

УДК 539.374

ЛОКАЛИЗАЦИЯ ПЛАСТИЧЕСКОЙ ДЕФОРМАЦИИ В ФОРМЕ ОГРАНИЧЕННОЙ ПОЛОСЫ РАЗРЫВА ПЕРЕМЕЩЕНИЙ

Черняков Ю. А., д. ф.-м. н., профессор, Шевченко А. Г., аспирант

*Днепропетровский национальный университет им. Олесь Гончара,
просп. Гагарина 72, г. Днепропетровск, 49000, Украина*

artur_shev91@mail.ru, yu.chernyakov@gmail.com

Исследуется вопрос о формировании периодической системы ограниченных полос разрыва перемещений (локализации пластической деформации) для материалов с площадкой текучести. Для двух моделей распределения напряжений вдоль полосы, построено ограниченное поле напряжений на продолжении полосы. Установлено, что длина полосы конечная и определяется в зависимости от действующего в теле максимального касательного напряжения, а также, верхнего и нижнего пределов текучести, которые характерны для диаграмм одноосного нагружения материала с площадкой текучести при жестком нагружении.

Ключевые слова: локализация пластической деформации, периодическая система полос, полосы Людерса-Чернова.

ЛОКАЛІЗАЦІЯ ПЛАСТИЧНИХ ДЕФОРМАЦІЙ У ФОРМІ ОБМЕЖЕННЯ СМУГИ РОЗРИВУ ПЕРЕМІЩЕНЬ

Черняков Ю. А., д. ф.-м. н., професор, Шевченко А. Г., аспірант

*Дніпропетровський національний університет ім. Олесь Гончара,
просп. Гагаріна 72, м. Дніпропетровськ, 49000, Україна*

artur_shev91@mail.ru, yu.chernyakov@gmail.com

Досліджується питання про формування періодичної системи обмежених смуг розриву переміщень (локалізації пластичної деформації) для матеріалів з полицкою плинності. Для двох моделей розподілу напружень вздовж смуги побудовано обмежене поле напружень на продовженні смуги. Встановлено, що довжина смуги кінцева і визначається залежно від діючого в тілі максимального дотичного напруження, а також верхньої і нижньої меж текучості, які характерні для діаграм одноосного навантаження матеріалу з площинкою текучості при жорсткому навантаженні.

Ключові слова: локалізація пластичної деформації, періодична система смуг, смуги Людерса-Чернова.

LOCALIZATION OF PLASTIC DEFORMATION IN THE FORM OF A LIMITED BAND GAP DISPLACEMENT

Chernyakov Y. A., D.Sc. in Physics and Maths, Professor, Shevchenko A. G., Graduate Student

*Oles Honchar Dnepropetrovsk national university,
Gagarina av., 72, Dnepropetrovsk, 49000, Ukraine*

artur_shev91@mail.ru, yu.chernyakov@gmail.com

In the classical theory of plasticity accepted scheme perfectly plastic behavior of a material having clearly expressed yield plateau on the diagram uniaxial loading. However, in a number of experimental studies was shown that this behavior occurs only with the soft loading, whereas with the rigid loading on the diagram appears uniaxial loading "peak-tooth", as shown in Fig. 1 (curve OABE). The behavior of the material in the yield plateau is unstable, and the loss in stability occurs by "hopping" from elastic state (point A) in the hardening condition (point D). It is known that as a result of this loss of stability and localized shear bands appear Lüders-Chernoff.

Localization phenomenon has been widely studied in a number of theoretical and experimental studies [1-5]. However, the problem of localization of plastic deformation at a homogeneous stress state has been insufficiently studied.

In the article Novozhilov [6] was first given interpretation of brittle fracture, as the loss of stability "in the large" at the level of atomic bonds. The result is a separation crack length which depends on the current load. Localization of plastic deformation also is the result of loss of stability of this type, which in this case leads to the hopping of a homogeneous elastic state to a localized plastic shear. This raises the question: Is it possible the formation of a limited band localization shear in a homogeneous state of stress?

During plastic deformation of materials with yield plateau, in a homogeneous state of stress in an infinite plate is possible for instability, which leads to the hopping of a homogeneous elastic state to a localized plastic shear, and this shift is developed within a limited interval.

In the present work we investigate the periodic system of localization of plastic deformation in the form of a band of finite length in a plane stress state. We obtain a formula that relates the length of the localized region of the upper and

lower limits of yield and the dependence of the minimum distance between cracks, which would occur with the localization of plastic deformation bands in the periodic system.

