

3. Breshev, V.E. (2013), “Development pnevmoshpindelya on adjustable conical aerostatic supports different geometry”, *Visnik Skhidnoukraiïns'kogo nacional'nogo universitetu imeni Volodimira Dalya*, no. 15(204), part 3, pp. 229-232.
4. Pinegin, S.V., Orlov, A.V. and Tabachnikov, Yu.B. (1984), *Pretsizionnyie oporyi kacheniya i oporyi s gazovoy smazkoy: Spravochnik* [Precision bearings and roller bearings with gas greasing: Handbook], Mashinostroenie, Moscow.
5. Konstantinesku, V.I. (1968), *Gazovaya smazka* [Gas grease], Translated by Rum. G.P. Maho, Edited by M.V. Korovchinskogo, Mashinostroenie, Moscow.
6. Sheynberg, S.A., Zhed, V.P. and Shisheev, M.D (1979), *Oporyi skolzheniya s gazovoy smazkoy* [Of legs sliding with gas greasing], 2nd edit., Mashinostroenie, Moscow.

УДК 539.3

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ПАРАМЕТРОВ ОРТОТРОПИИ НА НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОЕ СОСТОЯНИЕ ТОРОИДАЛЬНЫХ ОБОЛОЧЕК ПЕРЕМЕННОЙ ТОЛЩИНЫ

¹Григоренко Я. М., академик НАНУ, главный научный сотрудник,
¹Авраменко О. А., к.ф.-м. н., научный сотрудник, ²Авраменко Ю. А., доцент

¹*Институт механики им. С.П. Тимошенко НАН Украины,
ул. Нестерова, 3, Киев, 03057, Украина*

²*Запорожская государственная инженерная академия,
просп. Ленина, 226, Запорожье, 69000, Украина*

auagrigorenko@yandex.ru

Проведено исследование напряженно-деформированного состояния замкнутых усеченных тороидальных оболочек переменной толщины в зависимости от ортотропии материала. Задача решалась на основании уточненной теории оболочек типа Тимошенко. Приводятся данные о распределении полей перемещений и напряжений в зависимости от искривления оси оболочки, её толщины и изменения параметров ортотропии материала.

Ключевые слова: тороидальная оболочка, напряженно-деформированное состояние, уточненная теория оболочек.

ДОСЛІДЖЕННЯ ВПЛИВУ ПАРАМЕТРІВ ОРТОТРОПІЇ НА НАПРУЖЕНО- ДЕФОРМОВАНИЙ СТАН ТОРОЇДАЛЬНИХ ОБОЛОНОК ЗМІННОЇ ТОВЩИНИ

¹Григоренко Я. М., академік НАНУ, головний науковий співробітник,
¹Авраменко О. О., к. ф.-м. н., науковий співробітник, ²Авраменко Ю. О., доцент

¹*Інститут механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України,
вул. Нестерова, 3, м. Київ, 03057, Україна*

²*Запорізька державна інженерна академія,
просп. Леніна, 226, Запоріжжя, 69000, Україна*

auagrigorenko@yandex.ru

Проведено дослідження напружено-деформованого стану замкнутих усічених тороїдальних оболонок змінної товщини залежно від ортотропії матеріалу. Задача розв'язувалась на підставі уточненої теорії оболонок типу Тимошенка. Наводяться дані про розподіл полів переміщень і напружень залежно від викривлення осі оболонки, її товщини і зміни параметрів ортотропії матеріалу.

Ключові слова: тороїдальна оболонка, напружено-деформований стан, уточнена теорія оболонок.

STUDYING THE AFFECT OF THE PARAMETERS OF ORTHOTROPY TO STRESS STRAIN STATE OF TOROIDAL SHELLS OF VARIABLE THICKNESS

Grigorenko Ya. M., Avramenko O. A., Avramenko Iu. A.

*S.P. Timoshenko Institute of Mechanics, National Academy of Sciences of Ukraine,
Nesterova str., 3, Kiev, 03057, Ukraine*

*Zaporozhie state engineering academy,
Lenin Avenue 226, Zaporizhzhya, 69000, Ukraine*

auagrigorenko@yandex.ru

A study of stress-strain state of closed truncated toroidal shells of variable thickness depending on the orthotropy material. The problem was solved on the basis of the refined theory of shells Tymoshenko's type. The data on the distribution of the fields of displacements and stresses, depending on the curvature of the shell's axis, its thickness, and changing the parameters of orthotropy material.

