

9. Белоцерковский С. М. Численные методы в сингулярных интегральных уравнениях и их применение в аэродинамике, теории упругости, электродинамике / С.М. Белоцерковский, И.К. Лифанов. – М. : Наука, 1985. – 253 с.
10. Назарчук З. Т. Численное исследование дифракции волн на цилиндрических структурах / З.Т. Назарчук. –К. : Наукова думка, 1989. – 256 с.

#### REFERENCES

1. Aleksandrov, V.M., Smetanin, V.I. and Sobol, B.V. (1993), *Tonkiye koncentratory napryazheniy v uprugikh telakh* [The thin concentrators of stresses in the elastic bodies], Nauka, Moscow, Russia.
2. Popov, G.Ya. and Kebli, B.K. (1997), “For solve of the problems about stress concentration near cylindrical defects”, *Prikladnaya mekhanika*, vol. 33, no. 10, pp. 67-63.
3. Popov, G.Ya., Morozov, Y.A. and Usov, A.V. (1999), “About the stress intensive factor of the tangential stress near edge of semi-infinity cylindrical crack under shock loaded its banks”, *Problemy prothnosti*, no. 3, pp. 63-72.
4. Morozov, Y.A. and Popov, G.Ya (1999), “The problem about stress concentration near semi-infinity cylindrical crack”, *Mashinoznavstvo*, no. 5, pp. 28-32.
5. Popov, V.G. (2004), “Interaction harmonic torsion waves with thin hard cylindrical inclusion”, *Izvestiya RAN, Mechanica tverdogo tela*, no. 5, pp. 75-81.
6. Popov, V.G. (2007), “Analysis of stress concentration near inclusion in the form of finite cylindrical shell under action of torsion wave”, *Mathematical method and physicommechanical fields*, vol. 50, no. 2, pp. 29-34.
7. Popov, G.Ya., Reyt, V.V. and Vaysfeld, N.D. (2005), *Rivnyannya matematychnoi fizyky. Metod integralnykh peretvoren* [Mathematical physic equations. Integral transformation method], Odessa, Ukraine.
8. Bateman, H. and Erdelyi, A. (1974), *Vyshiyie transcendentnye funktsii* [Higher transcendental functions], Nauka, Moscow, Russia.
9. Belotcerkovskiy, S.M. and Lifanov, I.K. (1985), *Thislennyye metody v singularnykh integralnykh uravneniyach I yich primeneniye v aerodinamike, teoriy uprugosti, electrodinamike* [Numerical methods for singular integral equation and its application to aerodynamics, theory of elasticity, electrodynamics], Nauka, Moscow, Russia.
10. Nazarchuk, Z.T. (1989), *Thislennoe issledovaniye difrarcy voln na cilindriteskikh strukturach* [Numerical analysis of diffraction waves by cylindrical structure], Naukova dumka, Kyiv, Ukraine.

УДК 539.376

### СТОХАСТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ РАЗРУШЕНИЯ КОНСТРУКЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ ПРИ НЕИЗОТЕРМИЧЕСКОЙ ПОЛЗУЧЕСТИ

Пошивалов В. П., д. т. н., профессор, Дояр И. А.

*Институт технической механики НАН Украины и ГКА Украины,  
ул. Лешко-Попеля, 15, Днепропетровск, 49600, Украина*

vposhivalov@gmail.com, kosmik90@mail.ru

Разработан подход к прогнозированию долговечности конструкционных материалов при неизотермической ползучести в условиях одноосного стационарного нагружения. Построена стохастическая модель длительной прочности. Предложен метод идентификации констант ползучести материала. Разработано программное

*Фізико-математичні науки*

обеспечение для реализации стохастической модели и проведены расчеты по экспериментальным данным, подтверждающие адекватность построенной модели.

*Ключевые слова:* разрушение, неізотермическая ползучесть, поврежденность материала, время до разрушения, среднеквадратическое отклонение времени до разрушения.

