14. Batra, R.C. and Zang, G.M. (2008), "SSPH basis functions for meshless methods, and comparison of solutions with strong and weak formulations", *Computational Mechanics,* no. 41, pp. 527-545.

15. Sarra, S.A. and Kansa, E.I. (2009), "Multiquadric Radial Basis Function Approximation Methods for the Numerical Solution of Partial Differential Equations", *Advances in Computational Mechanics,* vol. 2, 220 p.

16. Liu, G.R., Dai, K.Y. and Nguyen, T.T. (2007), "A smoothed finite element method for mechanics problems", *Computational Mechanics,* no. 39, pp. 859-877.

17. Li, S., Hao, W. and Liu, W.K. (2000), "Numerical simulations of large deformation of thin shell structures using meshfree methods", *Computational Mechanics,* no. 25, pp. 102-116.

18. Gu, YuanTong, Yan, Cheng and Yarlagadda, Prasad K. (2008), *"An advanced meshless technique for large deformation analysis of metal forming"*, 9th Global Congress on Manufacturing and Management, 12-14th November, 2008, Gold Coast, Australia.

19. Alturi, S.N., Liu, H.T. and Han, Z.D. (2006), "Meshless Local Petrov-Galerkin (MLPG) Mixed Collocation Method for Elasticity Problems", *CMES,* vol. 14, no. 3, pp. 141-152.

20. Jarak, T. (2010), "Meshless numerical formulation for analasys of shell-like structures", *Doctoral thesis,* University of Zagreb.

21. Tolstyih, A.I. and Shirobokov, D.A. (2005), "Meshfree method based on radial basis functions", *Zhurnal vyichislitelnoy matematiki i matematicheskoy fiziki,* vol. 45, no. 8, pp. 1498-1505.

22. Popkov, M.V. (2013), "Meshfree method and its application for determining stress-strain state of elastic matrix for stamping by elastic medium", *Izvestiya vyisshih uchebnyih zavedeniy. Mashinostroenie,* no. 4, pp. 3-14.

УДК 539.3

ЕФЕКТИВНІ ПРУЖНІ СТАЛІ КОМПОЗИЦІЙНОГО МАТЕРІАЛУ З АРМУВАННЯМ ДВОМА СОРТАМИ ОДНОСПРЯМОВАНИХ ВОЛОКОН

Гребенюк С. М., к. т. н., доцент

Запорізький національний університет,
вул. Жуковського, 66, м. Запоріжжя, 69600, Україна

gsm1212@ukr.net

Запропоновано підхід до визначення ефективних пружних характеристик волокнистого композита, армованого періодичною системою двох волокон. У матеріалі виокремлюються області гексагональної форми, що містять матеріал одного з сортів волокон та оточуючу його матрицю, так щоб ці області покривали увесь композит. Отримуємо два типи областей, що містять відповідно перший сорт волокна і другий сорт волокна. Для кожної з цих областей проводимо процедуру гомогенізації волокнистого композиту. В результаті неоднорідний матеріал, що містить матрицю та волокно, представляємо однорідним трансверсально-ізотропним матеріалом, пружні властивості якого визначаються п'ятьма сталими. За такої гомогенізації матеріал представляється сукупністю двох типів областей з трансверсально-ізотропними властивостями. Для цього матеріалу також проводимо процедуру гомогенізації. У результаті отримуємо однорідний трансверсально-ізотропний матеріал, який описує механічну поведінку композита, армованого двома сортами односпрямованих волокон. Розроблений підхід застосовано до визначення ефективних пружних сталих волокнистого композита, армованого одним сортом волокна, але представленого як трикомпонентний – матриця та два сорти волокна. Порівняння з чисельними результатами, отриманими за співвідношеннями інших авторів, дають добру збіжність. Для повздовжніх характеристик цей збіг повний, а для поперечних – якісна картина однакова, а значення мають незначні відмінності.

Ключові слова: волокнистий композит, ефективні пружні сталі, матриця, трансверсально-ізотропний матеріал.

ЭФФЕКТИВНЫЕ УПРУГИЕ ПОСТОЯННЫЕ КОМПОЗИЦИОННОГО МАТЕРИАЛА С АРМИРОВАНИЕМ ДВУМЯ СОРТАМИ ОДНОНАПРАВЛЕННЫХ ВОЛОКОН

Гребенюк С. Н., к. т. н., доцент

Запорожский национальный университет,
ул. Жуковского, 66, г. Запорожье, 69600, Украина

gsm1212@ukr.net

Предложен подход к определению эффективных упругих характеристик волокнистого композита, армированного периодической системой двоих волокон. В материале выделяются области гексагональной формы, которые содержат материал одного из сортов волокон и окружающую его матрицу так, чтобы эти области покрывали весь композит. Получаем два типа областей, содержащих первый сорт волокна и второй сорт волокна. Для каждой из этих областей проводим процедуру гомогенизации волокнистого композита. В результате неоднородный материал, содержащий матрицу и волокно, представляем однородным трансверсально-изотропным материалом, упругие свойства которого определяются пятью постоянными. При такой гомогенизации материал представляется совокупностью двоих типов областей с трансверсально-изотропными свойствами. Для этого материала также проводим процедуру гомогенизации. В результате получаем однородный трансверсально-изотропный материал, который описывает механическое поведение композита, армированного двумя сортами однонаправленных волокон. Разработанный подход применен к определению эффективных упругих постоянных волокнистого композита, армированного одним сортом волокна, но представленного как трехкомпонентный – матрица и два сорта волокна. Сравнение с численными результатами, полученными по соотношениям других авторов, дают хорошую сходимость. Для продольных характеристик это совпадение полное, а для поперечных – качественная картина одинаковая, а значения имеют незначительные отличия.

