрева оболочки получаем кубическое уравнение:

$$a_3\theta^3 + a_2\theta^2 + a_1\theta - m_{30}\tilde{q}^2 = 0. \quad (11)$$

Соотношение для вычисления амплитуды прогиба (9) приобретает вид:

$$|w| = \tilde{q} / (a_0 + a_2\theta + a_3\theta^2)^{1/2}. \quad (12)$$

В зависимостях (11), (12) обозначено:

$$\begin{aligned} a_0 &= \Delta_1^2 + \Delta_2^2; \quad a_1 = a_0 - m_{31}\tilde{q}^2; \quad a_2 = 2(d_1\Delta_1 + d_2\Delta_2); \quad a_3 = d_1^2 + d_2^2; \\ \Delta_1 &= D_N^0 + \gamma_2 + m_1E_0' - R\rho_s\omega^2; \quad \Delta_2 = \gamma_1 + m_1E_0''; \quad d_1 = 2m_1E_1'; \quad d_2 = 2m_1E_1''; \\ m_{30} &= m_0E_0''; \quad m_{31} = m_0E_1''; \quad m_0 = \omega \sqrt{[2\alpha_s(1-\nu)R^2]}. \end{aligned}$$

При независимости от температуры составляющих комплексного модуля амплитуда прогиба и температура виброразогрева рассчитываются на основании зависимостей (9) и (8), в которых необходимо положить  $E'(\theta) = E_0'$ ,  $E''(\theta) = E_0''$ .

### РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ И ИХ АНАЛИЗ

Численные расчеты проведены для оболочки при  $R = 0,1 \text{ м}$ ,  $h_0 = 0,004 \text{ м}$ ,  $h_1 = h_2 = 0,5 \cdot 10^{-5} \text{ м}$ .

Пассивный слой выполнен из полимера [6] с такими параметрами в (10):

$$E_0' = 0,216594 \cdot 10^{10} \text{ Па}; \quad E_1' = -0,236994 \cdot 10^8 \text{ Па} / ^\circ\text{C};$$

$$E_0'' = 0,199358 \cdot 10^9 \text{ Па}; \quad E_1'' = -0,190904 \cdot 10^7 \text{ Па} / ^\circ\text{C};$$

$$\rho_0 = 929 \text{ кг} / \text{м}^3; \quad \nu = 0,3636; \quad T_0 = 20^\circ\text{C}.$$

Пьезоэлектрические актуатор и сенсор изготовлены из одной и той же пьезокерамики типа ЦТСТБС – 2 [1] с упругими материальными параметрами  $s_{11}^E = 12,5 \cdot 10^{-12} \text{ м}^2 / \text{Н}$ ;

$$s_{12}^E = -4,62 \cdot 10^{-12} \text{ м}^2 / \text{Н}; \quad d_{31} = -1,6 \cdot 10^{-10} \text{ Кл} / \text{м}; \quad \epsilon_{33}^T = 21 \cdot 10^2 \epsilon_0; \quad \epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} \text{ Ф} / \text{м};$$

$$\rho_1 = \rho_2 = 7520 \text{ кг} / \text{м}^3.$$

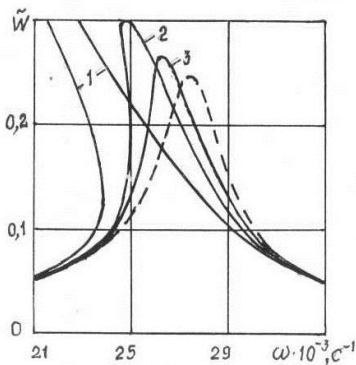


Рис. 1. Влияние коэффициента теплообмена на амплитудно-частотные характеристики

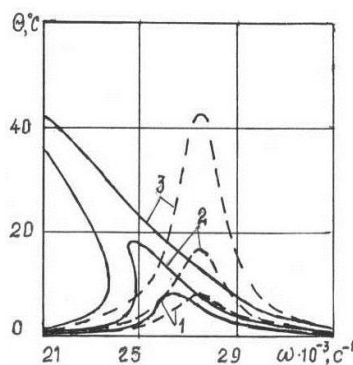


Рис. 2. Влияние коэффициента теплообмена на температурно-частотные характеристики