### **СТОХАСТИЧНА МОДЕЛЬ РУЙНУВАННЯ КОНСТРУКЦІЙНИХ МАТЕРІАЛІВ ПРИ НЕІЗОТЕРМІЧНІЙ ПОВЗУЧОСТІ**

Пошивалов В. П., д. т. н., професор, Дояр І. А.

*Інститут технічної механіки НАН України і ДКА України,  
вул. Лешко-Попеля, 15, Дніпропетровськ, 49600, Україна*

vposhivalov@gmail.com, kosmik90@mail.ru

Розроблено підхід до прогнозування довговічності конструкційних матеріалів при неізотермічній повзучості в умовах одноосового стаціонарного навантаження. Побудована стохастична модель довготривалої міцності. Запропоновано метод ідентифікації констант повзучості матеріалу. Розроблено програмне забезпечення для реалізації стохастичної моделі й проведені розрахунки за експериментальним даними, які підтверджують адекватність побудованої моделі.

*Ключові слова:* руйнування, неізотермічна повзучість, пошкодження матеріалу, час до руйнування, середньоквадратичне відхилення часу до руйнування.

### **STOCHASTIC MODEL OF DESTRUCTION OF CONSTRUCTIONAL MATERIALS AT ANISOTHERMIC CREEP**

Poshivalov V. P., D. of Technical Science, Professor, Doyar I. A.

*Institute of Technical Mechanics of NAS of Ukraine and HCA,  
Lesco-Popiel str., 15, Dnepropetrovsk, 49600, Ukraine*

vposhivalov@gmail.com, kosmik90@mail.ru

The paper presents the model for forecasting the structural material life in creep under one-axial steady-state loading with consideration for variations in the temperature.

An exponential dependence of the strain rate and a structural parameter of failure on stresses and an exponential dependence on temperature are taken, respectively.

In building the stochastic failure model in creep it is assumed that part of parameters for the equations of creep and long-term strength are deterministic values and another part presents normally distributed random values. In so doing, strain hardening at the first stage of creep is ignored.

All unknown constants for the equation of creep and long-term strength are identified.

It is shown that for building the stochastic model it is required to have the following experimental data at fixed temperatures and stresses: the rate of steady-state creep at an initial moment, time to failure, the value of the creep strain at the failure moment.

Using the method of multiple linear regression on known experimental values of these magnitudes, parameters for equations of creep and long-term strength are evaluated at fixed stresses and temperatures.

The technique for determining the function of disturbance of time to failure for an arbitrary pair of data- the stress and temperature- is proposed.

To test this approach for goodness of fit, the theoretical results are compared with the experiments on failure of samples from copper and aluminum alloy in creep at different levels of stress and temperature.

Plots of the distribution function and the distribution density in combination with the frequency histogram of the random value characterizing time to failure of aluminum samples at the stress of 45 MPa and temperature of 573°C are presented.

It is shown that 1) the theoretical results are in good agreement with the experimental data both on time to failure and on standard deviation; 2) linear and non-linear models can be used as parametric dependencies of distribution; 3) the approach proposed can be employed for forecasting materials life in a wide range of variations in stresses and temperatures.

*Key words:* destruction, non-isothermal creep damaged material, time to failure, the standard deviation of the time to failure.

### **ВВЕДЕНИЕ**

Эксплуатация многих ответственных изделий энергетического, химического и атомного машиностроения происходит под воздействием высоких температур и больших напряжений.

Для оценки ресурса и остаточного ресурса таких конструкций необходимо давать как можно более точные прогнозные оценки времени безотказной работы.

В настоящее время существует ряд подходов к решению этой задачи, которые базируются либо на статистической обработке экспериментальных данных по разбросу времени до разрушения, либо на построении простейших вероятностных моделей, учитывающих вероятностный характер разрушения при ползучести.

Прогнозирование времени до разрушения материалов, основанное на полученных экспериментальных данных, позволяет решить задачу увеличения сроков службы ответственных изделий, как на стадии проектирования при назначении ресурсных показателей, так и в процессе их эксплуатации.

### ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

В работе предложен подход, который позволяет прогнозировать долговечность конструкционных материалов при ползучести в условиях одноосного стационарного нагружения с учетом изменения температуры.