Ключевые слова: волокнистый композит, эффективные упругие постоянные, матрица, трансверсально-изотропный материал.

EFFECTIVE ELASTIC CONSTANTS OF THE COMPOSITE MATERIAL REINFORCED BY THE UNIDIRECTIONAL FIBERS OF THE TWO TYPES

Grebeniuk Sergii, candidate of technical sciences, associated professor

Zaporizhzhya National University,
Zhukovsky str., 66, Zaporizhzhya, 69600, Ukraine

gsm1212@ukr.net

In the article it is proposed an approach to the determination of the effective elastic characteristics of the fibrous composite reinforced by the two-fiber periodical system. In the material the hexagonal form areas are singled out. These areas contain the material of the one type fiber and the surrounding matrix, so that these areas cover the entire composite. We obtain areas of two kinds containing the first and second types of fiber. Then for each of these areas we homogenize the fiber composite. Consequently, we represent inhomogeneous material containing the matrix and fiber through the transversally-isotropic in the issue material. Elastic properties of this material can be calculated by use of five constants: longitudinal modulus E_1, transversal modulus E_2, shear modulus G_{12}, Poisson ratios ν_{12} and ν_{23}. Under condition of such homogenization the material is represented by the aggregate of the two kind areas with transversally-isotropic properties. For this material we also carry out homogenization procedure with the help of analogous correlation. In the issue we have in the issue transversally-isotropic material modelling the composite's mechanical behavior reinforced by two types of the unidirectional fibers. Mechanical characteristics of such material depend on elastic properties of the each of the fiber types and on the volume fraction of each of them in the composite. The elaborated approach is applied to determination of the effective elastic constants of the fibrous composite reinforced by one type of the fiber but represented as the ternary – matrix and the fiber of the two types. Comparison with the numerical results obtained according to the other author's correlations gives the good convergence. This gives entire coincidence for longitudinal characteristics. In case of transversal characteristics we have the same qualitative picture with insignificant discrepancies in values.

Key words: fibrous composite, effective elastic constants, matrix, transversally-isotropic material.

При визначенні напружено-деформованого стану конструкцій із волокнистих композитів виникає необхідність урахування неоднорідної структури композита. При високій частоті армування врахувати механічні відмінності кожного волокна досить складно з математичної точки зору. Як правило, при розв'язанні таких задач неоднорідний матеріал представляється однорідним з трансверсально-ізотропними властивостями, що залежать від механічних властивостей матриці та волокна та об'ємної долі кожної з них у композиті. Після чого задача зводиться до задачі механіки анізотропного середовища.

Задача визначення ефективних пружних сталих при армуванні одним сортом волокон розв'язується при різних вихідних умовах різними методами (аналітичними, асимптотичними, чисельними), що видно в роботах [1-9]. Якщо армування проводиться декількома сортами волокон, задача ускладнюється, і визначення ефективних механічних характеристик має певні труднощі математичного характеру.

Так, у монографії Kwon Y.W., Allen D.H., Talreja R. [10] представлено широкий спектр методів із застосуванням ймовірнісних та статистичних підходів, які дозволяють описувати механічну поведінку композитів, у тому числі, наведені термопружні сталі для волокнистого композита, армованого системою n волокон. Співвідношення для визначення пружних сталих волокнистого композита, армованого системою n односпрямованих волокон наведено у роботі волокон [11]:

$$E_1 = \sum_{i=1}^{n} E_{ci} f_i + E_m f_m , \tag{1}$$

$$\nu_{12} = \nu_m - \frac{\displaystyle\sum_{i=1}^{n} \frac{f_i(\chi_m + 1)(\nu_m - \nu_{ci})}{\left(2 + (\chi_i - 1) G_m / G_{ci}\right)}}{\displaystyle f_m + \sum_{i=1}^{n} \frac{f_i(\chi_m + 1)}{\left(2 + (\chi_i - 1) G_m / G_{ci}\right)}} , \tag{2}$$

$$E_2 = \left[\frac{\nu_{12}^2}{E_1} + \frac{\chi_m + 1}{8 G_m} \left(\frac{1}{R} - \frac{2P}{1+P} \right) \right]^{-1} , \tag{3}$$

$$G_{12} = G_m \frac{\displaystyle f_m + 2\sum_{i=1}^{n} \frac{f_i}{\left(1 + G_m / G_{ci}\right)}}{\displaystyle 1 - \sum_{i=1}^{n} f_i \frac{\left(1 - G_m / G_{ci}\right)}{\left(1 + G_m / G_{ci}\right)}} , \tag{4}$$

$$G_{23} = G_m \frac{\displaystyle 1 + \sum_{i=1}^{n} \frac{f_i\left(1 - G_m / G_{ci}\right)}{\left(\chi_m + G_m / G_{ci}\right)}}{\displaystyle 1 - \chi_m \sum_{i=1}^{n} \frac{f_i\left(1 - G_m / G_{ci}\right)}{\left(\chi_m + G_m / G_{ci}\right)}} , \tag{5}$$