Key words: toroidal shell, stress-strain state, refined shells theory.

ВВЕДЕНИЕ

Оболочки постоянной и переменной толщины находят широкое применение в различных отраслях современной техники как элементы конструкций и детали машин. С увеличением требований к современным конструкциям все большее применение получают оболочки сложных форм с переменными параметрами. К таким оболочкам относятся тороидальные оболочки [1, 9] переменной толщины из ортотропных материалов. Решение задач для нетонких ортотропных оболочек, учет изменения толщины оболочки приводит к усложнению математической модели, а использование классической теории в этом случае может привести к значительным неточностям. Поэтому сформулированы уточненные теории, основной чертой которых является учет деформаций поперечного сдвига. Одной из самых распространенных из них является модель, предложенная С.П. Тимошенко [7, 11].

В настоящей статье получена система разрешающих дифференциальных уравнений в частных производных для задачи о напряженно-деформированном состоянии замкнутых усеченных ортотропных тороидальных оболочек переменной толщины с жестко закрепленными торцами в уточненной постановке [7, 11]. Для решения рассматриваемого класса двумерных краевых задач предлагается подход [6, 12], состоящий из двух этапов: 1) применение метода сплайн-аппроксимации [5, 8, 12] искомого решения в направлении образующей, для чего разрешающие функции представляются в виде линейной комбинации кубических В-сплайнов [8]; 2) решение полученной одномерной краевой задачи устойчивым численным методом дискретной ортогонализации [2-4, 12-14]. Проведен анализ полей перемещений и напряжений в зависимости от степени искривления оси оболочки и ортотропии материала.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Будем рассматривать тороидальные оболочки, толщина которых изменяется по закону $h(\theta) = h_0(1 + \beta \cos 2\theta)$, $h_0 = 1,5$ для следующих вариантов искривления оси тора $\Delta\eta = \pi/3; \pi/2; 2\pi/3$ и значений параметра $\beta = 0,3, 0,5$. В осевом и поперечном сечениях круг (рис. 1). Координатную поверхность оболочки отнесем к системе ортогональных криволинейных координат η, θ , где η – угол в осевом сечении, а θ – угол в поперечном сечении оболочки.

Первая квадратичная форма срединной поверхности запишется в виде [4]:

$$dS^2 = A_1^2 d\alpha_1^2 + A_2^2 d\alpha_2^2,$$

$$A_1 = R + r \sin \theta, \quad \alpha_1 = \eta, \quad \alpha_2 = \theta, \quad \eta_1 \leq \eta \leq \eta_2, \quad -\pi/2 \leq \theta \leq \pi/2,$$

где R – радиус осевой окружности, r – радиус окружности в поперечном сечении.

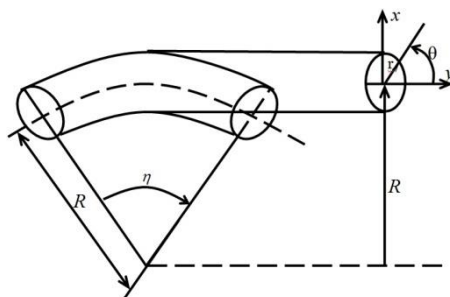


Рис. 1

Напряженно-деформированное состояние оболочки исследуется по уточненной теории оболочек типа Тимошенко, которая базируется на гипотезе прямой линии. Суть этой гипотезы состоит в том, что первоначально нормальный к координатной поверхности элемент после деформации остается прямолинейным, но уже не перпендикулярным к деформированной координатной поверхности. При этом предполагается, что отсутствует обжатие по толщине [7].