Принимаем степенную зависимость для скорости деформации ползучести  $\dot{\varepsilon}$  и структурного параметра поврежденности  $\dot{\omega}$  от напряжения и экспоненциальную зависимость от температуры соответственно [1, 2]:

$$\dot{\varepsilon} = \frac{a \cdot \exp\left(-\frac{h}{T}\right) \cdot \sigma^n}{(1-\omega)^n}, \quad (1)$$

$$\dot{\omega} = \frac{b \cdot \exp\left(-\frac{p}{T}\right) \cdot \sigma^m}{(1-\omega)^l}, \quad (2)$$

где  $\sigma$  – напряжение, отнесенное к первоначальной площади поперечного сечения образца;  $T$  – температура;  $a, b, n, m, l, p, h$  – константы ползучести материала. Параметры  $h$  и  $p$  зависят соответственно от универсальной газовой постоянной и от энергии активации ползучести и поврежденности материала в процессе ползучести [3].

Считаем, что значение  $\omega=0$  соответствует неповрежденному материалу, а  $\omega=1$  – появлению в материале макроскопической трещины, ведущей к разрушению.

Пренебрегаем деформационным упрочнением, имеющим место на первой стадии ползучести.

Будем считать параметры  $n, m, l$  детерминированными величинами, а параметры  $a, b$  – нормально распределенными случайными величинами.

Проинтегрировав соотношения (1) и (2), в предположении, что напряжение и температура постоянны, получим выражения для деформации ползучести и параметра поврежденности в виде:

$$\varepsilon(t) = \frac{a \cdot \exp\left(\frac{p-h}{T}\right) \cdot \sigma^{n-m}}{b \cdot (n-l-1)} \left\{ \left[ 1 - (l+1) \cdot b \cdot \exp\left(-\frac{p}{T}\right) \cdot \sigma^m \cdot t \right]^{\frac{l-n+1}{l+1}} - 1 \right\}. \quad (3)$$

$$\omega(t) = 1 - \left[ 1 - (l+1) \cdot b \cdot \exp\left(-\frac{p}{T}\right) \cdot \sigma^m \cdot t \right]^{\frac{1}{l+1}}. \quad (4)$$

Время до разрушения  $t_p$  находим из соотношения (4) как решение уравнения  $\omega(t_p) = 1$

$$t_p = \frac{1}{\left[ (l+1) \cdot b \cdot \exp\left(-\frac{p}{T}\right) \cdot \sigma^m \right]}. \quad (5)$$

Для построения стохастической модели разрушения при ползучести необходимо провести идентификацию всех неизвестных постоянных, входящих в соотношения (1) и (2).

Будем считать, что имеются данные  $N$  экспериментов на длительную прочность при напряжении  $\sigma_e$  и температуре  $T_e$ , такие, как:  $\dot{\varepsilon}_{0e}$  – скорость установившейся ползучести в начальный момент времени;  $t_{pe}$  – время до разрушения;  $\varepsilon_{ipe}$  – деформация ползучести в момент разрушения (индекс  $e$  означает, что данные получены по результатам эксперимента). Как показано в работе [4], на участке установившейся ползучести можно считать справедливым следующее соотношение:

$$\dot{\varepsilon}_0 = a \cdot \exp\left(-\frac{h}{T}\right) \cdot \sigma^n, \quad (6)$$

где  $\dot{\varepsilon}_0$  – скорость установившейся ползучести в начальный момент времени.

Прологарифмируем равенство (6)

$$\ln \dot{\varepsilon}_0 = \ln a + n \cdot \ln \sigma - \frac{h}{T}. \quad (7)$$

Используя метод множественной линейной регрессии по известным экспериментальным значениям  $\dot{\varepsilon}_{0e}$ ,  $\sigma_e$ ,  $T_e$ , найдём соответственно оценки  $\hat{a}$ ,  $\hat{n}$ ,  $\hat{h}$  параметров  $a$ ,  $n$  и  $h$  [5].

Считаем, что  $n = \hat{n}$ ,  $h = \hat{h}$ .