де f_i – об'ємна доля i-го сорту волокна в композиті, f_m – об'ємна доля матеріалу матриці в композиті, E_{ci} – модуль пружності матеріалу i-го сорту волокна, G_{ci} – модуль зсуву матеріалу i-го сорту волокна, ν_{ci} – коефіцієнт Пуассона матеріалу i-го сорту волокна, $\chi_m = 3 - 4\nu_m$, $\chi_i = 3 - 4\nu_{ci}$, $P = \sum_{i=1}^{n} \frac{f_i\left(1 - G_m / G_{ci}\right)}{\left(\chi_m + G_m / G_{ci}\right)}$, $R = f_m + \sum_{i=1}^{n} \frac{f_i(\chi_m + 1)}{\left(2 + (\chi_i - 1) G_m / G_{ci}\right)}$.

Розглянемо підхід до визначення ефективних механічних характеристик волокнистого композита, періодично армованого системою двох сортів волокон, на основі гомогенізації композита з трансверсально-ізотропними матрицею та волокном [12-16]. Для визначення пружних характеристик композита з трансверсально-ізотропною матрицею та трансверсально-ізотропним волокном запропоновані такі формули (тут символом * – позначені величини, що відносяться до матеріалу матриці, а символом ∘ – позначені величини, що відносяться до матеріалу волокна):

$$E_1 = \frac{\left(\alpha - 2\nu_{12}^{\circ}\beta\right) E_1^{*} (1 - f) + \left(\alpha - 2\nu_{12}^{*}\beta\right) E_1^{\circ} f}{\alpha - 2\beta\nu_{12}^{\circ} + 2 f \nu_{21}^{*} E_2^{\circ} \left(\nu_{12}^{\circ} - \nu_{12}^{*}\right)} , \tag{6}$$

$$\nu_{12}=\frac{\left(\alpha-2\beta\nu_{12}^{\circ}\right)\nu_{12}^{*}+2E_2^{\circ}f\left(\nu_{12}^{\circ}-\nu_{12}^{*}\right)}{\alpha-2\beta\nu_{12}^{\circ}+2f\nu_{21}^{*}E_2^{\circ}\left(\nu_{12}^{\circ}-\nu_{12}^{*}\right)},\tag{7}$$

де $\alpha=E_2^{*}(1-f)\left(1-\nu_{23}^{\circ}\right)+E_2^{\circ}\left(f\left(1-\nu_{23}^{*}\right)+\left(1+\nu_{23}^{*}\right)\right)$, $\beta=\nu_{21}^{\circ}E_2^{*}(1-f)+\nu_{21}^{*}fE_2^{\circ}$, f – об'ємний вміст волокна у композиті, та

$$E_2=\frac{2\alpha E_2^{*}E_2^{\circ}}{\left(E_2^{\circ}\left(\delta_1+\eta_1\eta_2\right)+\alpha\delta_2\right)},\tag{8}$$

$$\nu_{23}=\frac{\left(\alpha\delta_2-E_2^{\circ}\left(\delta_1+\eta_1\eta_2\right)\right)}{\left(\alpha\delta_2+E_2^{\circ}\left(\delta_1+\eta_1\eta_2\right)\right)},\tag{9}$$

$$G_{12}=\frac{G_{12}^{*}\left(G_{12}^{*}(1-f)+G_{12}^{\circ}(f+1)\right)}{G_{12}^{\circ}(1-f)+G_{12}^{*}(f+1)},\tag{10}$$

де

$$\alpha_1=\left(\left(f^2+\frac{3}{f}-3+3f\right)\zeta_1^2+3\zeta_2^2\left(\frac{1}{f^3}+\frac{1}{f^2}+\frac{1}{f}+3+6f^2\right)-\right.$$
$$\left.-6\left(f^2+\frac{1}{f^2}+2f\right)\zeta_1\zeta_2+1-6f\zeta_2+2f\zeta_1\right)(1-f),$$

$$\alpha_2=9\zeta_2^2\left(2f^3-2f^2+f-2+\frac{1}{f^3}\right)-6\zeta_1\zeta_2\left(f^3+f^2-2f-\frac{3}{f}+\frac{3}{f^2}\right)+$$
$$+\zeta_1^2\left(f^3-2f^2+10f-18+\frac{9}{f}\right)+\left(2\left(3\zeta_2-\zeta_1\right)(1-f)+1\right)f,$$

