

16. Hulianytskyi, L. F. (2005). Development of models and approximate combinatorial optimization methods and their application in information technologies. (Extended abstract of Doctor thesis). V.M. Glushkov Inst. of Cybernetis, NAS of Ukraine, Kyiv, Ukraine (in Ukrainian).
17. Grebennik, I. V. (2006). Mathematical models of combinatorial optimization in geometrical design. (Extended abstract of Doctor thesis). A.M. Podgorny Institute for Problems of Mechanical Engineering, Kharkiv, Ukraine (in Ukrainian).
18. Iemets, O. O., Yemets, Ye. M. & Olhovskiy, D. M. (2010). The optimization of linear function on permutations: transformation of permutable polyhedron to kind, necessary for the use in Karmarkar's algorithm. *Nauk. Visti NTUU KPI*, No. 2, pp. 43-49.
19. Iemets, O. A. & Leonova, M. V. (2014). Simplex shape of the general permutable polyhedron specified by irreducible system. *J. Autom. Inform. Sci.*, No. 1, pp. 68-79.
20. Zaichenko, Yu. P. (2003). *Operations Research*. Kyiv: Slovo.
21. Taha, X. A. (2007). *Operations Research: An Introduction*. Moscow: Pearson Prentice Hall.
22. Ermoliev, Yu. M., Lyashko, I. I., Mikhalevich, V. S. & Tyuptya, V. I. (1979). *Mathematical Methods of Operations Research*. Kyiv: Vyshcha Sckola.

УДК 539.3

## АНАЛИТИЧЕСКОЕ РЕШЕНИЕ ПЛОСКИХ ЗАДАЧ О ПЕРЕДАЧЕ НАГРУЗКИ

<sup>1</sup>Кагадий Т. С., д. ф.-м. н., профессор, <sup>2</sup>Белова О. В., к. ф.-м. н., доцент,  
<sup>2</sup>Щербина И. В., к. ф.-м. н., доцент

<sup>1</sup>*Национальный горный университет,  
просп. Дмитрия Яворницкого, 19, г. Днепр, 49000*

<sup>2</sup>*Национальная металлургическая академия Украины,  
просп. Гагарина, 4, г. Днепр, 49600*

okbelova@rambler.ru

Исследованы плоские задачи о передаче нагрузки упругим стрингером упругой анизотропной полуплоскости при различных видах нагружения (равномерное и неравномерное распределение нагрузки). Проведены различные асимптотические оценки при «малых» и «больших»  $x$ . Асимптотический метод Маневича-Павленко был обобщен на криволинейные координаты.

*Ключевые слова: асимптотический метод, анизотропный материал, криволинейная анизотропия.*

## АНАЛІТИЧНЕ РОЗВ'ЯЗАННЯ ПЛОСКИХ ЗАДАЧ ПРО ПЕРЕДАЧУ НАВАНТАЖЕННЯ

<sup>1</sup>Кагадій Т. С., д. ф.-м. н., професор, <sup>2</sup>Білова О. В., к. ф.-м. н., доцент,  
<sup>2</sup>Щербина І. В., к. ф.-м. н., доцент

<sup>1</sup>*Національний гірничий університет,  
просп. Дмитра Яворницького, 19, м. Дніпро, 49000*

<sup>2</sup>*Національна металургійна академія України,  
просп. Гагаріна, 4, м. Дніпро, 49600*

okbelova@rambler.ru

Досліджені плоскі задачі про передачу навантаження пружним стрингером пружній анізотропній на півплощині при різних видах навантаження (рівномірний та нерівномірний розподіл навантаження). Проведені різні асимптотичні оцінки при «малих» та «великих»  $x$ . Асимптотичний метод Маневича-Павленка був узагальнений на криволінійні координати.

*Ключові слова: асимптотичний метод, анізотропний матеріал, криволінійна анізотропія.*

## ANALYTICAL SOLUTION OF FLAT PROBLEMS ABOUT TRANSMISSION OF LOADING

<sup>1</sup>Kagadiy T. S., <sup>2</sup>Belova O. V., <sup>2</sup>Sherbina I. V.