Из соотношения (6) получим выборочный вектор  $a$

$$a = \left\{ \frac{\dot{\varepsilon}_{0e_i}}{\sigma_{ei}^n \cdot \exp\left(-\frac{h}{T_{ei}}\right)}, i = \overline{1, N} \right\}. \quad (8)$$

Деформацию в момент разрушения найдём из соотношения (3), подставив  $t = t_p$

$$\varepsilon_{ip} = \varepsilon(t_p) = -\frac{a \cdot \exp\left(\frac{p-h}{T}\right) \cdot \sigma^{n-m}}{b \cdot (n-l-1)}. \quad (9)$$

С учетом равенства (5) получим:

$$\varepsilon_{ip} = \frac{(l+1)}{(l+1-n)} \cdot a \cdot \exp\left(-\frac{h}{T}\right) \cdot \sigma^n t_p. \quad (10)$$

Из равенства (10) определим параметр  $l$ , который характеризует кривизну третьей стадии ползучести

$$l = n - 1 + \frac{n}{\frac{\varepsilon_{ip}}{a \cdot \exp\left(-\frac{h}{T}\right) \cdot \sigma^n \cdot t_p} - 1}. \quad (11)$$

Оценку параметра  $l$  найдём как

$$\hat{l} = \sum_{i=1}^n l_i, \quad (12)$$

где  $l_i = n - 1 + \frac{n}{\frac{\varepsilon_{pei}}{a \cdot \exp\left(-\frac{h}{T_{ei}}\right) \cdot \sigma_{ei}^n \cdot t_{pei}} - 1}$  значение параметра  $l$  в эксперименте с номером  $i$ .

Далее считаем, что  $l = \hat{l}$ .

Прологарифмируем равенство (5)

$$\ln t_p = -m \cdot \ln \sigma + \frac{p}{T} - \ln(l+1) \cdot b. \quad (13)$$

Считаем, что  $m = \hat{m}$ ,  $p = \hat{p}$ .

Из соотношения (13) получим выборочный вектор  $b$

$$b = \left\{ \frac{1}{(l+1) \cdot t_{pei} \cdot \exp\left(-\frac{p}{T_{ei}}\right) \cdot \sigma_{ei}^m}, i = \overline{1, N} \right\}. \quad (14)$$

Для каждой пары данных  $\sigma$ ,  $T$  (напряжение – температура) находим несмещенные и состоятельные оценки математического ожидания  $\hat{\mu}_b$  и дисперсии  $\hat{d}_b$  случайной величины  $b$  [6]:

$$\hat{\mu}_b = \frac{1}{K} \sum_{i=1}^K b_i, \quad (15)$$

$$\hat{d}_b = \frac{1}{K-1} \sum_{i=1}^K (b_i - \hat{\mu}_b)^2, \quad (16)$$

где  $K$  – количество элементов выборки  $b$ , которая соответствует заданным  $\sigma$ ,  $T$ .

Считаем, что  $\mu_b = \hat{\mu}_b$ ,  $d_b = \hat{d}_b$ .

Найдем зависимости параметров распределения  $\mu_b$ ,  $d_b$  от напряжения  $\sigma$  и температуры  $T$ .

Рассмотрим два вида зависимостей:

линейную

$$\mu_b = a_{0\mu} \cdot \sigma + a_{1\mu} \cdot T + a_{2\mu}, \quad (17)$$

$$d_b = a_{0d} \cdot \sigma + a_{1d} \cdot T + a_{2d} \quad (18)$$

и нелинейную

$$\mu_b = a_{0\mu} \cdot \sigma^2 + a_{1\mu} \cdot \sigma \cdot T + a_{2\mu} \cdot T^2 + a_{3\mu} \cdot \sigma + a_{4\mu} \cdot T + a_{5\mu}, \quad (19)$$

$$d_b = a_{0d} \cdot \sigma^2 + a_{1d} \cdot \sigma \cdot T + a_{2d} \cdot T^2 + a_{3d} \cdot \sigma + a_{4d} \cdot T + a_{5d}, \quad (20)$$

где  $a_{i\mu}$ ,  $a_{jd}$ ,  $i = \overline{0,5}$ ,  $j = \overline{0,5}$  – неизвестные коэффициенты.