$$\beta_1=(1-f)\left(24f\zeta_1\zeta_2-12\zeta_2^2\left(1+f+f^2\right)-4f\zeta_1^2\right),\quad \beta_2=-\frac{12}{f}\left((1-f)\left(\zeta_2\left(\frac{1+f+f^2}{f}\right)-\zeta_1\right)\right)^2,$$

$$\chi_1=\frac{\left(d_{11}-d_{21}\right)}{d_{11}d_{22}-d_{21}d_{12}},\quad \chi_2=\frac{\left(d_{22}-d_{12}\right)}{d_{11}d_{22}-d_{21}d_{12}},\quad \eta_1=2E_1^{\circ}E_1^{*}f(f-1)\left(\nu_{21}^{*}\gamma-2\nu_{21}^{\circ}E_2^{*}\right)^2,$$

$$\eta_2=1\Big/\left(E_2^{*}\left(\alpha\left(E_1^{\circ}f+E_1^{*}(1-f)\right)-2\beta\left(\nu_{12}^{*}E_1^{\circ}f+\nu_{12}^{\circ}E_1^{*}(1-f)\right)\right)\right),\ \gamma=E_2^{*}\left(1-\nu_{23}^{\circ}\right)+E_2^{\circ}\left(1+\nu_{23}^{*}\right),$$

$$\delta_1=E_2^{*}\left(1-\nu_{23}^{\circ}\right)\left(f\left(1+\nu_{23}^{*}\right)+\left(1-\nu_{23}^{*}\right)\right)+E_2^{\circ}\left(1-\left(\nu_{23}^{*}\right)^2\right)(1-f),\quad \zeta_1=b_1\chi_1,\quad \zeta_2=b_1\chi_2,$$

$$\delta_2=E_2^{\circ}\left(\alpha_1\left(1+\nu_{23}^{*}\right)+\beta_1\left(\nu_{23}^{*}+\nu_{21}^{*}\nu_{12}^{*}\right)\right)+E_2^{*}\left(\alpha_2\left(1+\nu_{23}^{\circ}\right)+\beta_2\left(\nu_{23}^{\circ}+\nu_{21}^{\circ}\nu_{12}^{\circ}\right)\right),$$

$$d_{11}=E_2^{\circ}\left(\left(4f-3-\frac{1}{f^2}\right)\left(1+\nu_{23}^{*}\right)-4f\left(1-\nu_{21}^{*}\nu_{12}^{*}\right)\right)-E_2^{*}\left(\left(4f-\frac{1}{f^2}-3\right)\left(1+\nu_{23}^{\circ}\right)+4\left(\frac{1}{f^2}-f\right)\left(1-\nu_{21}^{\circ}\nu_{12}^{\circ}\right)\right),$$

$$d_{21}=E_2^{\circ}\left(4f\left(1-\nu_{21}^{*}\nu_{12}^{*}\right)+\left(2f+\frac{1}{f^2}-3\right)\left(1+\nu_{23}^{*}\right)\right)-E_2^{*}\left(\left(2f+\frac{1}{f^2}-3\right)\left(1+\nu_{23}^{\circ}\right)+4\left(f-\frac{1}{f^2}\right)\left(1-\nu_{21}^{\circ}\nu_{12}^{\circ}\right)\right),$$

$$d_{22}=E_2^{\circ}\left(\left(2-f-\frac{1}{f}\right)\left(1+\nu_{23}^{*}\right)-4\left(1-\nu_{21}^{*}\nu_{12}^{*}\right)\right)-E_2^{*}\left(\left(2-f-\frac{1}{f}\right)\left(1+\nu_{23}^{\circ}\right)+4\left(\frac{1}{f}-1\right)\left(1-\nu_{21}^{\circ}\nu_{12}^{\circ}\right)\right),$$

$$d_{12} = \ = E_2^{\circ}\left(\left(\frac{1}{f} - f\right)\left(1+\nu_{23}^{*}\right) - 4\left(1-\nu_{21}^{*}\nu_{12}^{*}\right)\right) - E_2^{*}\left(\left(\frac{1}{f} - f\right)\left(1+\nu_{23}^{\circ}\right) + 4\left(1-\frac{1}{f}\right)\left(1-\nu_{21}^{\circ}\nu_{12}^{\circ}\right)\right),$$

$$b_1 = E_2^{\circ}\left(1+\nu_{23}^{*}\right) - E_2^{*}\left(1+\nu_{23}^{\circ}\right).$$

Однією із найбільш розповсюджених схем розташування волокон в односпрямованих композиційних матеріалах є гексагональна укладка волокон (рис. 1).