<sup>1</sup>National mountain university

<sup>2</sup>National metallurgical academy of Ukraine

okbelova@rambler.ru

Planar problems about load transfer by one-dimensional elastic elements to two-dimensional complex bodies are of interest for analysis and calculation of mechanical tensions in a variety of airplane constructional elements, for example plates joined with stringers or overlays. Such types of problems have quite a long history and have been sufficiently researched for elastic isotropic as well as for anisotropic infinite or semi-infinite bodies. Similar problems in case of finite and especially multilayered bodies have been significantly less studied. This paper describes such complicated new cases of load transfer and demonstrates how to solve them using of an asymptotic method based on ideas of L.I. Manevich and Pavlenko A.V. The considered issue is a contact problem about a load transfer by an elastic sustaining element (stringer) to an elastic plate which consists of two joined orthotropic rectangles made of different materials and is fixed at two opposite edges. The stringer is placed in the middle between the other two (free) edges in such a way that the axis of the stringer is perpendicular to the plate's edge and continuously attached to it. The scheme of line contact is assumed to be used here. The paper presents investigation of flat problems considering a load transmission by an elastic rod to an elastic anisotropic half-space through application of various loading types (i.e. uniform and non-uniform distribution of a load). Various asymptotic estimations at "small" and "big" arguments have been done. The proposed method has been generalized taking into account also curvilinear coordinates. In particular, the problem about the elastic plate  $R_0 \leq r < \infty$ ,  $-\gamma \leq \theta \leq \gamma$  fixed at the edges  $\theta = \pm\gamma$  was considered. The boundary  $r = R_0$  remains free, the stresses and the deformations are absent at infinity. Along the medial radius ( $\theta = 0$ ) the plate is strengthened by a stringer which is loaded by longitudinal efforts  $P_0$ . The material of the plate is orthotropic; the main directions of anisotropy coincide with the polar coordinates  $r, \theta$ .

*Key words: asymptotic method, anisotropic material, curvilinear anisotropy.*

### ВВЕДЕНИЕ

В большинстве задач механики и других разделов физики крайне редко оказывается возможным получить точные решения. Причиной этого служат обычно различного рода нелинейности, неоднородности или сложные граничные условия. Поэтому, инженеры, физики и специалисты по прикладной математике вынуждены обращаться к приближенным решениям, которые могут строиться численными методами либо аналитическими, либо путем комбинации этих подходов [1, 2].

Ключом к решению той или иной задачи является, как известно, построение ее математической модели. В процессе создания такой модели стараются принять во внимание одни особенности задачи, полностью пренебрегая другими и лишь в определенной степени учитывая третьи. Наиболее полезные аппроксимации имеют место, когда один или несколько из параметров или переменных задачи малы (или велики). Если величиной возмущения является один из безразмерных физических или геометрических параметров, то говорят о возмущении параметров. Если величиной возмущения выступает одна из независимых переменных (в безразмерной форме), то говорят о возмущении координат.

Приближения такого типа становятся все более точными по мере стремления величины возмущения к нулю (или бесконечности), т.е. они являются асимптотическими решениями [3]. В принципе, можно улучшить результат, рассматривая его как первый шаг в схеме последовательных приближений. Получающиеся ряды, хотя и не обязательно сходящиеся, по построению представляют собой асимптотические разложения. Обычно вычисляется только первое приближение, иногда – второе. Основной смысл второго приближения состоит в том, что оно помогает понять первое. При наиболее благоприятных условиях решения, полученные методом возмущений, приводят к результатам, удовлетворительным в целом [4].

Часто ряды не могут предполагаться сходящимися, особенно при возмущении параметра. Тем не менее асимптотический характер этих рядов означает, что несколько членов разложения могут давать вполне достаточную точность во всей области при разумно малых  $\varepsilon$ . Одними из первых работ в механике деформируемого твердого тела, были работы А. Л. Гольденвейзера, который рассматривал системы дифференциальных уравнений с малым параметром при старшей производной. Строгое математическое обоснование полученных им результатов было дано в работах Вишека и Люстерника, которые рассматривали более общие случаи систем дифференциальных уравнений с малым параметром при старшей производной или быстро меняющимися коэффициентами. Также обоснование возникновения пограничных слоев и проникающих состояний рассматривается в работах [5, 7]. Оказалось, однако, что во многих задачах математической физики возникает соответствующая сингулярная асимптотика и в том случае, когда малый параметр в уравнениях стоит не обязательно при старшей производной.

Асимптотический метод, разработанный А. В. Павленко на основе идей Л. И. Маневича, также относится к методам возмущений. На основе этого подхода решены все задачи, обзор которых представлен в работах [1, 2, 4, 6].

