

ПРО ВІЛЬНІ КОЛИВАННЯ ЦИЛІНДРИЧНИХ ОБОЛОНОК КРУГОВОГО ТА НЕКРУГОВОГО ПОПЕРЕЧНОГО ПЕРЕРІЗУ ПРИ РІЗНИХ ГРАНИЧНИХ УМОВАХ

¹Будак В. Д., ²Григоренко О. Я., ¹Борисенко М. Ю., ¹Бойчук О. В.

¹*Миколаївський національний університет ім. В.О. Сухомлинського,
вул. Никольська, 24, Миколаїв, 54030, Україна*

²*Інститут механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України,
вул. Нестерова, 3, Київ, 03057, Україна*

ayagrigorenko@yandex.ru; maxborisenko530@mail.ru

Визначаються частоти та форми вільних коливань тонких циліндричних оболонок кругового та еліптичного поперечного перерізу еквівалентної маси при різних граничних умовах на одному торці та вільному іншому. Дослідження проводилось за допомогою системи автоматизованого конструювання та виконання інженерного аналізу методом скінченних елементів – Femap з розв'язувачем NX Nastran. Достовірність отриманих результатів забезпечується використанням обґрунтованої математичної моделі, коректністю постановки задачі, розв'язком тестових задач та практичною збіжністю розрахованих частот при застосуванні методу скінченних елементів. Отримані результати дають можливість керувати спектром частот вільних коливань оболонкових конструкцій для виключення їх з резонансного режиму за рахунок варіації граничних умов, що є однією з актуальних проблем дослідження міцності оболонкових конструкцій.

Ключові слова: власні частоти, форми коливань, кругова оболонка, еліптична оболонка, метод скінченних елементів.

О СВОБОДНЫХ КОЛЕБАНИЯХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК КРУГОВОГО И НЕКРУГОВОГО ПОПЕРЕЧНОГО СЕЧЕНИЯ ПРИ РАЗНЫХ ПРЕДЕЛЬНЫХ УСЛОВИЯХ

¹Будак В. Д., ²Григоренко А. Я., ¹Борисенко М. Ю., ¹Бойчук Е. В.

¹*Николаевский национальный университет им. В.А. Сухомлинского,
ул. Никольская, 24, Николаев, 54030, Украина*

²*Институт механики им. С.П. Тимошенко НАН Украины,
ул. Нестерова, 3, Киев, 03057, Украина*

ayagrigorenko@yandex.ru; maxborisenko530@mail.ru

Определяются частоты и формы свободных колебаний тонких цилиндрических оболочек кругового и эллиптического сечения эквивалентной массы при различных граничных условиях на одном торце и свободном втором. Исследование проводилось с помощью системы автоматизированного конструирования и выполнения инженерного анализа методом конечных элементов – Femap с решателя NX Nastran. Достоверность полученных результатов обеспечивается использованием обоснованной математической модели, корректностью постановки задачи, решением тестовых задач и практической сходимостью рассчитанных частот при применении метода конечных элементов. Полученные результаты дают возможность управлять спектром частот свободных колебаний оболочечных конструкций для исключения их из резонансного режима за счет вариации граничных условий, что является одной из актуальных проблем исследования прочности оболочечных конструкций.

Ключевые слова: собственные частоты, формы колебаний, круговая оболочка, эллиптическая оболочка, метод конечных элементов.

ABOUT FREE VIBRATIONS OF CYLINDRICAL SHELLS WITH CIRCULAR AND NON-CIRCULAR CROSS-SECTION UNDER DIFFERENT BOUNDARY CONDITIONS

¹Budak V. D., ²Grigorenko A. Ya., ¹Borisenko M. Yu., ¹Boychuk O. V.

¹*Sukhomlynsky National University of Mykolaiv, Mykolaiv, Ukraine*

²*Tymoshenk Instityte of Mechaniks NAS of Ukraine, Kyiv, Ukraine*

The process of finding free vibration frequencies and shapes of thin cylindrical shells with circular and elliptical cross-section of equivalent weight under different boundary conditions on the one end face is viewed in the article. The study was conducted with the usage of computer-aided design and performing an engineering analysis by the finite elements

method – Femap with NX Nastran solving. The selected method makes it possible to calculate the design of any form with different boundary conditions, and the user is able to evaluate the computer model behavior of product in actual use, check the design capacity without significant investment of time and budget. The reliability of the results is provided by reasonable mathematical model usage, correctness of the task, solution of the test problems and practical convergence of calculated frequencies by using the finite element method.