At first we consider the infinite plate, located in a homogeneous plane stress. The material of the plate is characterized by pure shear diagram shown in Figure 1.

According to loading conditions, there are two types of diagrams: a yield plateau (curve OADE) and “peak-tooth” (curve OABCE). The stresses corresponding to the points A and B will be called the upper τ_s^{up} and lower τ_s^{low} yield points, respectively. Occurrence of the initial localization region in this interpretation is considered as a loss of stability “in the large” homogeneous deformation of the body in the form of the formation of localized band of plastic flow (similar to the effect of cotton in the shell). When the lower τ_s^{low} yield reaches plate can be in two states of equilibrium – in a homogeneous elastic or elastic band with localized plastic deformation, as shown in Fig. 2. We assume for simplicity that the localization within the band are only tangential stresses. Consider two schemes of loading the shores of the band - piecewise constant (Fig. 3a), and piecewise linear (Fig. 3b). This scheme of loading shores band reminds Leonov-Panasyuk and Dugdale [7, 8], but with the important difference that the stress within the band is not equal to zero. Next consider an infinite plate in which at the x-axis at intervals of W is located infinite numbers of bands localization of plastic deformation with length 2b. The localized area is represented as band part of which is located under the plastic flow at stresses corresponding to the yield plateau and the another part corresponding to the maximum yield strength.

These results demonstrate that the localized shear bands can have a finite length. Thus, the minimum length of the strip depends on the ratio between the actual load, the upper and lower limits of flowability. Similar conclusions can be drawn for the case of a limited length of the strip localization in tension, but in this case, you should not talk about the localization of the shear but on the localization of necking. And also obtained results make possible to determine the plastic deformation region in a sample of finite length.

Key words: localization of plastic deformation, the periodic system of bands, Luders-Chernof's strips.

ВВЕДЕНИЕ

В классической теории пластичности принята схема идеально-пластического поведения материала, имеющего явно выраженную площадку текучести на диаграмме одноосного нагружения. Однако, в целом ряде экспериментальных работ показано, что такое поведение реализуется только при мягком нагружении, тогда как при жестком нагружении на диаграмме одноосного нагружения появляется «пик-зуб», как показано на рис. 1 (кривая OABE). Поведение материала на площадке текучести является неустойчивым, причем потеря устойчивости происходит в результате «перескока» из упругого состояния (точка A) в состояние упрочнения (точка D). Известно, что в результате такой потери устойчивости и появляются локализованные полосы сдвига Людерса-Чернова.

Явление локализации широко изучалось в целом ряде теоретических и экспериментальных работ [1-5]. Однако, проблема локализации пластической деформации при однородном напряженном состоянии изучена недостаточно.

В работе В.В. Новожилова [6] впервые была дана трактовка хрупкого разрушения как потери устойчивости «в большом» на уровне атомных связей, в результате которой образуется трещина отрыва, равновесная длина которой зависит от действующей нагрузки. Локализация пластической деформации также является результатом потери устойчивости подобного типа, которая в данном случае приводит к перескоку из однородного упругого состояния к локализованному пластическому сдвигу. Возникает вопрос: возможно ли образование ограниченной полосы локализации сдвига при однородном напряженном состоянии? При пластическом деформировании материалов с площадкой текучести в условиях однородного напряженного состояния в неограниченной пластине возможна потеря устойчивости, которая приводит к перескоку из однородного упругого состояния к локализованному пластическому сдвигу, причем этот сдвиг развивается в пределах ограниченного отрезка.

В настоящей работе исследуется периодическая система локализации пластической деформации в форме полосы конечной длины в условиях плоского напряженного состояния. Получена формула, связывающая длину локализованной области с верхним и нижним пределами текучести, а также найдена зависимость для минимального расстояния между трещинами, при которых будет происходить локализация пластической деформации в периодической системе полос.

О ЛОКАЛИЗАЦИИ ПЛАСТИЧЕСКОЙ ДЕФОРМАЦИИ В ПОЛОСЕ КОНЕЧНОЙ ШИРИНЫ

Постановка задачи. Рассмотрим для определенности бесконечную пластинку, находящуюся в условиях однородного плоского напряженного состояния. Свяжем пластинку с декартовой системой координат OXY и будем считать известными компоненты тензора напряжений σ_x , σ_y и τ_{xy} .

Материал пластинки характеризуется диаграммой чистого сдвига, показанной на рис. 1. В зависимости от условий нагружения, имеется два вида диаграммы: с площадкой текучести (кривая $OADE$) и с «пиком-зубом» (кривая $OABCE$). Напряжения, отвечающие точкам A и B , будем называть верхним τ_s^{up} и нижним τ_s^{low} пределами текучести, соответственно.