На рис. 1, 2 показаны кривые 1–3 частотных зависимостей безразмерных амплитуд прогибов  $\tilde{w} = |w| \cdot 10^3 / h_0$  (АЧХ) и температуры виброразогрева  $\theta$  (ТЧХ) недемпфированной ( $G_{as} = 0$ ) оболочки при нагрузке  $\tilde{q} = 25 \text{ Н}$ , рассчитанных для коэффициентов  $\alpha_s = 5; 25; 50 \text{ Вт} / (\text{м}^2 \cdot \text{град})$ , соответственно. Из рис. 1, 2 видно, что учет температурной зависимости вязкоупругих свойств материала приводит к известному явлению трансформации частотных изотермических (штриховые кривые) характеристик в нелинейные мягкого типа (сплошные кривые) со сдвигом собственной частоты в сторону

уменьшения. Уменьшение коэффициента теплообмена  $\alpha_s$  приводит к усилению такой трансформации АЧХ и ТЧХ вплоть до появления неоднозначных участков и некоторому увеличению прогибов и температуры виброразогрева на неизотермической частоте.

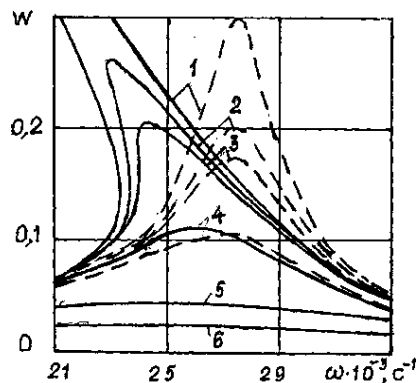


Рис. 3. Амплитудно-частотные характеристики для разных коэффициентов управления

На рис. 3 для параметров нагрузки  $\tilde{q} = 30 \text{ Н}$  и теплообмена  $\alpha_s = 10 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{град})$  приведены кривые 1–6 АЧХ, рассчитанные для коэффициентов управления  $G_{as} = (0; 0,4; 0,6; 1,5; 5; 10) \cdot 10^{-3}$ , соответственно. Здесь штриховые кривые соответствуют изотермическому модулю пассивного материала, а сплошные – при учете его зависимости от температуры. Видно, что включение механизма обратной связи с использованием скорости изменения электрического показателя сенсора при увеличении управляющего параметра позволяет эффективно гасить механические колебания вплоть до полного их подавления на резонансной частоте.

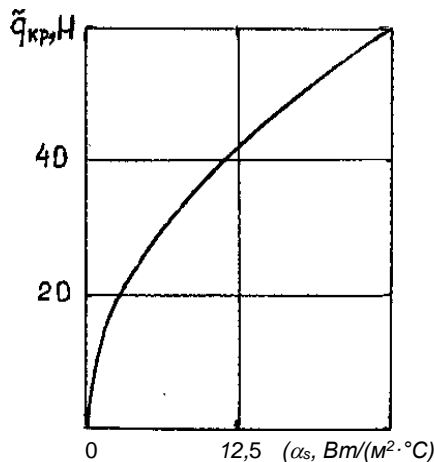
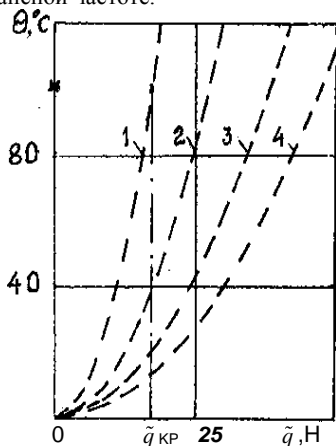