Analysis of the received results proved: the order of mode shapes occurrence and the frequency change pattern for circular and elliptical shells is the same for the same types of fixation; free vibration frequencies are the same under clamped and hinged boundary conditions, and under simply-supported and free boundary conditions. The lowest frequencies are observed at free end faces. Comparing frequencies of circular and elliptical shells with different ways of fixing the hinge on the plane curves of the one end face proved: the discrepancy of frequencies under different conditions of fixing the hinge does not exceed 18%; the highest frequencies are observed when the end face of the shell is hinged along its inner line.

The results of the research make it possible to operate free vibrations frequency spectrum of the shell structures to exclude it from the resonant mode by varying boundary conditions. This is one of the issues of the day of the research on shell structure strength.

Key words: frequencies, mode shapes, circular shell, elliptical shell, finite element method.

ПОСТАНОВКА ПРОБЛЕМИ

Сучасні оболонкові конструкції, залежно від їх функціонального призначення і умов експлуатації мають різну геометрично складну поверхню, некругові контури перерізу, різні граничні умови на торцях та інші особливості. Раціональне проектування таких оболонкових конструкцій пов'язане з дослідженням їх міцності, жорсткості та стійкості. Не менш важливим є визначення власних частот, особливо при дії змінного навантаження, оскільки при співпаданні частоти зовнішньої сили з власною частотою деталі або конструкції спостерігається руйнівне явище резонансу.

Метою цієї роботи є визначення частот та форм вільних коливань пружних ізотропних циліндричних оболонок кругового та еліптичного поперечного перерізу з одним вільним торцем та з різними видами граничних умов на іншому.

Задачам про вільні коливання кругових та некругових циліндричних оболонок з різними граничними умовами присвячена публікація [1]. Дослідження вільних коливань консольно закріплених тонких ізотропних еліптичних оболонок змінної товщини однакової маси на основі методу скінчених елементів та порівняння частот при однакових формах коливань для оболонок однакової геометрії для трьох різних матеріалів проводиться в [2]. У роботі [3] проводиться порівняння частот вільних коливань некругової оболонки, отриманих чисельним методом з частотами отриманими експериментально. Дослідженню методом сплайн-колокацій вільних коливань незамкнених еліптичних циліндричних оболонок при різних граничних умовах присвячена стаття [4].

Застосування для розв'язування задач механіки систем автоматизованого конструювання дає можливість розраховувати конструкцію будь-якої форми при різних граничних умовах завдяки використанню метода скінчених елементів. Однією з таких систем є пре- і постпроцесор для виконання інженерного аналізу методом скінчених елементів – Femap з розв'язувачем NX Nastran [5].

ВИХІДНІ СПІВВІДНОШЕННЯ

Рівняння руху оболонки за відсутності демпфування має вигляд:

$$\mathbf{K}\vec{\Phi}_j + \mathbf{M}\ddot{\vec{\Phi}}_j = 0, \quad (1)$$

де \mathbf{K} та \mathbf{M} – матриця жорсткості та матриця мас механічної системи відповідно, $\vec{\Phi}_j$ – вектор переміщень вузлів системи, що відповідає j -тому ступеню вільності, який відтворює j -ту форму коливань.

При вільних коливаннях оболонок усі вузлові точки здійснюють гармонічні коливання як функції часу:

$$\vec{\Phi}_j(t) = \vec{\Phi}_j \sin \omega_j t. \quad (2)$$

Після підстановки функцій (2) у рівняння руху оболонки визначення власних частот і форм коливань зводиться до розв'язання системи алгебраїчних рівнянь

$$\mathbf{K}\vec{\Phi}_j - \omega_j^2 \mathbf{M}\vec{\Phi}_j = 0, \quad j = 1, 2, \dots, s, \quad (3)$$

де ω_j – пульсація або частота гармонічних коливань.

NX Nastran для визначення власних форм і частот коливань у випадку, коли дисипація енергії і демпфування не враховується, використовує, як основний, метод Ланцоша (Lanczos), що вимагає менших ресурсів (часу обчислень і вільної пам'яті на жорсткому диску) порівняно з іншими методами. Метод Ланцоша [6] дозволяє визначати n -ну кількість необхідних власних значень і форм за реальний час, при цьому результати можна вважати практично точними для цієї дискретної моделі, оскільки похибка складає $\|\vec{\Phi}_j - \omega_j^2 \mathbf{K}^{-1} \mathbf{M} \vec{\Phi}_j\| / \|\vec{\Phi}_j\| \leq 10^{-7}$. Чим більшу кількість власних пар потрібно визначити, тим помітнішими виявляються переваги цього методу, він гарантує відсутність пропущених власних пар у досліджуваному частотному діапазоні, а також дозволяє аналізувати власні коливання закріплених систем.