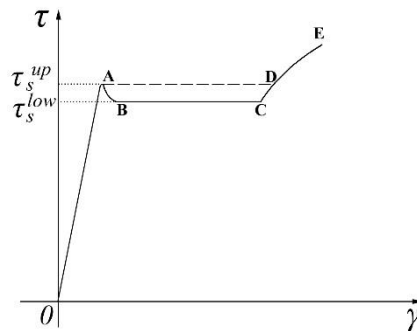


Рис. 1. Диаграмма материала

Возникновение начальной области локализации, в принятой здесь трактовке, рассматривается как потеря устойчивости «в большом» однородной деформации тела в форме образования локализованной полосы пластического течения (подобно эффекту хлопка в оболочке).

При достижении нижнего предела текучести τ_s^{low} пластинка может находиться в двух состояниях равновесия – в упругом однородном или в упругом с локализованной полосой пластической деформации, как показано на рис. 2.

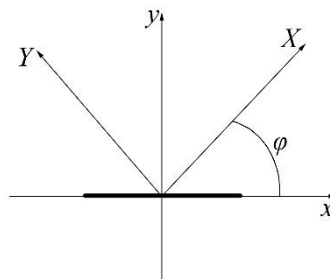


Рис. 2.

Свяжем с полосой локализации систему координат Oxy как показано на рис. 2. Примем, что направление оси Ox будет совпадать с направлением максимальных касательных напряжений τ_{max} для заданного напряженного состояния.

Будем считать, для упрощения, что в пределах полосы локализации действуют только касательные напряжения. Учитывая диаграмму $\tau \sim \gamma$ (рис. 1), можно допустить, что на берегах полосы локализации на участке $0 \leq |x| \leq l$ действуют только касательные напряжения τ_s^{low} , а на участках $l \leq |x| \leq b$ касательные напряжения могут изменяться от значения τ_s^{low} до τ_s^{up} . Рассмотрим две схемы нагружения берегов полосы – кусочно постоянной (рис. 3а), и кусочно линейную (рис. 3б). Такая схема нагружения берегов полосы напоминает модель

Леонова-Панасюка и Дагдейла [7, 8], но с тем существенным отличием, что напряжения в пределах полосы не равны нулю ($\tau_s^{low} > 0$).

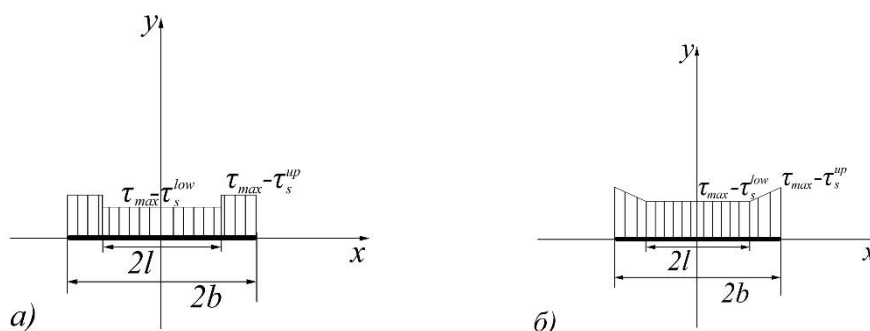


Рис. 3

Требуется определить длину полосы локализации b .

Решение задачи. Для решения задачи воспользуемся методом разрывных смещений, по которому полосу продольного сдвига представим в виде некоторой совокупности краевых дислокаций, с соответствующим вектором Бюргерса b_0 .

Известно [6], что если в начале координат существует разрыв смещений, в форме краевой дислокации с вектором Бюргерса b_0 , параллельным оси x , то поле напряжений в некоторой точке (x, y) будет определяться следующими соотношениями:

$$\vec{b} \parallel x \quad \sigma_x = -\frac{\mu b_0 y (3x^2 + y^2)}{2\pi(1-\nu)(x^2 + y^2)^2}, \quad \sigma_y = -\frac{\mu b_0 y (x^2 - y^2)}{2\pi(1-\nu)(x^2 + y^2)^2}, \quad (52)$$

$$\tau_{xy} = \frac{\mu b_0 x (x^2 - y^2)}{2\pi(1-\nu)(x^2 + y^2)^2},$$

где μ – упругий модуль сдвига, ν – коэффициент Пуассона.