Применяя метод множественной линейной регрессии, найдём оценки неизвестных коэффициентов в соотношениях (17), (18), (19) и (20).

Считаем, что коэффициенты  $a_{i\mu}$ ,  $a_{jd}$ ,  $i = \overline{0,5}$ ,  $j = \overline{0,5}$  равны своим оценкам.

В этом случае определение распределения времени до разрушения  $t_p$  по произвольной паре данных  $\sigma$ ,  $T$  сводится к следующему.

1. В соответствие с предложенным выше подходом по известным экспериментальным данным  $\sigma_e$ ,  $T_e$ ,  $\hat{\varepsilon}_{0e}$ ,  $t_{pe}$ ,  $\varepsilon_{t_{pe}}$  находятся оценки параметров  $n$ ,  $m$ ,  $l$ ,  $p$ ,  $h$  для модели (1) и (2).
2. Из соотношений (17)-(18) или (19)-(20) определяются параметры распределения  $\mu_b$ ,  $d_b$  случайной величины  $b$ .
3. Распределение времени до разрушения  $t_p$  определяется из равенства (5) по заданному распределению  $N(\mu_b, d_b)$  случайной величины  $b$ .

Общий вид функции распределения случайной величины  $t_p$  будет иметь вид:

$$F_{t_p}(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ \frac{1}{x^{(l+1) \cdot \sigma^p \cdot \exp\left(\frac{-p}{T}\right)}} & \\ 1 - \int_0^x f_b(t) dt, & x > 0 \end{cases} \quad (21)$$

где  $f_b(t)$  – плотность распределения случайной величины  $b$ .

### АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ

Для проверки адекватности предложенного подхода воспользуемся результатами испытаний на ползучесть образцов из меди и алюминиевого сплава при разных уровнях напряжения и температуры, которые приведены в работе [7].

Поскольку в ряде серий испытаний отдельные экспериментальные данные имеют характер случайных выбросов, то воспользуемся методом исключения таких данных из рассмотрения [8].

Данные экспериментов и результаты расчетов приведены в таблице 1. Здесь  $t_p$  – экспериментально определенное время до разрушения,  $[t_p]$ ,  $\sigma_{t_p}$  – теоретическое среднее и среднеквадратическое отклонение времени до разрушения, а  $\overline{[t_p]}$ ,  $\overline{\sigma_{t_p}}$  – эмпирическое среднее и среднеквадратическое отклонение времени до разрушения соответственно.

На рисунках 1 и 2 представлены соответственно графики функции распределения и плотности распределения вместе с частотной гистограммой случайной величины  $t_p$  при напряжении  $\sigma = 45$  МПа и температуре  $T = 573^\circ \text{C}$ .

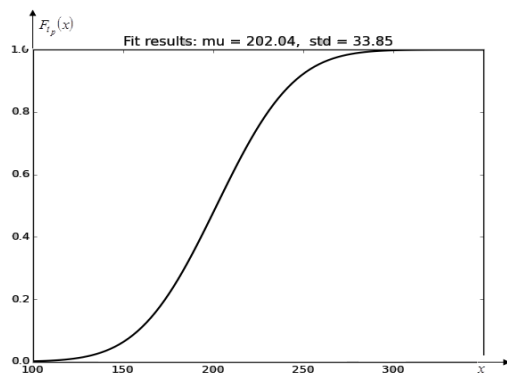


Рис. 1

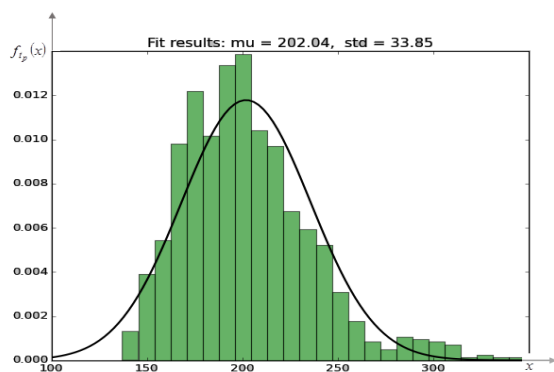


Рис. 2

Таблица 1 – Теоретические и расчетные значения основных вероятностных характеристик распределения времени до разрушения