На основе выражений для деформаций, уравнений равновесия, соотношений упругости получена система дифференциальных уравнений в частных производных десятого порядка. Разрешающими функциями выбраны компоненты вектора перемещений и полные углы поворота. Система дифференциальных уравнений в частных производных разрешена относительно старших производных по θ и имеет вид:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2} &= L_1(u, v, w, \psi_\eta, \psi_\theta); & \frac{\partial^2 v}{\partial \theta^2} &= L_2(u, v, w, \psi_\eta, \psi_\theta); \\ \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} &= L_3(u, v, w, \psi_\eta, \psi_\theta); & & \\ \frac{\partial^2 \psi_\eta}{\partial \theta^2} &= L_4(u, v, w, \psi_\eta, \psi_\theta); & \frac{\partial^2 \psi_\theta}{\partial \theta^2} &= L_5(u, v, w, \psi_\eta, \psi_\theta). \end{aligned} \quad (1)$$

Полученная система уравнений (1) полностью приведена в статье [5]. Добавляя к системе разрешающих уравнений (1) граничные условия на торцах, приходим к двумерной краевой задаче. Сложность решения таких задач обусловлена не только высоким порядком системы и переменностью коэффициентов, но и необходимостью точно удовлетворить заданным граничным условиям.

ОПИСАНИЕ МЕТОДИКИ РЕШЕНИЯ

Поскольку в основную систему уравнений входят производные от разрешающих функций не выше второго порядка, то для аппроксимации решения можно ограничиться сплайн-функциями третьей степени, которые формируются в виде линейных комбинаций B-сплайнов так, чтобы точно удовлетворить некоторым типам граничных условий. В соответствии с методом сплайн-аппроксимации искомое решение краевой задачи для системы уравнений (1) с граничными условиями для жестко закрепленных торцов

$$u = v = w = \psi_\eta = \psi_\theta = 0; \quad (2)$$

будем искать в следующем виде:

$$\begin{aligned} u(\eta, \theta) &= \sum_{i=0}^N u_i(\theta) \varphi_{1i}(\eta), & v(\eta, \theta) &= \sum_{i=0}^N v_i(\theta) \varphi_{2i}(\eta), \\ w(\eta, \theta) &= \sum_{i=0}^N w_i(\theta) \varphi_{3i}(\eta), & \psi_\eta(\eta, \theta) &= \sum_{i=0}^N \psi_{\eta i}(\theta) \varphi_{4i}(\eta), \end{aligned} \quad (3)$$

$$\psi_{\theta}(\eta, \theta) = \sum_{i=0}^N \psi_{\theta i}(\theta) \phi_{5i}(\eta),$$

где $u_i(\theta)$, $v_i(\theta)$, $w_i(\theta)$, $\psi_{\eta i}(\theta)$, $\psi_{\theta i}(\theta)$ – функции, подлежащие определению, а $\phi_{ji}(\eta)$ ($j = \overline{1,5}$) – линейные комбинации В-сплайнов третьей степени.

Так как разрешающие функции на граничных контурах равны нулю, то имеем

$$\begin{aligned} \phi_{j_0}(\eta) &= -4B_3^{-1}(\eta) + B_3^0(\eta), \quad \phi_{j_1}(\eta) = B_3^{-1}(\eta) - \frac{1}{2}B_3^0(\eta) + B_3^1(\eta), \\ \phi_{j_i}(\eta) &= B_3^i(\eta) \quad (i = 2, 3, \dots, N-2), \\ \phi_{j_{N-1}}(\eta) &= B_3^{N-1}(\eta) - \frac{1}{2}B_3^N(\eta) + B_3^{N+1}(\eta), \\ \phi_{j_N}(\eta) &= B_3^N(\eta) - 4B_3^{N+1}(\eta). \end{aligned} \quad (4)$$

Подставляя выражения (4) в систему уравнений (1), применяя метод сплайн-аппроксимации и требуя их удовлетворения на $N+1$ линиях $\eta = \xi_i$ ($i = \overline{1, N+1}$), получаем систему обыкновенных дифференциальных уравнений порядка $10(N+1)$, которую можно представить в нормальной форме Коши:

$$\frac{d\bar{R}}{d\theta} = A\bar{R} + \bar{f}, \quad (5)$$

где

$$\begin{aligned} \bar{R} = \{ & u_0, \dots, u_N, u'_0, \dots, u'_N, v_0, \dots, v_N, v'_0, \dots, v'_N, \\ & w_0, \dots, w_N, w'_0, \dots, w'_N, \psi_{\eta 0}, \dots, \psi_{\eta N}, \psi'_{\eta 0}, \dots, \\ & \psi'_{\eta N}, \psi_{\theta 0}, \dots, \psi_{\theta N}, \psi'_{\theta 0}, \dots, \psi'_{\theta N} \}^T, \end{aligned} \quad (6)$$