Пусть линия разрыва перемещений расположена вдоль оси x и дислокации, распределенные вдоль этой линии, имеют плотность $b_0 f(\xi)$. Разрыв перемещений, в пределах малого отрезка $d\xi$ в точке $(\xi, 0)$, вызывают напряжения в точке $(x, 0)$, которые могут быть представлены следующим образом:

$$d\tau_{xy} = \frac{\mu b_0}{2\pi(1-\nu)} \frac{f(\xi)}{\xi - x}. \quad (53)$$

На основании этого можно записать:

$$\int_{-b}^b \frac{f(\xi)}{\xi - x} d\xi = \frac{2\pi(1-\nu)\tau(x)}{\mu b_0}, \quad (54)$$

где $\tau(x)$ – распределение напряжений на оси x . В случае кусочно-постоянного распределения, $\tau(x)$ задаем в виде:

$$\tau(x) = \begin{cases} -\tau_1 = \tau_{\max} - \tau_s^{up}, & l < |x| < b; \\ \tau_0 = \tau_{\max} - \tau_s^{low}, & 0 < |x| < l. \end{cases} \quad (55)$$

В случае кусочно-линейного распределения имеем:

$$\tau(x) = \begin{cases} -\tau_1 = \tau_{\max} - \tau_s^{low} - (\tau_s^{up} - \tau_s^{low}) \frac{|x| - l}{b - l}, & l < |x| < b; \\ \tau_0 = \tau_0^{up} - \tau_s^{low}, & 0 < |x| < l. \end{cases} \quad (56)$$

Уравнение (3) является сингулярным уравнением первого рода с ядром Коши на ограниченном отрезке. Решение его при условии ограниченности функции $f(\xi)$

$$\int_{-b}^b \frac{\tau(\xi)}{\sqrt{b^2 - \xi^2}} d\xi = 0 \quad (57)$$

известно, и функция распределения разрывов смещений имеет вид:

$$f(x) = \frac{2(1-\nu)\sqrt{b^2 - x^2}}{\mu\pi b_0} \int_{-b}^b \frac{\tau(\xi)}{(\xi - x)\sqrt{b^2 - \xi^2}} d\xi. \quad (58)$$

После подстановки в уравнение (6) распределения напряжений $\tau(x)$, из условия (4) и (5), получаем трансцендентное уравнение для определения относительного размера $\theta = b/l$:

$$\pi(\beta - \alpha) + 2(\alpha - 1)F(\theta) = 0, \quad (59)$$

где обозначено $\beta = \tau_{\max}/\tau_s^{up}$, $\alpha = \tau_s^{low}/\tau_s^{up}$ и

$$F(\theta) = \begin{cases} \arccos\left(\frac{1}{\theta}\right), & \text{для кусочно-постоянного распределения;} \\ \sqrt{\frac{\theta+1}{\theta-1}} - \frac{1}{\theta-1} \arccos\left(\frac{1}{\theta}\right), & \text{для кусочно-линейного распределения.} \end{cases} \quad (60)$$

Из построенного решения следует, что длина полосы локализации остается пока неопределенной. Для формулировки дополнительного условия, которое позволит определить искомую длину, вспомним, что деформация в полосе должна быть ограничена величиной, связанной с длиной площадки текучести BC , т.к. приведенное выше решение допустимо только до достижения деформацией участка упрочнения в точке C . Для реализации этого условия определим скачек перемещения в полосе локализации.

Максимальный разрыв перемещений будет достигаться в средней точке полосы и определится по формуле:

$$\delta = b_0 \int_b^0 f(\xi) d\xi. \quad (61)$$

Если учесть построенные выше решения для функции распределения дислокаций, то для безразмерного разрыва перемещений $\bar{\delta} = \delta/b$ получим:

$$\bar{\delta} = \frac{4}{\pi} (1-\alpha)(1-\nu)\gamma_s \frac{\ln(\theta + \sqrt{\theta^2 - 1})}{\theta} \quad (62)$$

в случае кусочно-постоянного распределения, или

$$\bar{\delta} = \frac{2(1-\nu)\gamma_s}{\pi} \left[\frac{\beta-1}{\theta(\theta-1)} \left(\ln(\theta + \sqrt{\theta^2 - 1}) - \theta\sqrt{\theta^2 - 1} \right) + 2(\beta-\alpha) \frac{\ln(\theta + \sqrt{\theta^2 - 1})}{\theta} \right] \quad (63)$$

для кусочно-линейного распределения. Здесь γ_s – предел текучести по деформациям.