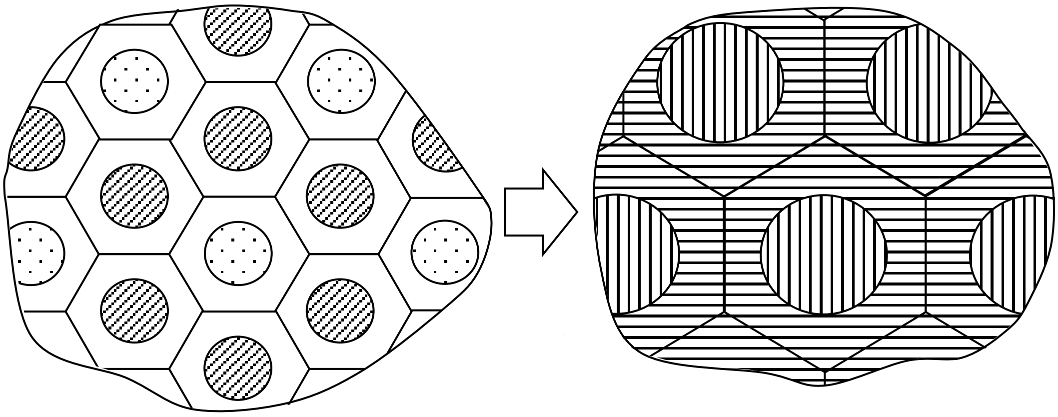

Рис. 1. Представлення трикомпонентного композиційного матеріалу

Розглянемо приклад такої схеми армування трикомпонентного композиційного матеріалу двома сортами односпрямованих волокон періодичної структури. Знайдемо пружні сталі такого композиційного матеріалу, використовуючи формули (6-10), отримані для двохкомпонентного волокнистого композиційного матеріалу з трансверсально-ізотропними матрицею і волокном.

Розіб’ємо поперечний перетин композиційного матеріалу на гексагональні комірки, так, щоб центр перетину діагоналей шестикутника збігався з центром волокна, як показано на рисунку 1. При такому розбитті матеріал матриці в будь-якій гексагональній комірці буде займати однаковий об’єм, якщо діаметр обох сортів волокон однаковий, і об’єм, що займає матеріал матриці, буде різним, якщо діаметр волокна у кожного сорту свій. Отже, отримуємо два типи гексагональних комірок – для волокна I сорту (позначено похилою штриховкою), і для волокна II сорту (позначено точками). Далі згідно з процедурою, викладеною в розділі 2, апроксимуємо гексагональну комірку кругом, рівним площі цієї комірки. І після цього визначаємо за формулами, отриманими в розділі 2 і в попередніх підрозділах розділу 3, пружні сталі для двох областей композита, що містять волокна I та II сорту. Зважаючи на те, що обидви сорта волокна однаково направлені, ці області будуть мати трансверсально-ізотропні властивості з однаковими площинами ізотропії навіть, якщо обидва сорти волокна та матриця матимуть ізотропні властивості. Далі, апроксимуємо кожну гексагональну область, яка містить матеріал волокна та матеріал матриці і відповідає одному із сортів волокна, наприклад, для волокна I сорту, кругом, рівним площі гексагональної комірки (рис. 1). У результаті отримаємо «умовний» уже двохкомпонентний волокнистий матеріал з розрахованими пружними сталими трансверсально-ізотропних «умовної» матриці та «умовного» волокна.

До моделі «умовного» композиційного матеріалу повторно застосуємо процедуру визначення пружних сталих. Тоді перетин цього «умовного» матеріалу розіб’ємо гексагональними комірками і застосуємо до елементарної гексагональної комірки процедуру визначення пружних сталих за формулами, отриманими в розділі 2 та початкових підрозділах розділу 3, за визначеними раніше пружними сталими «умовної» матриці та «умовного» волокна. Об'ємна доля «умовного» волокна визначається як відношення площі круга, що займає «умовне» волокно, до площі гексагональної комірки. Отримані пружні сталі «умовного» композиційного матеріалу й будуть визначати пружні сталі трикомпонентного композиційного матеріалу з двома сортами волокон.

Якщо у вихідному трикомпонентному композиційному матеріалі об'ємна доля волокна I сорту дорівнює f_1, а волокна II сорту – f_2, то об'ємна доля матеріалу матриці буде складати $1-f_1-f_2$. Тоді, згідно з вищевикладеним підходом представлення «умовної» матриці і «умовного» волокна, об'ємна доля «умовної» матриці буде складати величину $\left(1-f_1-f_2\right)\dfrac{f_1}{f_1+f_2}+f_1$, де перший доданок представляє долю вихідної матриці в представленні «умовної» матриці, а другий доданок – об'ємну долю волокна I сорту в представленні «умовної» матриці. Отже, об'ємна доля «умовної» матриці в «умовному» композиційному матеріалі буде складати величину, що дорівнює $\dfrac{f_1}{f_1+f_2}$. Аналогічно, визначимо об'ємну долю «умовного» волокна в «умовному» композиційному матеріалі. Об'ємна доля «умовного» волокна буде складати величину, що дорівнює $\left(1-f_1-f_2\right)\dfrac{f_2}{f_1+f_2}+f_2$, де перший доданок представляє долю вихідної матриці в представленні «умовного» волокна, а другий доданок – об'ємну долю волокна II сорту в представленні «умовного» волокна. Отже, об'ємна доля «умовного» волокна в «умовному» композиційному матеріалі буде складати величину $\dfrac{f_2}{f_1+f_2}$.