МЕТОДИКА РОЗВ'ЯЗУВАННЯ

За допомогою системи Femap побудовано геометрію двох оболонок еквівалентної маси висотою $h = 120 \text{ мм}$ та товщиною $d = 2 \text{ мм}$ у вигляді циліндричних поверхонь кругового та еліптичного перерізів. Дослідження проводилися для обох оболонок за різних граничних умовах на торці $z = 0$ та вільному торці $z = h$. Варіанти граничних умов описуються так:

- | | |
|---|---|
| 1) жорстко закріплений контур (C) | $u = v = w = \varphi_x = \varphi_y = \varphi_z = 0;$ |
| 2) шарнірно закріплений контур (Sc) | $u = v = w = 0;$ |
| 3) шарнірно опертий контур (S) | $u = v = 0;$ |
| 4) вільно опертий контур (Sf) | $u = v = \varphi_x = \varphi_y = 0;$ |
| 5) ковзаюче закріплення (Sl) | $w = 0, \varphi_x = 0, \varphi_y = 0;$ |
| 6) вільний (незакріплений) контур (F) | $u \neq 0, v \neq 0, w \neq 0, \varphi_x \neq 0, \varphi_y \neq 0, \varphi_z \neq 0,$ |

де $u, v, w, \varphi_x, \varphi_y, \varphi_z$ – відповідно компоненти переміщень та кутів повороту для точок на торці.

За матеріал оболонки була обрана сталь 40X з модулем Юнга $E = 214 \text{ ГПа}$, коефіцієнтом Пуассона $\nu = 0,32$, густиною $\rho = 7820 \text{ кг/м}^3$. Скінченно-елементна розбивка проводилась лінійними восьмикутними solid-елементами з розміром сторони 1 мм.

РЕЗУЛЬТАТИ

Достовірність отриманих результатів забезпечується використанням обґрунтованої математичної моделі, коректністю постановки задачі, розв'язком тестових задач та практичною збіжністю розрахованих частот при застосуванні методу скінченних елементів.

За допомогою вищеописаної методики досліджувався спектр резонансних частот і форми коливань кругової ($R_c = 43,547 \text{ мм}$) циліндричної ізотропної оболонки при різних граничних умовах, які накладені на всю поверхню одного торця, інший торець в усіх випадках вільний. Резонансні частоти при кожному виді закріплення торця по площині та відхилення від частот

при жорсткому закріпленні у відсотках наведені в порівняльній таблиці 1, де m – кількість вузлів уздовж твірної, n – кількість вузлів по колу та у вигляді гістограм (рис. 1).

Таблиця 1 – Власні частоти круглої циліндричної оболонки при різних граничних умовах

m	n	Власні частоти f , Гц						$\varepsilon_{\text{закріплення}} = \frac{f_c - f_{\text{закріплення}}}{f_c} \times 100\%$				
		f_c	f_{Sc}	f_S	f_{Sf}	f_{Sl}	f_F	ε_{Sc}	ε_S	ε_{Sf}	ε_{Sl}	ε_F
1	4	1836	1836	755	755	719	716	0,0	58,9	58,9	60,8	61,0
1	6	2266	2266	2076	2076	2028	2022	0,0	8,4	8,4	10,5	10,8
1	8	3977	3977	3929	3929	3877	3867	0,0	1,2	1,2	2,5	2,8
1	10	6318	6318	6299	6299	6249	6231	0,0	0,3	0,3	1,1	1,4
1	12	9155	9155	9145	9145	9098	9072	0,0	0,1	0,1	0,6	0,9
2	4	6476	6476	6139	6139	2905	852	0,0	5,2	5,2	55,1	86,8
2	6	4812	4812	4316	4316	2671	2222	0,0	10,3	10,3	44,5	53,8
2	8	5302	5302	4990	4990	4228	4092	0,0	5,9	5,9	20,3	22,8
2	10	7231	7231	7057	7057	6551	6465	0,0	2,4	2,4	9,4	10,6
2	12	9935	9935	9826	9826	9392	9309	0,0	1,1	1,1	5,5	6,3