Рис. 4. Зависимость температуры от нагрузки

Рис. 5. Зависимость критической нагрузки от  $\alpha_s$

Температура диссипативного разогрева вязкоупругих элементов из пассивных и пьезоактивных составляющих при соответствующих уровнях гармонического нагружения и условиях теплообмена может достигать критического значения  $\theta_{кр}$ , при котором происходит тепловое разрушение системы из-за размягчения пассивного материала или деполяризации пьезокерамики (точка Кюри). На рис. 4 приведены кривые 1–4 зависимости температуры виброразогрева  $\theta$  недемпфированной оболочки ( $G_{as} = 0$ ) от амплитуды механической нагрузки  $\tilde{q}$ , рассчитанных на частоте  $\omega = 27400 \text{ с}^{-1}$  для изотермических свойств пассивного

материала с коэффициентами теплообмена  $\alpha_s = 2; 5; 10; 15 \text{ Bm} / (\text{m}^2 \cdot \text{град})$ , соответственно. Звездочкой на оси ординат обозначено значение температуры  $\theta_{kp} = 100^\circ \text{C}$  начала размягчения рассматриваемого полимера, которое ниже точки Кюри пьезокерамики. Этой температуре на оси абсцисс соответствует значение амплитуды критической загрузки  $\tilde{q}_{kp}$ . Зависимость  $\tilde{q}_{kp}$  от коэффициента теплообмена  $\alpha_s$  представлена кривой на рис. 5. Из рис. 4, 5 видно, что значение критической загрузки  $\tilde{q}_{kp}$  стремится к нулевому при полной теплоизоляции системы ( $\alpha_s \rightarrow 0$ ) и постепенно нарастает, стремясь к постоянной величине, при увеличении коэффициента теплообмена.

### ВЫВОДЫ

Представлены постановка и решение задачи о радиальных резонансных колебаниях и диссипативном разогреве вязкоупругой замкнутой сферической оболочки с пьезоэлектрическими сенсором и актуатором при учете температурной зависимости свойств пассивного материала. Показана возможность снижения колебаний и виброразогрева оболочки с помощью механизма обратной связи, который реализуется линейной зависимостью между разностью потенциалов пьезоактуатора и скорости изменения разности электрического потенциала на электродах сенсора. Исследовано влияние коэффициента теплообмена на критические значения амплитуды механического гармонического нагружения, при котором температура виброразогрева достигает критической и происходит тепловое разрушение оболочки.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Болкисев А. М. О зависимости свойств пьезокерамических материалов от температуры / А.М. Болкисев, В.Л. Карлаш, Н.А. Шульга // Прикл. механика. – 1984. – 20, № 7. – С. 70-74.
2. Карнаухов В. Г. Влияние температуры диссипативного разогрева на активное демпфирование вынужденных колебаний неупругих тонких пластин при помощи пьезоэлектрических сенсоров и актуаторов / В.Г. Карнаухов, И.Ф. Киричок, В.И. Козлов // Актуальні аспекти фізико-механічних досліджень. Акустика і хвилі. – К. : Наук. думка, 2007. – С. 127-152.
3. Карнаухов В. Г. Нелинейная термомеханика пьезоэлектрических неупругих тел при моногармоническом нагружении / В.Г. Карнаухов, В.В. Михайленко. – Житомир : ЖГТУ, 2005. – 428 с.
4. Киричок И. Ф. Влияние граничных условий и температуры виброразогрева на резонансные осесимметричные колебания вязкоупругих цилиндрических оболочек с пьезоактуаторами и сенсорами / И.Ф. Киричок, Я.А. Жук // Теоретическая и прикладная механика. – 2013. – Вып. 7(53). – С. 133-140.
5. Киричок І. Ф. Осесиметричні резонансні коливання і вібророзігрів в'язкопружної циліндричної оболонки з п'єзоелектричними сенсорами при врахуванні температурної залежності властивостей матеріалів / І.Ф. Киричок, Т.В. Карнаухова // Вісник Київського нац. ун-ту. Сер. : фіз.-матем. науки. – 2013. – Вип. 3. – С. 150-153.
6. Нестеренко М. П. Моделирование ультразвукового разогрева структурных элементов полимерных волокнистых композитов / М.П. Нестеренко, О.П. Червинко, И.К. Сенченков // Вест. Нац. техн. ун-та «ХПИ». – 2002. – № 9. – С. 3-8.
7. Kirichok I. F. Forced Monoharmonic and Vibro-Heating of Viscoelastic Flexible Circular Plates with Piezolayers / I.F. Kirichok // Int. Appl. Mech. – 2013. – 49, № 6. – P. 715-725.
8. Kirichok I. F. Resonance Vibration and Dissipative Heating of a Rigidly Clamped Thermoviscoelastic Beam with Piezoactuators / I.F. Kirichok // Int. Appl. Mech. – 2014. – 50, № 4. – P. 77-86.