Однак, слід ураховувати, що отримані співвідношення для розрахунку пружних властивостей композиційного матеріалу оперують лише з об'ємною долею волокон і не враховують діаметр волокна і структуру укладки. Тому вищевикладену методику можна застосовувати і для інших схем армування, слід лише враховувати, що чим точніше апроксимується колом межа матеріалу матриці в моделі, тим точніше отримані результати.

Для перевірки правильності міркувань обчислимо пружні сталі двокомпонентного композиційного матеріалу як трикомпонентного за вищевикладеною методикою, розділивши об'ємну долю волокна на дві частини – волокно I сорту і волокно II сорту.

Розглянемо гумовокордний матеріал з такими компонентами: гума марки 2959 з коефіцієнтом Пуассона $\nu=0,49$ та модулем пружності $E=5,28$ МПа, корд з коефіцієнтом Пуассона $\nu=0,3$ та модулем пружності $E=1277,5$ МПа.

Представимо цей двокомпонентний композиційний матеріал як трикомпонентний згідно зі схемою, показаною на рис. 1. При цьому діаметр волокон та пружні властивості волокна I сорту і пружні властивості волокна II сорту будуть однакові. Така схема розташування волокон та висока частота армування дають змогу визначити, що в нашому трикомпонентному матеріалі відношення об'ємних доль волокон I сорту та II сорту – f_1/f_2 – прагне до 3. Об'ємний вміст корда $f=f_1+f_2$. Побудуємо залежності для пружних властивостей композиційного матеріалу від коефіцієнта $f=0,4..0,96$, який показує, яка загальна доля волокна в композиті (рис. 2-6).

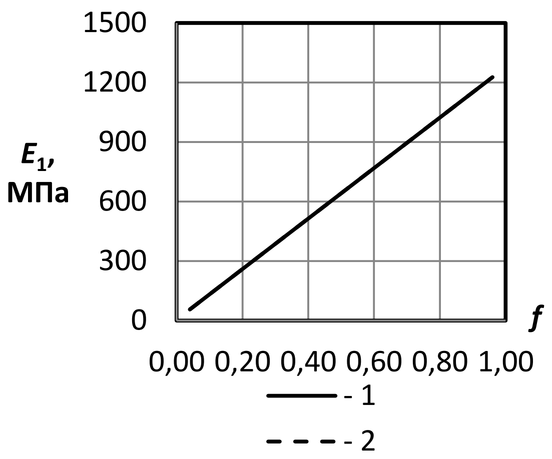

Рис. 2. Повздовжній модуль пружності: 1 – формула (1), 2 – трикомпонентна модель матеріалу (співпадає з 1)

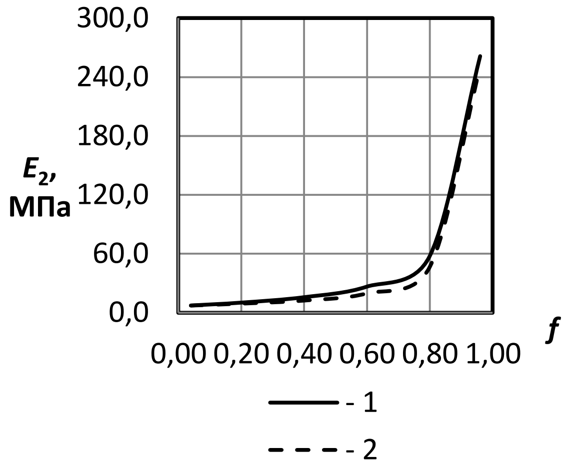

Рис. 3. Поперечний модуль пружності: 1 – формула (3), 2 – трикомпонентна модель матеріалу

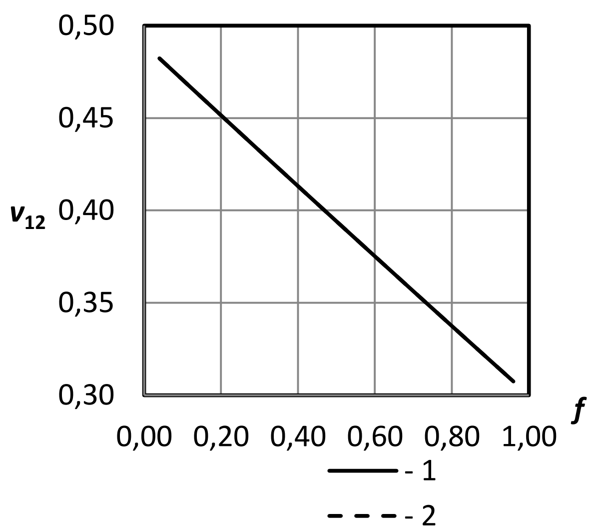

Рис. 4. Коефіцієнт Пуассона ν_{12} : 1 – формула (2), 2 – трикомпонентна модель матеріалу (співпадає з 1)