\bar{R} – вектор-функция от θ , \bar{f} – вектор правых частей, A – квадратная матрица, элементы которой зависят от θ . При этом используем условия симметрии по θ .

Полученная система обыкновенных дифференциальных уравнений решается устойчивым численным методом дискретной ортогонализации, который дает возможность получить устойчивый вычислительный процесс за счет ортогонализации векторов-решений задач Коши в конечном числе точек интервала изменения аргумента.

АНАЛИЗ ЧИСЛОВЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ

Задача решалась при следующих исходных данных: S – длина дуги вдоль оси оболочки $0 \leq S \leq L$, $L = 60$, $r = 15$, $\Delta\eta \cdot R = L$.

Оболочка замкнута в поперечном сечении и жестко закреплена на торцах, находится под действием нагрузки $q = q_0 = const$.

Полагаем, что модуль упругости $E_{\eta} = E = const$. Изменяются: 1) модуль упругости $E_{\theta} = \mu E$, 2) модуль сдвига $G_{\eta\theta} = \lambda E$, 3) коэффициент Пуассона ν_{η} .

Для модулей сдвига в поперечном направлении имеем равенства $G_{\eta\gamma} = G_{\theta\gamma} = E/d$, $d = 10$.

При этом λ , μ , ν_{η} принимают следующие значения [10]:

- 1) $\mu = 2$; $\lambda = 0,3$; $\nu_\eta = 0,075$;
- 2) $\mu = 1,35$; $\lambda = 0,215$; $\nu_\eta = 0,122$;
- 3) $\mu = 1$; $\lambda = 0,385$; $\nu_\eta = 0,3$;
- 4) $\mu = 0,741$; $\lambda = 0,159$; $\nu_\eta = 0,165$;
- 5) $\mu = 0,5$; $\lambda = 0,125$; $\nu_\eta = 0,15$.

Третий вариант значений упругих постоянных соответствует изотропному случаю, когда $E_\eta = E_\theta$ и $\nu_\eta = \nu_\theta$.

Исследуется влияние искривления оси оболочки, её толщины и изменения параметров ортотропии материала на напряженно-деформированное состояние тороидальных оболочек. Полученные результаты приведены в виде графиков распределений полей перемещений и напряжений нетонких тороидальных оболочек.

На рисунках 2-4, представленных ниже приведены графики распределения прогибов при $S = L/2$ для различных значений параметров ортотропии и переменной толщины $\beta = 0,3$ и для трех вариантов искривления оси $\Delta\eta = \pi/3$; $\pi/2$; $2\pi/3$. На рисунках графики для пяти вариантов параметров ортотропии располагаются в соответствии с их номерами.

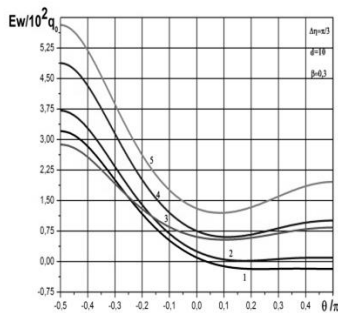


Рис. 2

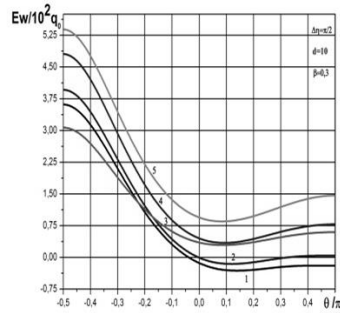


Рис. 3

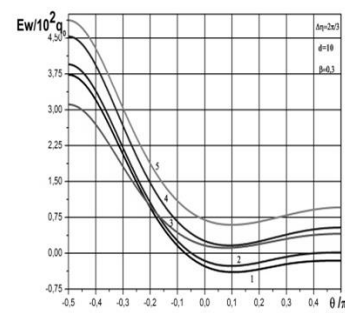


Рис. 4

Из рис. 2-4 видно, что максимальные значения прогибов соотносятся как 5,8:5,4:4,9.