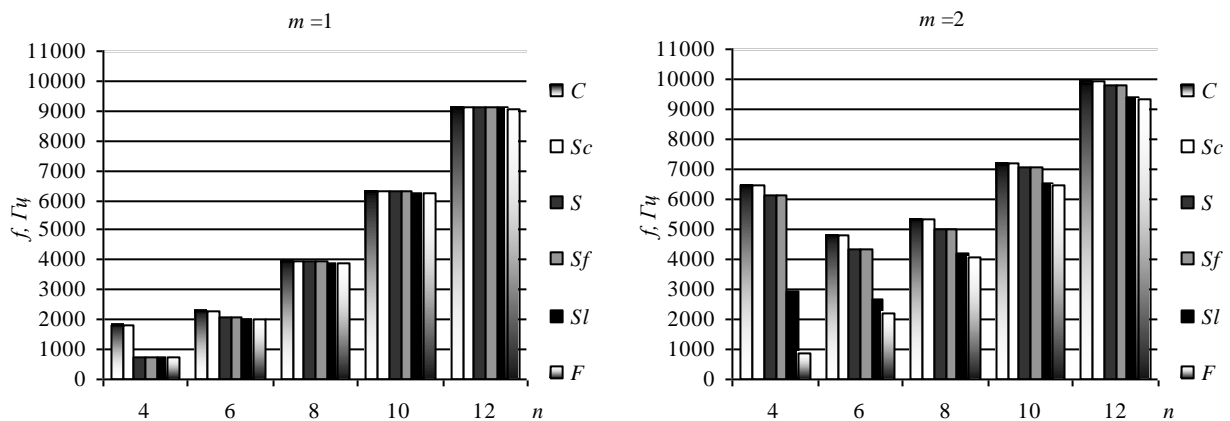


Рис. 1. Порівняльна гістограма власних частот круглої циліндричної оболонки при різних граничних умовах, накладених на площину торця

З таблиці 1 видно, що власні частоти круглої оболонки при жорсткому та шарнірному закріпленні торця по площині взагалі не відрізняються, тому є необхідним більш детально дослідити частоти при різних варіаціях шарнірного закріплення. Програмний засіб дозволяє накладати граничні умови не тільки на площини, але й на криві та точки, що належать тілу. Використовуючи цю можливість, накладемо умови шарнірного закріплення тільки на криві лінії поверхні торця оболонки в такій послідовності:

- шарнірне закріплення двох контурів торця оболонки (Sc_l^l);
- шарнірне закріплення зовнішнього контуру торця оболонки (Sc^l);
- шарнірне закріплення внутрішнього контуру торця оболонки (Sc_l).

Резонансні частоти круглої оболонки при різних видах шарнірного закріплення торця по кривим лініям та відхилення від частот оболонки при шарнірному закріпленні по площині у відсотках наведені в порівняльній таблиці 2 та у вигляді гістограм (рис. 2).

Таблиця 2 – Власні частоти кругової циліндричної оболонки при шарнірному закріпленні по різних кривим площини торця

m	n	Власні частоти $f, \text{Гц}$				$\varepsilon_{\text{крива}} = \frac{f_{Sc} - f_{Sc \text{ крива}}}{f_{Sc}} \times 100\%$		
		f_{Sc}	$f_{Sc_l^l}$	f_{Sc^l}	f_{Sc_l}	$\varepsilon_{Sc_l^l}$	ε_{Sc^l}	ε_{Sc_l}
1	4	1836	1815	1748	1520	1,14	4,79	17,21
1	6	2266	2260	2245	2171	0,26	0,93	4,19
1	8	3977	3975	3973	3943	0,05	0,10	0,85
1	10	6318	6317	6317	6301	0,02	0,02	0,27
1	12	9155	9154	9154	9145	0,01	0,01	0,11
2	4	6476	6446	6386	6137	0,46	1,39	5,23
2	6	4812	4790	4774	4406	0,46	0,79	8,44
2	8	5302	5290	5286	5026	0,23	0,30	5,21
2	10	7231	7225	7223	7063	0,08	0,11	2,32
2	12	9935	9932	9930	9825	0,03	0,05	1,11