На рис. 4 представлены зависимости величины безразмерного разрыва перемещений $\bar{\delta}/(1-\nu)/\gamma_s$ от параметра нагрузки $\beta = \tau_{\max}/\tau_s^{up}$ для некоторых фиксированных значений параметра $\alpha = \tau_s^{low}/\tau_s^{up}$, характеризующего различие верхнего и нижнего пределов текучести. Из приведенных графиков следует, что для каждого α существует два различных значения β для одного и того же отношения $\bar{\delta}/(1-\nu)/\gamma_s$. Кроме того, кривые, отвечающие фиксированному значению $\bar{\delta}$, имеют явно выраженный максимум. Это означает, что для каждого α можно найти максимальное отношение $\bar{\delta}/(1-\nu)/\gamma_s$, которое определит минимальную длину полосы локализации.

Дадим количественную оценку минимальной длины полосы локализации. Для этого представим δ в следующем виде:

$$\delta = h\gamma_C, \quad (64)$$

где h – условная толщина полосы, γ_C – деформация сдвига на площадке текучести (деформация Людерса). В таком случае длина линии разрыва будет определяться по формуле:

$$b = \frac{1}{(1-\nu)\bar{\delta}} \frac{\gamma_C}{\gamma_s} h. \quad (65)$$

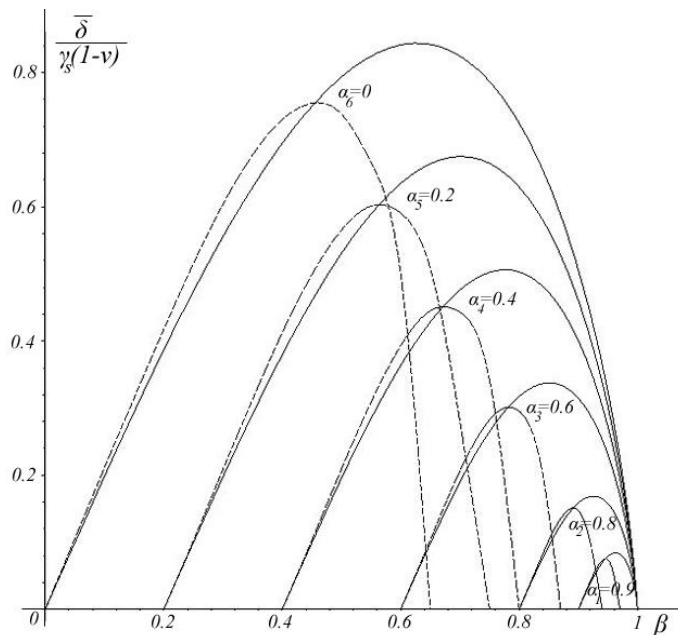


Рис. 4. Графики зависимости $\bar{\delta}/(1-\nu)/\gamma_s$ от параметра $\beta = \tau_{\max}/\tau_s^{up}$ для различных значений $\alpha = \tau_s^{low}/\tau_s^{up}$.

Сплошные линии результаты – для кусочно-постоянного распределения, а пунктирные – кусочно-линейного

По данным для стали 1045, приведенным в работе [1], имеем $\gamma_C = 1,5 \times 10^{-2}$, $\gamma_s = 2,5 \times 10^{-3}$. Сложнее обстоит дело с величиной h . Для ее определения будем исходить из того, что характерная ширина полосы локализации материала определяется средним размером зерна поликристаллического материала, поскольку размер зерна оказывает большое влияние на деформацию Людерса и морфологию полос, особенно для малоуглеродистых сталей [4, 5]. В соответствии с данными, приведенными в статье [1], средний размер зерна стали 1045 порядка 10 мкм. Исходя из изложенного, принимаем $h \approx 10$ мкм. Тогда отношение $\bar{\delta}/(1-\nu)/\gamma_s$, к примеру, для $\alpha = 0$, будет порядка 0,848 и получаем длину полосы b порядка 100 мкм.

РЕШЕНИЕ ДЛЯ ЛОКАЛИЗАЦИИ ПЛАСТИЧЕСКОЙ ДЕФОРМАЦИИ В ПЕРИОДИЧЕСКОЙ СИСТЕМЕ ПОЛОС

Рассмотрим бесконечную пластинку, в которой по оси x через интервалы W расположено бесконечное число полос локализации пластической деформации длиной $2b$.

Локализованная область представляется в виде полосы, часть которой находится в условиях пластического течения при напряжениях, отвечающих площадке текучести, и остальная часть максимальному пределу текучести.