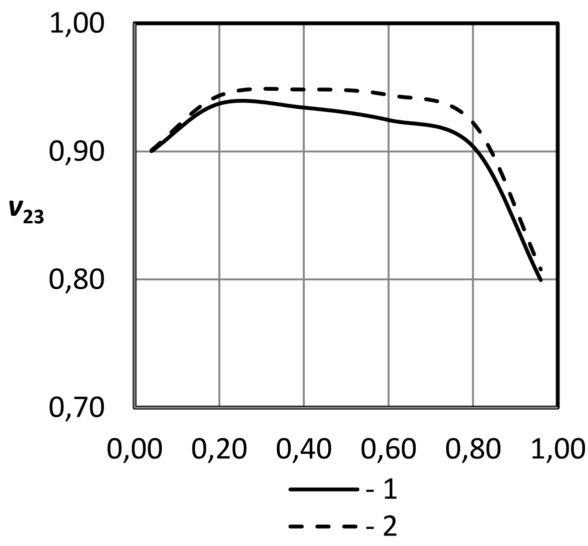

Рис. 5. Коефіцієнт Пуассона ν_{23} : 1 – формула (3), (5), 2 – трикомпонентна модель матеріалу

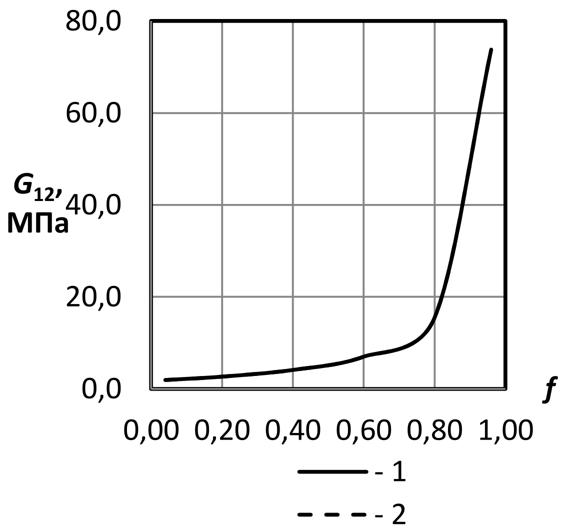

Рис. 6. Модуль зсуву G_{12} : 1 – формула (4), 2 – трикомпонентна модель матеріалу (співпадає з 1)

Отже, згідно з запропонованим підходом однорідний трансверсально-ізотропний матеріал, який описує механічну поведінку композита, армованого двома сортами односпрямованих волокон представляється трансверсально-ізотропним однорідним матеріалом. Такий підхід застосовано до визначення ефективних пружних сталих волокнистого композита, армованого одним сортом волокна, але представленого як трикомпонентний – матриця та два сорти волокна. Порівняння з чисельними результатами, отриманими за співвідношеннями інших авторів, дають добру збіжність. Для повздовжніх характеристик цей збіг повний, а для поперечних – якісна картина однакова, а значення мають незначні відмінності (не більше 3%).

ЛІТЕРАТУРА

1. Аболиньш Д. С. Тензор податливости однонаправлено армированного упругого материала / Д. С. Аболиньш // Механика полимеров. – 1965. – № 4. – С. 52-59.

2. Ван Фо Фы Г. А. Упругие постоянные и напряженное состояние стеклоленты / Г. А. Ван Фо Фы // Механика полимеров. – 1966. – № 4. – С. 593-602.

3. Tang T. Variational Asymptotic Micromechanics Modeling of Composite Materials / T. Tang. – Logan : Utah State University, 2008. – 280 p.

4. Guinovart-Díaz R. Closed-form expressions for the effective coefficients of fibre-reinforced composite with transversely isotropic constituents. I: Elastic and hexagonal symmetry / R. Guinovart-Díaz, J. Bravo-Castillero, R. Rodríguez-Ramos, F. J. Sabina // Journal of the Mechanics and Physics of Solids. – 2001. – Vol. 49. – P. 1445-1462.

5. Каспаров А. А. Упругие характеристики и механика деформирования текстильных кордов / А. А. Каспаров // Геотехническая механика. – 1999. – № 11. – С. 69-83.

6. Сендецки Дж. Упругие свойства композитов / Дж. Сендецки // Механика композиционных материалов / ред. Дж. Сендецки. – М. : Мир, 1978. – Том 2. – С. 61-101.

7. Жук Я. А. К вопросу об определении макрохарактеристик однонаправленного волокнистого композита из физически нелинейного материала при гармоническом нагружении / Я. А. Жук, И. К. Сенченков // Системні технології. – 2003. – № 4(27). – С. 62-67.

8. Большаков В. И. Асимптотические методы расчета композитных материалов с учетом внутренней структуры / В. И. Большаков, И. В. Андрианов, В. В. Данишевский. – Днепропетровск : «Пороги», 2008. – 196 с.

9. Хорошун Л. П. Статистическая механика и эффективные свойства материалов / Л. П. Хорошун, Б. П. Маслов, Е. Н. Шикула, Л. В. Назаренко // Механика композитов. Том 3 / [Под общей редакцией А.Н. Гузя] – К. : Наукова думка, 1993. – 388 с.

10. Kwon Y. W. Multiscale Modeling and Simulation of Composite Materials and Structures / Y. W. Kwon, D. H. Allen, R. Talreja. – New York : Springer, 2007. – 630 p.