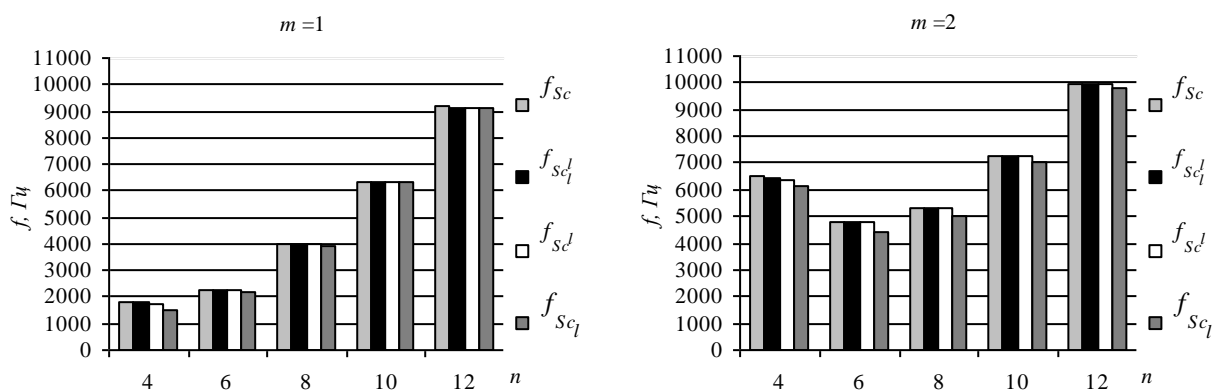


Рис. 2. Порівняльна гістограма власних частот кругової циліндричної оболонки при шарнірному закріпленні по різних кривим площини торця

Окрім кругової оболонки розглядається еліптична циліндрична ізотропна оболонка еквівалентної маси з піввіссю середньої поверхні $a_c = 50,810 \text{ мм}$ і $b_c = 36,285 \text{ мм}$ при таких самих граничних умовах. Резонансні частоти при кожному виді закріплення торця по площині з урахуванням відхилення від жорсткого закріплення у відсотках наведені в порівняльній таблиці 3 та у вигляді гістограм (рис. 3).

Таблиця 3 – Власні частоти еліптичної циліндричної оболонки при різних граничних умовах

m	n	Власні частоти f , Гц						$\varepsilon_{\text{закріплення}} = \frac{f_c - f_{\text{закріплення}}}{f_c} \times 100\%$				
		f_c	f_{Sc}	f_S	f_{Sf}	f_{Sl}	f_F	ε_{Sc}	ε_S	ε_{Sf}	ε_{Sl}	ε_F
1	4	1712	1712	728	728	692	690	0,0	57,5	57,5	59,6	59,7
1	6	2154	2154	1992	1992	1944	1938	0,0	7,5	7,5	9,7	10,0
1	8	3849	3849	3794	3794	3744	3732	0,0	1,4	1,4	2,7	3,0
1	10	6129	6129	6107	6107	6059	6041	0,0	0,4	0,4	1,1	1,4
1	12	8963	8963	8952	8952	8907	8883	0,0	0,1	0,1	0,6	0,9
2	4	6159	6159	5821	5821	2691	824	0,0	5,5	5,5	56,3	86,6
2	6	4488	4488	4046	4046	2544	2137	0,0	9,8	9,8	43,3	52,4
2	8	4895	4895	4639	4639	4416	3954	0,0	5,2	5,2	9,8	19,2
2	10	7072	7072	6882	6882	6366	6270	0,0	2,7	2,7	10,0	11,3
2	12	9748	9748	9631	9631	9196	9112	0,0	1,2	1,2	5,7	6,5