Из условия равновесия с периодическим распределением разрывов смещений получаем:

$$\int_{-b}^b \frac{\cos(\pi\xi/W) f(\xi) d\xi}{\sin(\pi x/W) - \sin(\pi\xi/W)} + \frac{W}{A\pi} p(x) = 0, \quad (15)$$

где $p(x)$ — распределение напряжений на оси x , $A = \mu b_0 / 2\pi(1 - \nu)$. Если воспользоваться подстановкой $x' = \sin(\pi x/W)$, $\xi' = \sin(\pi\xi/W)$, $b' = \sin(\pi b/W)$, $d\xi' = (\pi/W)\cos(\pi\xi/W)d\xi$, то (1) можно преобразовать к виду:

$$\int_{-b}^b \frac{H(\xi') d\xi'}{x' - \xi'} + \frac{p'(x')}{A} = 0,$$

где $p(x)$ задаем в виде:

$$p(x) = \begin{cases} -p_1 = \tau^{\max} - \tau_s^{\text{up}}, & l < |x| < b; \\ p_0 = \tau^{\max} - \tau_s^{\text{low}}, & 0 < |x| < l. \end{cases}$$

В вершине полосы $x' = \pm b'$ функция $H(\xi')$ должна быть ограничена, что обеспечивается при условии:

$$\int_{-b}^b \frac{p(x') dx'}{\sqrt{b'^2 - x'^2}} = 0. \quad (16)$$

Интегрируя (16), приходим к трансцендентному уравнению для определения параметра b'/l' , решая которое, получаем:

$$\sin \varphi = \frac{l'}{b'} = \cos \left(\frac{\pi(\tau^{\max} - \tau_s^{\text{low}})}{2(\tau_s^{\text{up}} - \tau_s^{\text{low}})} \right), \quad \varphi = \frac{\pi}{2} \left(1 - \frac{\tau^{\max} - \tau_s^{\text{low}}}{\tau_s^{\text{up}} - \tau_s^{\text{low}}} \right),$$

$$\sin \alpha = \sin(\pi b/W), \quad \sin k = \frac{\sin(\pi x/W)}{\sin \alpha}. \quad (17)$$

Тогда функция распределения разрывов имеет вид:

$$\begin{aligned} H(x') &= \frac{\sqrt{b'^2 - x'^2}}{\pi^2 A} \int_{-b}^b \frac{p(\xi')}{(\xi' - x')\sqrt{b'^2 - \xi'^2}} d\xi' = \\ &= \frac{(\tau_s^{\text{up}} - \tau_s^{\text{low}})}{\pi^2 A} \left\{ \operatorname{arcch} \left(\left| \frac{b'^2 - l'x'}{b'(l' - x')} \right| \right) - \operatorname{arcch} \left(\left| \frac{b'^2 + l'x'}{b'(l' + x')} \right| \right) \right\}. \end{aligned} \quad (18)$$

Далее положим $b' = \sin \alpha$, $l' = b' \sin \varphi$, $x' = b' \sin k$.

Получим, что максимальный разрыв перемещений будет определяться следующим образом:

$$\delta = b_0 \int_0^b H(x') \frac{dx'}{dx'} = \frac{2(1-\nu)}{\pi^2 \mu} (\tau_s^{up} - \tau_s^{low}) W \sin \alpha \times$$

$$\times \int_0^{\pi/2} \frac{\cos k}{\sqrt{1 - \sin^2 \alpha \sin^2 k}} \ln \left| \frac{\sin(k + \varphi)}{\sin(k - \varphi)} \right| dk. \quad (19)$$

Полученные формулы (17) и (19) позволяют построить зависимость длины локализованной области от действующей нагрузки, а также верхнего и нижнего пределов текучести.

Формулу (19) можно записать в виде:

$$\bar{\delta} = \frac{2(1-\nu)(1-\theta) \sin \alpha}{\pi \gamma_s} \frac{\sin \alpha}{\alpha} \int_0^{\pi/2} \frac{\cos k}{\sqrt{1 - \sin^2 \alpha \sin^2 k}} \ln \left| \frac{\sin(k + \varphi)}{\sin(k - \varphi)} \right| dk, \quad (20)$$

где

$$\bar{\delta} = \frac{\delta}{b}, \quad \gamma_s = \frac{\tau_s^{up}}{\mu}, \quad \theta = \frac{\tau_s^{low}}{\tau_s^{up}}, \quad \beta = \tau_{max} / \tau_s^{up},$$

$$\sin \alpha = \sin(\pi b / W), \quad \sin k = \frac{\sin(\pi x / W)}{\sin \alpha}.$$

АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ

Мы можем видеть, что параметр β принимает значения от θ до 1. Случаи, когда $\beta < \theta$ нас не интересуют с физической точки зрения, также как и случай, когда $\beta > 1$. Таким образом, для некоего материала, заданного параметром θ , меняя параметр нагрузки β , мы можем построить графики зависимости безразмерного раскрытия полосы локализации $\bar{\delta}/(1-\nu)/\gamma_s$ от параметров W/b (ось x) для различных $\beta = [0,35; 0,4; 0,5]$ и фиксированного $\theta = 0,2$. На рисунке приведены графики зависимостей.