На рисунках 5-8, представленных ниже, приведены графики распределения прогибов на внешней и внутренней поверхностях оболочки при $S = L/2$ для различных значений параметров ортотропии и переменной толщины $\beta = 0,5$, и для трех вариантов искривления оси $\Delta\eta = \pi/3$; $\pi/2$; $2\pi/3$. Все обозначения совпадают с предыдущими графиками.

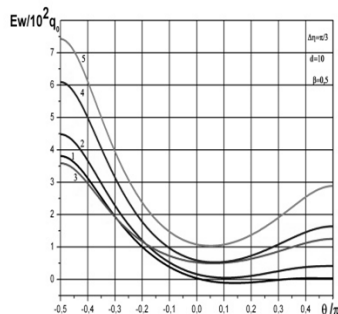


Рис. 5

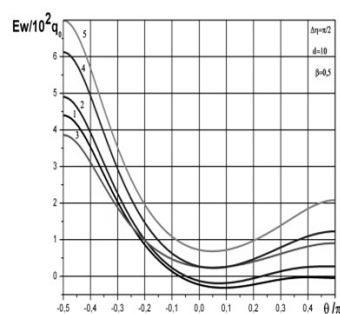


Рис. 6

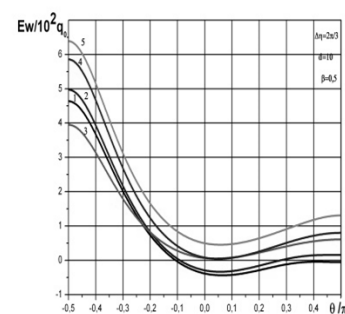


Рис. 7

Из рис. 5-7 видно, что максимальные значения прогибов соотносятся как 7,4:6,9:6,4.

Из вышеприведенных рисунков видно, что графики распределения прогибов для всех 5-ти вариантов ортотропии располагаются в соответствии с их номерами. Графики для варианта 2 приближаются к варианту 3. Это означает, что вариант 2 почти соответствует изотропному случаю.

На рисунках 8-10, представленных ниже, приведены графики распределения напряжений в поперечном сечении σ_θ на внешней и внутренней поверхностях при $S = L/2$ для различных значений параметров ортотропии и переменной толщины $\beta = 0,3$, и для трех вариантов искривления оси $\Delta\eta = \pi/3; \pi/2; 2\pi/3$. На графиках сплошными линиями обозначены напряжения на внешней стороне оболочки, а пунктирными линиями – на внутренней. Как и в предыдущих случаях графики для пяти вариантов параметров ортотропии располагаются в соответствии с их номерами.

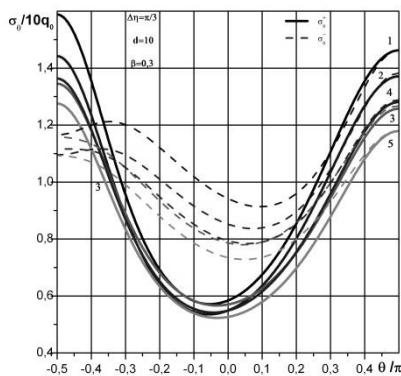


Рис. 8

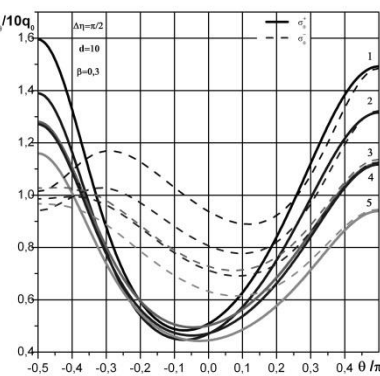


Рис. 9

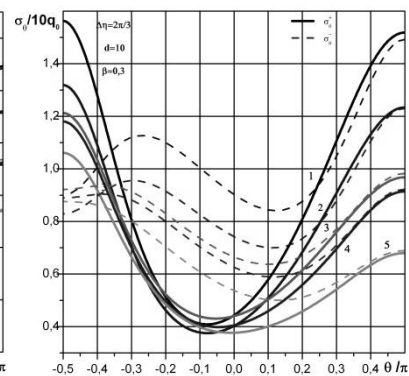


Рис. 10

Из приведенных выше графиков видно, как, при изменении кривизны тороидальной оболочки для пяти вариантов ортотропии при $\beta = 0,3$, изменяется величина напряжений.