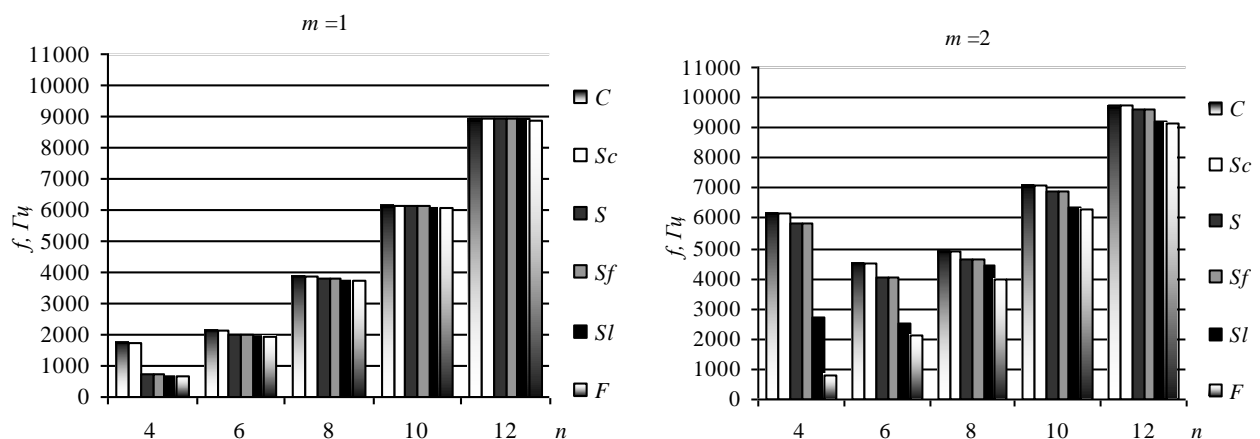


Рис. 3. Порівняльна гістограма власних частот еліптичної циліндричної оболонки при різних граничних умовах, накладених на площину торця

Резонансні частоти еліптичної оболонки при різних видах шарнірного закріплення торця по кривим лініям з урахуванням відхилення від шарнірного закріплення по площині у відсотках наведені в порівняльній таблиці 4 та у вигляді гістограм (рис. 4).

Таблиця 4 – Власні частоти еліптичної циліндричної оболонки при шарнірному закріпленні різних кривих ліній площини торця

m	n	Власні частоти $f, \text{Гц}$				$\epsilon_{\text{закріплення}} = \frac{f_{Sc} - f_{Sc-\text{закріплення}}}{f_{Sc}} \times 100\%$		
		f_{Sc}	$f_{Sc_l^l}$	f_{Sc^l}	f_{Sc_l}	$\epsilon_{Sc_l^l}$	ϵ_{Sc^l}	ϵ_{Sc_l}
1	4	1712	1693	1634	1420	1,11	4,56	17,06
1	6	2154	2149	2136	2058	0,23	0,84	4,46
1	8	3849	3848	3844	3815	0,03	0,13	0,88
1	10	6129	6128	6127	6112	0,02	0,03	0,28
1	12	8963	8962	8962	8953	0,01	0,01	0,11
2	4	6159	6133	6082	5833	0,42	1,25	5,29
2	6	4488	4470	4449	4127	0,40	0,87	8,04
2	8	4895	4884	4870	4651	0,22	0,51	4,98
2	10	7072	7064	7059	6898	0,11	0,18	2,46
2	12	9748	9744	9740	9635	0,04	0,08	1,16

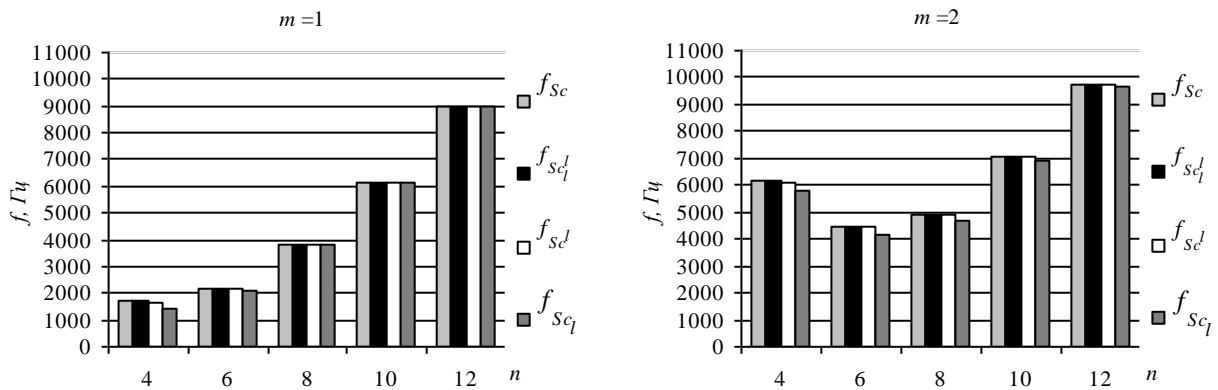
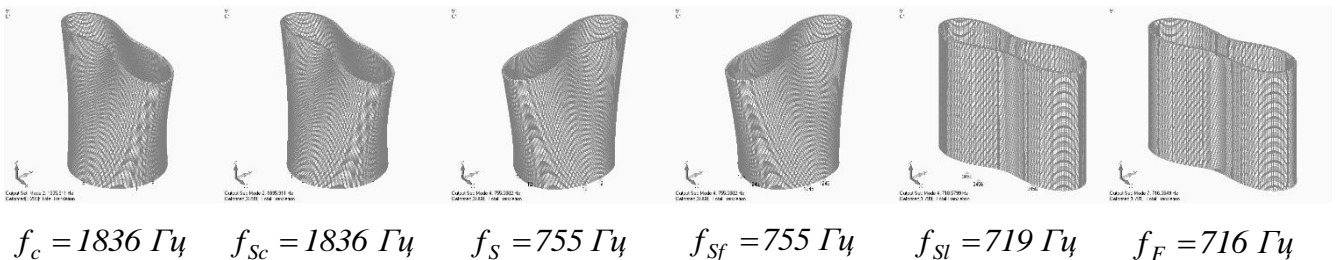