11. Композиционные материалы : Справочник / Под ред. Д.М. Карпиноса. – К. : Наук. думка, 1985. – 592 с.

12. Гребенюк С. Н. Определение упругих постоянных резинокордного материала при помощи энергетического критерия согласования / С. Н. Гребенюк // Методи розв'язування прикладних задач механіки деформівного твердого тіла : збірник наукових праць. – Дніпропетровськ : Наука і освіта, 2010. – Вип. 11. – С. 79-86.

13. Гребенюк С. Н. Упругие характеристики композиционного материала с транстропной матрицей и волокном / С. Н. Гребенюк // Методи розв'язування прикладних задач механіки деформівного твердого тіла : збірник наукових праць. – Дніпропетровськ : Ліра, 2011. – Вип. 12. – С. 62-68.

14. Гребенюк С. Н. Определение модуля сдвига композиционного материала с транстропными матрицей и волокном / С. Н. Гребенюк // Методи розв'язування прикладних задач механіки деформівного твердого тіла : збірник наукових праць. – Дніпропетровськ : Ліра, 2012. – Вип. 13. – С. 92-98.

15. Гребенюк С. Н. Определение продольного модуля упругости композита на основе энергетического условия согласования / С. Н. Гребенюк // Вестник Херсонского национального технического университета. – Херсон : ХНТУ, 2012. – Вип. 2(45). – С. 106-110.

16. Grebenyuk S. N. The shear modulus of a composite material with a transversely isotropic matrix and a fibre / S. N. Grebenyuk // Journal of Applied Mathematics and Mechanics. – 2014. – Vol. 78, N 2. – P. 270-276.

REFERENCES

1. Abolinsh, D.S. (1965), “Tensor of the compliance of the unidirectionally reinforced elastic material”, *Mehanika polimerov*, no. 4, pp. 52-59.

2. Van Fo Fy, G.A. (1966), “The elastic constants and stress state of the glass tape”, *Mehanika polimerov*, no. 4, pp. 593-602.

3. Tang, T. (208), *Variational Asymptotic Micromechanics Modeling of Composite Materials*, Utah State University, Logan, USA.

4. Guinovart-Díaz, R., Bravo-Castillero, J., Rodríguez-Ramos, R. and Sabina, F.J. (2001), “Closed-form expressions for the effective coefficients of fibre-reinforced composite with transversely isotropic constituents. I: Elastic and hexagonal symmetry”, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, vol. 49, pp. 1445-1462.

5. Kasparov, A.A. (1999), “The elastic characteristics and mechanical deformation of the textile cords”, *Heotehnicheskaia mehanika*, no. 11, pp. 69-83.

6. Sendetski, Dzh. (1978), *The elastic properties of composites*, Mir, Moskow, Russia.

7. Zhuk, Ya.A. and Senchenkov, I.K. (2003), “On the definition of macro characteristics of unidirectional fiber composite of physically nonlinear material under harmonic loading”, *Systemni tehnolohii*, no. 4(27), pp. 62-67.

8. Bolshakov, V.I., Andrianov, I.V. and Danishevskii, V.V. (2008), *Asymptotic methods of the calculation of the composite materials based on the internal structure*, Porogi, Dnepropetrovsk, Ukraine.

9. Horoshun, L.P., Maslov, B.P., Shykula, E.N. and Nazarenko, L.V. (1993), *Statistical mechanics and the effective properties of materials*, Naukova dumka, Kiev, Ukraine.

10. Kwon, Y.W., Allen, D.H. and Talreja, R. (2007), *Multiscale Modeling and Simulation of Composite Materials and Structures*, Springer, New York, USA.

11. Karpinos, D.M. (1985), *Composite materials: A handbook*, Naukova dumka, Kiev, Ukraine.

12. Grebeniuk, S.N. (2010), “Determination of the elastic constants of the rubber-cord material by energy matching criterion”, *Metodu rozviazuvannia prykladnyh zadach mehaniky deformivnoho tverdoho tila: zbirnyk naukovyh prats*, issue 11, pp. 79-86.

13. Grebeniuk, S.N. (2011), “Elastic characteristics of the composite material with the transtropic matrix and fiber”, *Metodu rozviazuvannia prykladnyh zadach mehaniky deformivnoho tverdoho tila: zbirnyk naukovyh prats*, issue 12, pp. 62-68.

14. Grebeniuk, S.N. (2012), “Definition of the shear modulus of the composite material with the matrix and fiber transtropic”, *Metodu rozviazuvannia prykladnyh zadach mehaniky deformivnoho tverdoho tila: zbirnyk naukovyh prats*, issue 13, pp. 92-98.

15. Grebeniuk, S.N. (2012), “Determination of the longitudinal modulus of elasticity of the composite on the basis of the energy terms of coordination”, *Vestnik Hersonskoho natsionalnoho tehnicheskoho unisersiteta*, issue 2(45), pp. 106-110.

16. Grebeniuk, S.N. (2014) “The shear modulus of a composite material with a transversely isotropic matrix and a fibre”, *Journal of Applied Mathematics and Mechanics*, vol. 78, no. 2, pp. 270-276.