Аналогичным образом на рис. 11-13 приведены графики распределения напряжений в поперечном сечении σ_θ на внешней и внутренней поверхностях при $S = L/2$ для различных значений параметров ортотропии и переменной толщины $\beta = 0,5$, и для трех вариантов искривления оси $\Delta\eta = \pi/3; \pi/2; 2\pi/3$. Все обозначения совпадают.

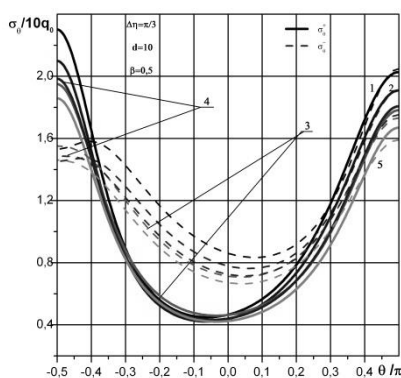


Рис. 11

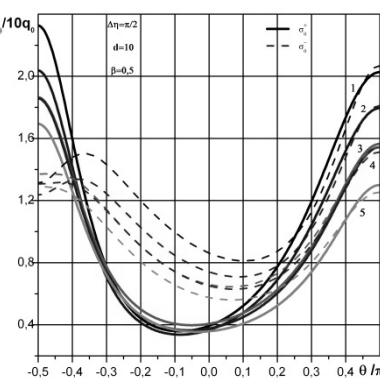


Рис. 12

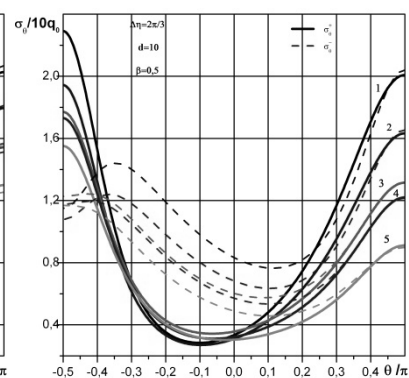


Рис. 13

Значения напряжений на внешней поверхности оболочки для всех вариантов ортотропии почти одинаковы. При этом утолщение оболочки дает увеличение максимальных значений напряжений, но разница между этими значениями как на внешней, так и на внутренней поверхностях оболочки становится меньше. Что же касается напряжений на внутренней поверхности, чем больше угол в осевом сечении, тем больше различие в зависимости от ортотропии материала.

ВЫВОДЫ

Таким образом, проведено исследование напряженно-деформированного состояния замкнутых в поперечном сечении усеченных ортотропных тороидальных оболочек под действием нормальной нагрузки при жестком закреплении торцов. Приведенные результаты характеризуют взаимное влияние ортотропии и геометрических параметров на напряженно-деформированное состояние тороидальных оболочек. Варьируя одновременно параметрами ортотропии и геометрическими параметрами, можно достигнуть необходимых факторов напряженно-деформированного состояния оболочечных конструкций.