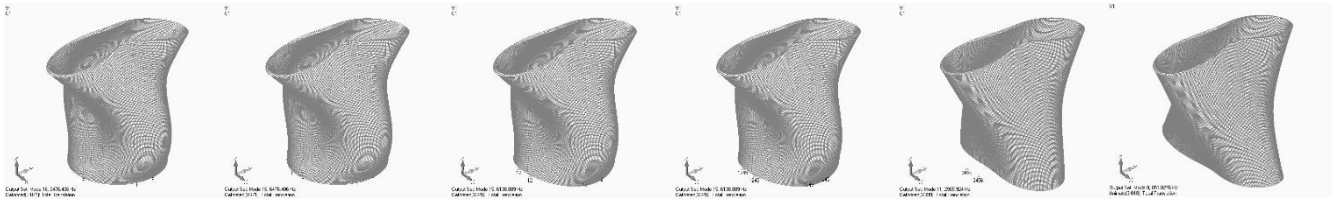
Рис. 4. Порівняльна гістограма власних частот еліптичної циліндричної оболонки при різних граничних умовах, накладених на площину торця

Форми коливань для оболонок з різними видами закріплення на деяких частотах зображено на рис. 5. Переміщення точок оболонок для візуалізації показані в десятикратному збільшенні.

$$m = 1, n = 4$$



$$m = 2, n = 4$$



$$f_c = 6476 \text{ Гц} \quad f_{sc} = 6476 \text{ Гц} \quad f_s = 6139 \text{ Гц} \quad f_{sf} = 6139 \text{ Гц} \quad f_{sl} = 2905 \text{ Гц} \quad f_F = 852 \text{ Гц}$$

Рис. 5. Форми коливань для кругової оболонки з різними видами закріплення

ВИСНОВКИ

Проведено розрахунки вільних коливань кругової та еліптичної циліндричних оболонок еквівалентної маси при різних видах закріплення площини торця на основі методу скінченних елементів із застосуванням комплексу Femap. Аналіз отриманих результатів показав:

- порядок виникнення форм коливань для кругової на еліптичної оболонки однаковий при однакових видах закріплення;
- частоти при жорсткому та шарнірному закріпленні однакові (перша група закріплень);
- частоти при шарнірному обпиранні та вільному обпиранні однакові (друга група закріплень);
- частоти при ковзаючому закріпленні та незакріпленому контурі при $m = 1$ практично однакові для всіх n , а при $m = 2$ збіжність проявляється лише при $n > 8$ (третя група закріплень);
- значні відхилення частот різних груп закріплень спостерігаються на формах коливань з кількістю півхвиль по контуру $n = 4$ і $n = 6$;
- мале відхилення частот різних груп закріплень спостерігається на формах коливань з кількістю півхвиль по контуру $n = 10$ і $n = 12$;
- найнижчі частоти спостерігаються при вільних торцях;
- характер зміни частот для обох оболонок однаковий.

Порівняння частот кругової та еліптичної оболонок при різних способах шарнірного закріплення по кривим площини торця показало:

- розбіжність частот при різних способах задавання шарнірного закріплення не перевищує 18%;
- найбільші частоти спостерігаються при шарнірному закріпленні по всій площині торця оболонки;
- найменші частоти спостерігаються при шарнірному закріпленні вздовж внутрішньої лінії торця оболонки.

Отримані результати дають можливість керувати спектром частот вільних коливань оболонкових конструкцій для виключення її з резонансного режиму за рахунок варіації граничних умов, що є однією з актуальних проблем дослідження міцності оболонкових конструкцій.