$\sigma$ , МПа	$T$ , °C	$\overline{[t_p]}$	$\overline{\sigma_{t_p}}$	$t_p$ , час	Линейная модель		Нелинейная модель	
					$[t_p]$	$\sigma_{t_p}$	$[t_p]$	$\sigma_{t_p}$
70	523	229,33	28,70	254	229,57	28,43	229,61	22,68
				234				
				200				
45	573	199,66	40,41	160	202,82	38,14	202,04	33,85
				227				
				212				
300	423	363,29	51,21	330	361,14	69,82	361,75	47,99
				384				
				399				
				330				
				463				
200	473	35,34	7,72	334	35,58	5,96	35,39	9,79
				303				
				24,8				
				35,3				
				46,6				
				34,6				

## ВЫВОДЫ

Анализ полученных результатов позволяет сделать следующие выводы:

- теоретические результаты хорошо согласуются с экспериментальными данными как по времени до разрушения, так и по среднеквадратическому отклонению;
- в качестве зависимостей параметров распределения случайной величины  $b$  от напряжения и температуры можно использовать как линейную, так и нелинейную модели, так как выбор зависимости несущественно влияет на результаты расчетов;
- при заданных произвольных значениях напряжения и температуры по предложенному подходу можно найти распределение времени до разрушения, что делает данный подход применимым для прогнозирования долговечности материалов в широком диапазоне изменения напряжений и температур.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Работнов Ю. Н. Ползучесть элементов конструкций / Ю.Н. Работнов. – М.: Наука, 1966. – 752 с.
2. Пошивалов В. П. Об одном подходе к определению времени до разрушения в условиях ползучести / В.П. Пошивалов // Проблемы машиностроения и надежности машин. — 1993. – №3. – С. 56-60.
3. Гораш Е. Н. Неизотермическая ползучесть и повреждаемость элементов паровых турбин / Е.Н. Гораш, С.В. Лысенко, Г.И. Львов // Вестник НТУ «ХПИ». Динамика и прочность машин : сборник научных трудов. – №21. – 2006. – ISSN 2078-9130. – С. 75-88.
4. Локощенко А. М. Методика описания ползучести и длительной прочности при чистом растяжении / А.М. Локощенко, С.А. Шестериков // Журнал прикл. механики и технич. физики. – 1980. – №3. – С. 155-159.
5. Ширяев А. Н. Вероятность / А.Н. Ширяев. – М., 1980. – 574 с.
6. Левин Б. Р. Теоретические основы статистической радиотехники / Б.Р. Левин. – 3-е изд., перераб. и доп. – М.: Радио и связь, 1989. – 656 с.
7. Kowalewski Z. L. Creep analysis of M1E copper and PA6 aluminum alloy subjected to prior plastic deformation / Z.L. Kowalewski // Journal of theoretical and applied mechanics. – 2005. – Vol. 43, No. 2. – P. 241-256. – ISSN: 1429-2955.
8. Локощенко А. М. Анализ критериев длительной прочности при сложном напряженном состоянии с учетом корректировки результатов испытаний / А.М. Локощенко, А.И. Мартыненко, Д.О. Платонов // Проблемы динамики и прочности в газотурбостроении : тез. докл. II Междунар. науч.-техн. конф. (25-27.05.2004, Киев). – К.: ИПП НАНУ, 2004. – С. 119-121.