ЛИТЕРАТУРА

1. Булгаков В. Н. Статика тороидальных оболочек / В.Н. Булгаков. – К. : Изд-во АН УССР, 1962. – 100 с.
2. Годунов С. К. О численном решении краевых задач для систем линейных обыкновенных дифференциальных уравнений / С.К. Годунов // Успехи мат. наук. – 1961. – 16, №3. – С. 171-174.
3. Голушко С. К. Прямые и обратные задачи механики композитных пластин и оболочек вращения / С.К. Голушко, Ю.В. Немировский. – М. : ФИЗМАТЛИТ, 2008. – 432 с.
4. Григоренко Я. М. Изотропные и анизотропные оболочки вращения переменной жесткости / Я.М. Григоренко. – К. : Наук. думка, 1973. – 228 с.
5. Григоренко Я. М. До розв'язання в уточненій постановці задач статика тороїдальних оболонок з жорстко закріпленими торцями / Я.М. Григоренко, Ю.О. Авраменко // Мат. методи та фіз.-мех. поля. – 2012. – 55, №3. – С. 141-146
6. Григоренко Я. М. Розв'язання задач теорії оболонок на основі дискретно-континуальних методів / Я.М. Григоренко, В.Д. Будаков, О.Я. Григоренко. – Миколаїв : Іліон, 2010. – 294 с.
7. Григоренко Я. М. Статика анизотропних оболонок с конечной сдвиговой жесткостью / Я.М. Григоренко, А.Т. Василенко, Г.П. Голуб. – К. : Наук. думка, 1987. – 216 с.
8. Завьялов Ю. С. Методы сплайн-функций / Ю.С. Завьялов, Ю.И. Квасов, В.М. Мирошниченко. – М. : Наука, 1980. – 352 с.
9. Кларк Э. Изгиб труб с криволинейной осью. В кн. : Проблемы механики / Э. Кларк, Э. Рейсснер. – М. : Изд-во иностр. лит., 1955. – С. 125-149.
10. Лехницкий С. Г. Теория упругости анизотропных тел / С.Г. Лехницкий. – М. : Наука, 1977. – 415 с.
11. Тимошенко С. П. Курс теории упругости / С.П. Тимошенко. – К. : Наукова думка, 1972. – 501 с.
12. Grigorenko Ya. M. Problems of mechanics for anisotropic inhomogeneous shells on the basis of different models / Ya.M. Grigorenko, A.YA. Grigorenko, G.G. Vlaykov. – Kiev : S.P. Timoshenko Institute of Mechanics, Technical Center of the National Academy of Sciences of Ukraine, 2009. – 550 p.
13. Grigorenko Ya. M. Discrete Fourier-series method in problems of bending of variable-thickness rectangular plates / Ya.M. Grigorenko, L.S. Rozhok // J. Engng. Math. – 2003. – 46. – P. 269-280.
14. Grigorenko Ya. M. Equilibrium of elastic hollow inhomogeneous cylinders of corrugated elliptic cross-section / Ya.M. Grigorenko, L.S. Rozhok // J. Engng. Math. – 2006. – 54. – P. 145-157.

REFERENCES

1. Bulgakov, V.N. (1962), *Statika toroidal'nykh obolochek* [Statistics of toroidal shells], Izd-vo AN USSR, Kiev, USSR.
2. Godunov, S.K. (1961), "About numerical solution of boundary problems for systems of linear differential equations", *Uspekhi mat. nauk.*, issue 16, no 3, pp. 171-174.
3. Golushko, S.K. and Nemirovskiy, Yu.V. (2008), *Pryamye i obratnye zadachi mekhaniki kompozitnykh plastin i obolochek vrashcheniya* [Direct and inverse problems of mechanics of composited plates and shells of rotation], Fizmatlit, Moscow, Russia.
4. Grigorenko, Ya.M. (1973), *Izotropnye i anizotropnye obolochki vrashcheniya peremennoy zhestkosti* [Isotropic and anisotropic shells of rotation with variable stiffness], Naukova Dumka, Kiev, USSR.
5. Grygorenko, Ja.M. and Avramenko, Ju.O. (2012), "To solve problems in a refined setting static toroidal shells", *Mat. metodi ta fiz.-mekh. Polya*, issue 55, no 3, pp. 141-146.
6. Grygorenko, Ja.M., Budak, V.D. and Grygorenko, O.Ja. (2010), *Rozv'jazannja zadach teorii' obolonok na osnovi dyskretno- kontynual'nyh metodiv* [Solution of problems of thin shells using discreet-continuum methods], Ilion, Mykolai'v, Ukraine.
7. Grigorenko, Ya.M., Vasilenko, A.T. and Golub, G.P. (1987), *Statika anizotropnykh obolochek s konechnoy sdivigovoy zhestkost'yu* [Statistics of anisotropic shells with finite shear stiffness], Naukova Dumka, Kiev, USSR.