ЛІТЕРАТУРА

1. Лекомцев С. В. Конечно-элементные алгоритмы расчёта собственных колебаний трёхмерных оболочек / С.В. Лекомцев // Вычислительная механика сплошных сред. – 2012. – 5, №2. – С. 233-243.

2. Будак В. Д. Вільні коливання еліптичної оболонки змінної товщини / В.Д. Будак, А.Я. Григоренко, М.Ю. Борисенко, Е.В. Бойчук // Вісник Київського національного університету імені Тараса Шевченка. Математика. Механіка. – 2014. – 2(32). – С. 32-37.
3. Будак В. Д. Определение собственных частот эллиптической оболочки постоянной толщины методом конечных элементов / В.Д. Будак, А.Я. Григоренко, М.Ю. Борисенко, Е.В. Бойчук // Мат. методи та фіз.-мех. поля. – 2014. – 57, №1. – С. 145-152.
4. Григоренко А. Я. Исследование свободных колебаний некруговых цилиндрических оболочек с помощью метода сплайн-коллокации / А.Я. Григоренко, С.В. Пузырев, Е.А. Волчек // Мат. методи та фіз.-мех. поля. – 2011. – 54, №3. – С. 60-69.
5. Рудаков К. Н. FEMAP 10.2.0. Геометрическое и конечно-элементное моделирование конструкций / К.Н. Рудаков. – К. : НТУУ «КПИ», 2011. – 317 с.
6. Papadrakakis M. Solving large-scale problems in mechanics / M. Papadrakakis. – Oxford, UK : Wiley, 1993.

REFERENCES

1. Lekomtsev, S.V. (2012), “Konechno-elementnyie algoritmy rascheta sobstvennyih kolebaniy trekhmernykh obolochek”, *Vychislitel'naya mekhanika sploshnykh sred*, 5 (2), pp. 233-243.
2. Budak, V.D., Grigorenko, A.Ya., Borisenko, M.Yu., and Boychuk, E.V. (2014), “Vil'ni kolivannia eliptichnoi obolonky zminnoi tovshchini”, *Visnyk Kyivs'koho natsional'noho universytetu imeni Tarasa Shevchenka. Matematyka. Mekhanika*, 2 (32), pp. 32-37.
3. Budak, V.D, Grigorenko, A.Ya., Borisenko, M.Yu., and Boychuk, E.V. (2014), “Opredelenie sobstvennyih chastot ellipticheskoy obolochki postoyannoy tolshchinyi metodom konechnyih elementov”, *Mathematical methods and physicomechanical fields*, 57 (1), pp. 145-152.
4. Grigorenko, A.Ya., Puziryev, S.V., and Volchek, E.A. (2011), “Issledovanie svobodnyih kolebaniy nekrugovyih tsilindricheskih obolochek s pomoshchyu metoda splayn-kollokatsii”, *Mathematical methods and physicomechanical fields*, 54 (3), pp. 60-69.
5. Rudakov, K.N. (2011), *FEMAP 10.2.0. Geometricheskoe i konechno-elementnoe modelirovanie konstruksiy* [Geometric and finite- element modeling of structures], NTUU «KPI», Kiev, Ukraine.
6. Papadrakakis, M. (1993), *Solving large-scale problems in mechanics*, UK: Wiley, Oxford.

УДК 393.3

ДИНАМИКА ТОНКИХ ОБОЛОЧЕК С УЧЕТОМ ДЕМПФИРОВАНИЯ ПОД ДЕЙСТВИЕМ ЛОКАЛЬНЫХ НАГРУЗОК

Ветров О. С., ст. преподаватель,
Шевченко В. П., д. ф.-м. н., профессор, академик НАН Украины,
Русаков В. Ф., д. ф.-м. н., профессор

*Донецкий национальный университет,
ул. 600-летия, 21, г. Винница, 21021, Украина*

o.s.vetrov@gmail.com, o.vietrov@donnu.edu.ua

В статье рассмотрена задача о построении фундаментальных решений системы динамических уравнений теории тонких изотропных оболочек с учетом линейного демпфирования. Искомые решения были найдены путем совместного использования интегральных преобразований Фурье и Лапласа и методов теории специальных функций. Фундаментальные решения получены в форме, удобной для дальнейшего использования при решении начально-краевых задач теории тонких оболочек, и записываются в виде двойных