## REFERENCE

1. Rabotnov, Yu.N. (1966), *Polzuchest' elementov konstruktсий* [Creep of Structural Members], Nauka, Moscow.
2. Poshivalov, V.P. (1993) "An approach to determination of time to failure in creep", *Problemy Mashinostroyeniya i Nadezhnosti Mashin*, no. 3, pp. 56-60.
3. Gorash, Ye.N., Lysenko, S.V. and Lvov, G.I. (2006), "Non-isothermal creep and damage of elements of steam turbines" *Vestnik NTU "KhPI", Collected Papers: Dynamics and Strength of Machines*, no. 21, pp. 75-88, ISSN 2078-9130.
4. Lokoshchenko, A.M. and Shesterikov, S.A. (1980), "Procedure for describing creep and long-term strength in pure tension", *Zhurnal Prikladnoy Mekhaniki i Tekhnicheskoy Fiziki*, no. 3, pp. 155-159.



5. Shiryaev, A.N. (1980), *Veroyatnost'* [Probability], Moscow.
6. Levin, B.R. (1989), *Teorticheskiye osnovy statisticheskoy radiotekhniki* [Theoretical Fundamentals of Statistical Radio Engineering], Radio i Svyaz, Moscow.
7. Kowalewski, Z.L. (2005), "Creep analysis of M1E copper and PA6 aluminum alloy subjected to prior plastic deformation", *Journal of theoretical and applied mechanics*, vol. 43, no. 2, pp. 241-256, ISSN: 1429-2955.
8. Lokoshchenko, A.M., Martynenko, A.I. and Platonov, D.O. (2004), "Analysis of criteria of long-term strength in complex tension with consideration for correction of test results", *Proceedings of II International Conference on Problems of Dynamics and Strength for Gas Turbine Manufacture*, 25-27 May, 2004, Kiev, pp. 119-121.

УДК 534.1:539.3

### **МОДЕЛЮВАННЯ КОЛИВАНЬ ШАРУВАТИХ ЦИЛІНДРИЧНИХ ОБОЛОНОК СКЛАДНОЇ ФОРМИ ПРИ УДАРНОМУ НАВАНТАЖЕННІ**

Сметанкіна Н. В., д. т. н., провідний науковий співробітник

*Інститут проблем машинобудування ім. А.М. Підгорного НАН України,  
вул. Дм. Пожарського, 2/10, м. Харків, 61046, Україна*

nsmetankina@yandex.ru

Запропоновано метод дослідження нестационарних коливань шаруватих незамкнених циліндричних оболонок зі складною формою плану при ударному навантаженні. Метод ґрунтується на розвиненні шуканих функцій у тригонометричні ряди. Динамічна поведінка оболонок досліджується в рамках теорії першого порядку. Теоретичні результати добре узгоджуються з експериментальними даними.

*Ключові слова: шарувата оболонка, складна форма, нестационарні коливання, удар.*

### **МОДЕЛИРОВАНИЕ КОЛЕБАНИЙ СЛОИСТЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК СЛОЖНОЙ ФОРМЫ ПРИ УДАРНОМ НАГРУЖЕНИИ**

Сметанкина Н. В., д. т. н., ведущий научный сотрудник

*Институт проблем машиностроения им. А.Н. Подгорного НАН Украины,  
ул. Дм. Пожарского, 2/10, г. Харьков, 61046, Украина*

nsmetankina@yandex.ru

Предложен метод исследования нестационарных колебаний слоистых незамкнутых цилиндрических оболочек со сложной формой плана при ударном нагружении. Метод основан на разложении искомым функций в тригонометрические ряды. Динамическое поведение оболочек исследуется в рамках теории первого порядка. Теоретические результаты хорошо согласуются с экспериментальными данными.

*Ключевые слова: слоистая оболочка, сложная форма, нестационарные колебания, удар.*

### **MODELLING OF VIBRATIONS OF LAMINATED CYLINDRICAL SHELLS OF A COMPLEX SHAPE AT IMPACT LOADING**

Smetankina N. V., D. Sc. in Engineering, Leading Research Associate

*A.N. Podgorny Institute for Mechanical Engineering Problems of NAS of Ukraine,  
Dm. Pozharsky str., 2/10, Kharkiv, 61046, Ukraine*

nsmetankina@yandex.ru

Laminated structures are advantageous as compared with homogeneous ones. Hence, they are used widely in mechanical engineering. Calculating dynamic response parameters for impact loading is a key effort in analysing vibrations of composite structures.