8. Zav'yalov, Yu.S., Kvasov, Yu.I. and Miroshnichenko, V.M. (1980), *Metody splayn-funktsiy* [Methods of spline functions], Nauka, Moscow, USSR.
9. Klark, E. and Reyssner, E. (1955), *Izhib trub s krivolineynoy os'yu. – V kn.: Problemy mekhaniki* [Bending of rods with a curvilinear axis – in book Problems of mechanics], Izdatel'stvo inostr. lit., Moscow, USSR.
10. Lekhnitskiy, S.G. (1977), *Teoriya uprugosti anizotropnykh tel* [Theory of elasticity for anisotropic bodies], Nauka, Moscow, USSR.
11. Timoshenko, S.P. (1972), *Kurs teorii uprugosti* [Theory of elasticity], Naukova Dumka, Kiev, USSR.
12. Grigorenko, Ya.M., Grigorenko, A.YA. and Vlaykov, G.G. (2009), “Problems of mechanics for anisotropic inhomogeneous shells on the basis of different models”, S.P. Timoshenko Institute of Mechanics, Technical Center of the National Academy of Sciences of Ukraine, Kiev, Ukraine.
13. Grigorenko, Ya.M. and Rozhok, L.S. (2003), “Discrete Fourier-series method in problems of bending of variable-thickness rectangular plates”, *J. Engng. Math.*, vol. 46, pp. 269-280.
14. Grigorenko, Ya.M. and Rozhok, L.S. (2006), “Equilibrium of elastic hollow inhomogeneous cylinders of corrugated elliptic cross-section”, *J. Engng. Math.*, vol. 54, pp. 145-157.

УДК 517.9

КЕРОВАНІСТЬ КРАЙОВИХ ЗАДАЧ ДЛЯ РІВНЯНЬ ЛЯПУНОВА В ПРОСТОРІ ГІЛЬБЕРТА

¹Панасенко Є. В., к. ф.-м. н., доцент,

²Покутний О. О., к. ф.-м. н., старший науковий співробітник

¹*Запорізький національний університет,*

вул. Жуковського, 66, м. Запоріжжя, 69600, Україна

²*Інститут математики НАНУ,*

вул. Терещенківська, Київ-4, 01601 Україна

innovatory@rambler.ru

У статті розглянуто двоточкову крайову задачу в критичному випадку, яка виникає в теорії оптимального керування для матричних диференціальних рівнянь Ріккати та рівнянь типу Ляпунова. Досліджено задачу в припущенні, що оператор, який описує однорідну лінійну крайову задачу, є нетеровим. Запропоновано підхід до знаходження її розв'язку за допомогою теорії псевдообернених матриць. Знайдено умову розв'язності таких задач.

Ключові слова: крайова задача, керуючий процес, керування, псевдообернена матриця, нормальна фундаментальна матриця.

УПРАВЛЯЕМОСТЬ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ ДЛЯ УРАВНЕНИЙ ЛЯПУНОВА В ПРОСТРАНСТВЕ ГИЛЬБЕРТА

¹Панасенко Е. В., к. ф.-м. н., доцент, ²Покутний А. А., к. ф.-м. н., старший научный сотрудник

¹*Запорожский национальный университет,*

ул. Жуковского, 66, г. Запорожье, 69600, Украина

²*Институт математики НАНУ,*

ул. Терещенковская, Киев-4, 01601 Украина

innovatory@rambler.ru

В статье рассмотрено двухточечную краевую задачу в критическом случае, которая возникает в теории оптимального управления для матричных дифференциальных уравнений Риккати и уравнений типа Ляпунова. Исследовано задачу в предположении, что оператор, который описывает линейную краевую задачу, является нетеровым. Предложен подход к нахождению её решения с помощью теории псевдообратных матриц. Найдено условие разрешимости таких задач.

Ключевые слова: краевая задача, управляющий процесс, управление, уравнение Ляпунова, псевдообратная матрица, нормальная фундаментальная матрица.