## REFERENCES

1. Bolkisev, A.M., Karlash, V.L. and Shul'ga, N.A. (1984), "On the dependence of properties of piezoceramic materials on temperature", *Prikl. mekhanika*, 20, no. 7, pp. 70-74.
2. Karnauhov, V.G., Kirichok, I.F., and Kozlov, V.I. (2007), "The effect of temperature on the dissipative heating active damping forced vibrations inelastic thin plates using piezoelectric sensors and actuators", *Aktual'ni aspekty fizyko-mekhanichnykh doslidzhen'. Akustyka i khvyli*, pp. 127-152.
3. Karnauhov, V.G. and Mihajlenko, B.B. (2005), *Nelinejnaja termomehaniki p'ezojelektricheskikh neuprugih tel pri monogarmonicheskom nagruzenii* [Nonlinear thermomechanical inelastic piezoelectric bodies at monogarmonicheskom loading] ZhGTU, Zhitomir.
4. Kirichok, I.F., and Zhuk, Ja.A (2013), "Influence of boundary conditions and temperature on the resonance vibrorazogreva axisymmetric vibrations of viscoelastic cylindrical shells with pezoaktuatorami and sensors", *Teoreticheskaja i prikladnaja mehanika*, issue 7(53), pp. 133-140.
5. Kyrychok, I.F. and Karnaukhova, T.V. (2013), "Axially symmetric resonant vibrations and vibrorozhiv viscoelastic cylindrical shell with piezoelectric sensors taking into account the temperature dependence of properties", *Visnyk Kyivsk'oho nats. un-tu. Ser.: fiz.-matem. nauky*, issue 3, pp. 150-153.
6. Nesterenko, M.P., Chervinko, O.P. and Senchenkov, I.K. (2002), "Modeling of ultrasonic heating of the structural elements of the polymer fibrous composite", *Vest. Nac. tehn. un-ta "HPI"*, no. 9, pp. 3-8.
7. Kirichok, I.F. (2013), "Forced Monoharmonic and Vibro –Heating of Viscoelastic Flexible Circular Plates with Piezolayers", *Int. Appl. Mech.*, 49, no 6, pp. 715-725.
8. Kirichok, I.F. (2014), "Resonance Vibration and Dissipative Heating of a Rigidly Clamped Thermoviscoelastic Beam with Piezoactuators", *Int. Appl. Mech*, 50, no. 4, pp. 77-86.

УДК 539.3: 514.18

### ВИЗУАЛИЗАЦИЯ ВОЛОКНИСТЫХ МАТЕРИАЛОВ ПРИ БОЛЬШИХ ДЕФОРМАЦИЯХ

Кострова М. М., аспирант, Наумова И. Ю., к. ф.-м. н., доцент,  
Ахундов В. М., д. ф.-м. н., профессор

*Национальная металлургическая академия Украины,  
просп. Гагарина, 4, г. Днепрпетровск, 49027, Украина*

akhundov@ua.fm

Излагается методика визуализации блоков представления материалов сред волокнистого строения при больших деформациях. Блоки материалов визуализируются по результатам численного решения для них краевых задач при граничных условиях, отражающих нагружение материала в деформируемой среде. Приводятся 3D-изображения конфигураций деформированных материалов с одно-, дву-, и трехнаправленными схемами армирования, рассчитанных по двухуровневой каркасной теории на базе модели кусочно-однородного тела. Отмечаются особенности визуализации и деформирования данных материалов при больших деформациях.

*Ключевые слова: материал волокнистый, визуализация материала, деформации большие, армирование однонаправленное, армирование перекрестное, армирование триортогональное.*