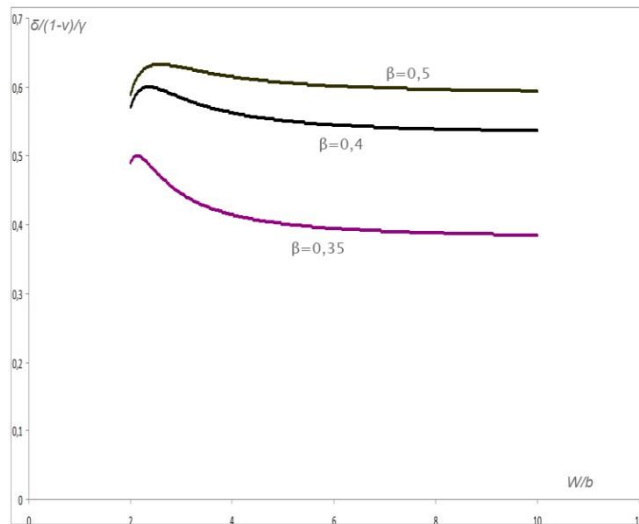


Рис. 5

Нас интересуют только максимальные точки, т.к. при них длина трещины будет минимальной.

Таким образом, можем построить график зависимости максимального безразмерного раскрытия $\bar{\delta}/(1-\nu)/\gamma_s$ от параметра нагружения β (ось x). Мы видим, что максимальное раскрытие осуществляется при $\beta = 0,7$ и равняется $0,675057932$. Это значение получается, когда $W/b = 19,23076923$.

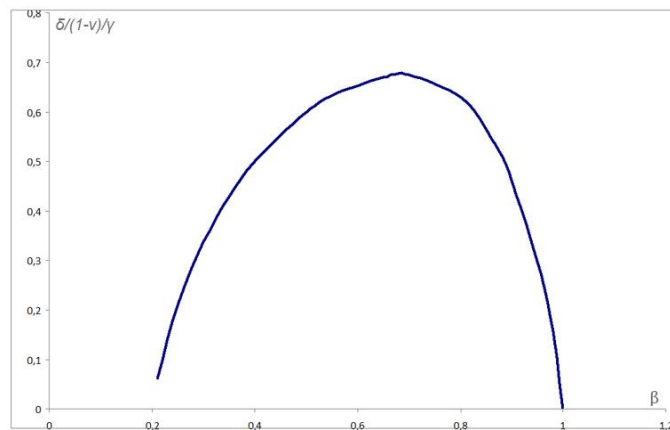


Рис.6

Таким образом, если использовать предыдущие предположения, что $\delta = h\gamma_c$, то можно найти минимальное расстояние между трещинами, при которых будет происходить локализация пластической деформации в периодической системе полос.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Представленные результаты показывают, что локализованная полоса сдвига может иметь конечную длину. При этом, минимальная длина полосы зависит от соотношения между действующей нагрузкой, верхним и нижним пределами текучести. Аналогичные выводы можно сделать и для случая ограниченной длины полосы локализации при растяжении, только в этом случае следует говорить не о локализации сдвига, а о локализации образования шейки. А так же полученные результаты дают возможность определять область пластической деформации в образце конечной длины.

ЛИТЕРАТУРА

1. Zhang J. Lüders bands propagation of 1045 steel under multiaxial stress state / J. Zhang, Y. Jiang // *International Journal of Plasticity*. –2005. – 21. – P. 651-670.
2. Bigoni D. The unrestrainable growth of a shear band in a prestressed material / D. Bigoni, F. Dal Corso // *Proc. R. Soc.* – 2008. – A 464. – P. 2365-2390.
3. Леонов М. Я. О разрывных деформациях твердого тела / М.Я. Леонов, Н.Ю. Швайко // *Прикл. механика и техн. физика*. – 1961. – № 2. – С. 96-103.
4. Hall E. O. The deformation and aging of mild steel: II. Characteristics of the Lüders deformation. III. Discussion of results / E.O. Hall // *Proc. Phys. Soc.* – 1961. – B 64. – P. 742-753.
5. Morrison W. B. Examination of the Lüders front in a low-carbon steel by transmission electron microscopy / W.B. Morrison, R.C. Glenn // *J. Iron Steel Inst.* – 1968. – 206. – P. 611-612.
6. Новожилов В. В. К основам равновесных упругих трещин в упругих телах / В.В. Новожилов // *ПММ*. – 1969. – Т. 33. – Вып. 5. – С. 797-812.
7. Панасюк В. В. Предельное равновесие хрупких тел с трещинами / В.В. Панасюк. – К. : Наукова думка, 1968. – 246 с.
8. Dugdale D. S. Yielding of steel sheets containing slits / D.S. Dugdale, *J. Mech* // *J. Mech. Phys. Solids*. – 1960. – 8. – No 2. – P. 100-108.

REFERENCE

1. Zhang, J. and Jiang, Y. (2005), "Lüders bands propagation of 1045 steel under multiaxial stress state", *International Journal of Plasticity*, 21, pp. 651-670.

2. Bigoni, D. and Dal Corso, F. (2008), "The unrestrainable growth of a shear band in a prestressed material", *Proc. R. Soc.*, A 464, pp. 2365-2390.
3. Leonov, M.Ya. and Shvajko, N.Yu. (1961), "Discontinuous deformation of a solid body", *Prikl. mexanika i texn. fizika*, no. 2, pp. 96-103.
4. Hall, E.O. (1961), "The deformation and aging of mild steel: II. Characteristics of the Lüders deformation. III. Discussion of results", *Proc. Phys. Soc.*, B 64, pp. 742-753.
5. Morrison, W.B. and Glenn, R.C. (1968), "Examination of the Lüders front in a low-carbon steel by transmission electron microscopy", *J. Iron Steel Inst.*, 206, pp. 611-612.
6. Novozhilov, V.V. (1969), "For the basics of the equilibrium elastic cracks in elastic bodies", *PMM*, vol. 33, issue 5, pp. 797-812.
7. Panasyuk, V.V. (1968), *Predel'noe ravnovesie xrupkix tep s treshhinami* [Limit the heat balance of the fragile cracked], Naukova dumka, Kiev.
8. Dugdale, D.S. and Mech, J. (1960), "Yielding of steel sheets containing slits", *J. Mech. Phys. Solids*, 8, no. 2, pp. 100-108.

УДК 539.3

СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ НДС МНОГОСВЯЗНЫХ ТРАНСВЕРСАЛЬНО-ИЗОТРОПНЫХ ТЕЛ С РАЗЛИЧНЫМИ УПРУГИМИ ХАРАКТЕРИСТИКАМИ

Щербакова Ю. А., к. ф.-м. н., доцент, Шехватова Е. М.

*Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ»,
ул. Чкалова, 17, г. Харьков, Украина*

k405@d4.khai.edu

Проведены расчеты напряженно-деформированного состояния двухсвязного трансверсально-изотропного тела с различными упругими характеристиками. Обобщенным методом Фурье решена задача о действии нормальной сосредоточенной силы на полупространство с неподвижным параболидальным основанием. Анализ результатов показывает, что распределение напряжений в большей степени зависят от корней характеристического уравнения, которые определяют «трансверсальность» материала, а также от геометрических параметров задачи.

Ключевые слова: напряженно-деформированное состояние, трансверсально-изотропный, обобщенный метод Фурье.

ПОРІВНЯЛЬНИЙ АНАЛІЗ НДС БАГАТОЗВ'ЯЗНИХ ТРАНСВЕРСАЛЬНО- ИЗОТРОПНИХ ТІЛ З РІЗНИМИ ПРУЖНИМИ ХАРАКТЕРИСТИКАМИ

Щербакова Ю. А., к. ф.-м. н., доцент, Шехватова О. М.

*Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ»,
ул. Чкалова, 17, г. Харьков, Украина*

k405@d4.khai.edu

Проведені розрахунки напружено-деформованого стану двохзв'язного трансверсально-ізоотропного тіла з різними пружними характеристиками. Узагальненим методом Фур'є розв'язана задача про дію нормальної зосередженої сили на півпростір з нерухоною параболидальною основою. Аналіз результатів показує, що розподіл напружень у більшості залежить від коренів характеристичного рівняння, які визначають «трансверсальність» матеріалу, а також від геометричних параметрів задачі.

Ключові слова: напружено-деформований стан, трансверсально-ізоотропний, узагальнений метод Фур'є.