### ОСНОВЫ МЕТОДА

Рассмотрим систему уравнений для двух переменных  $x$ ,  $y$  с двумя неизвестными функциями  $u$  и  $v$

$$\left. \begin{aligned} u_{xx} + \varepsilon u_{yy} + m\varepsilon v_{xy} + f &= 0 \\ \varepsilon v_{xx} + v_{yy} + m\varepsilon u_{xy} + \varphi &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

В общем случае это нелинейная система, где в функциях  $f$  и  $\varphi$  собраны нелинейные члены, когда они равны 0, то получаем линейную постановку.

К интегрированию такого рода систем приводятся плоские задачи теории упругости с учетом геометрической линейности материала, термоупругости, гидроаэродинамики, вязкоупругости и многие другие задачи математической физики.  $\varepsilon$  в этих уравнениях – малый параметр, который связан с характеристиками материала. Формальный переход к пределу при  $\varepsilon \rightarrow 0$  навязывает определенное поведение решений, а именно:  $u$  и  $v$  имеет один и тот же порядок по  $\varepsilon$ , а дифференцирование по координатам не приводят к изменениям порядка. Для линейной задачи приходим к расчетной схеме, соответствующей системе перекрестных стержней, работающих на растяжение-сжатие. В действительности же это не так.

Чтобы учесть возможные соотношения между  $u$  и  $v$  и скоростями их изменения по  $x$  и  $y$ , введем следующие аффинные преобразования координат и искомых функций, представляющие собой частный случай преобразований Лайтхилла (некоторому деформированию, заранее неизвестному, подвергаются не только искомые функции, но и координаты):

$$\xi_i = \kappa_i \varepsilon^{\alpha_i} x, \quad \eta = \omega_i \varepsilon^{\beta_i} y, \quad u^{(i)} = \varepsilon^{\gamma_i} U^{(i)}, \quad v^{(i)} = \varepsilon^{\delta_i} V^{(i)}, \quad i = 1, 2. \quad (2)$$

Пусть при этом показатели  $\alpha_i$ ,  $\beta_i$ ,  $\gamma_i$ ,  $\delta_i$  принимают значения:

$$\alpha_1 = 1, \quad \beta_1 = 1/2, \quad \gamma_1 = 1, \quad \delta_1 = 5/2; \quad (3)$$

$$\alpha_2 = 1/2, \quad \beta_2 = 1, \quad \gamma_2 = 5/2, \quad \delta_2 = 1. \quad (4)$$

Из вида преобразований (2) получаем, что при значениях коэффициентов (3) компонента функции  $u^{(1)}$  существенно превосходит  $v^{(1)}$ , а изменяемость функций вдоль координаты  $x$  меньше, чем вдоль координаты  $y$ . При значениях (4) функция  $v^{(2)}$  существенно превосходит

$u^{(2)}$ , а изменяемость вдоль координаты  $y$  меньше, чем вдоль координаты  $x$ . Таким образом, может быть выделено два вида решений, обладающие различными свойствами, которые проявляются в различии порядков компонент искомым функций и различной их изменяемости по координатам. После подстановки в уравнения (1) выражений (2) с учетом (3), (4), получим для каждого из вида решений:

$$\kappa_1^2 U_{\xi\xi}^{(1)} + \omega_1^2 U_{\eta\eta}^{(1)} = F^{(1)}(U^{(1)}, V^{(1)}, \xi_1, \eta_1), \quad \kappa_1 U_{\xi\eta}^{(1)} + \omega_1 V_{\eta\xi}^{(1)} = \Phi^{(1)}(U^{(1)}, V^{(1)}, \xi_1, \eta_1), \quad (5)$$

$$\kappa_2^2 V_{\xi\xi}^{(2)} + \omega_2^2 V_{\eta\eta}^{(2)} = F^{(2)}(U^{(2)}, V^{(2)}, \xi_2, \eta_2), \quad \kappa_2 U_{\xi\xi}^{(2)} + \omega_2 V_{\eta\xi}^{(2)} = \Phi^{(2)}(U^{(2)}, V^{(2)}, \xi_2, \eta_2). \quad (6)$$

Функции  $U^{(i)}$ ,  $V^{(i)}$  будем разыскивать в виде рядов по степеням параметра  $\varepsilon$

$$U^{(i)} = U^{i,0} + \varepsilon U^{i,1} + \varepsilon^2 U^{i,2} + \varepsilon^3 U^{i,3} + \dots \quad V^{(i)} = V^{i,0} + \varepsilon V^{i,1} + \varepsilon^2 V^{i,2} + \varepsilon^3 V^{i,3} + \dots \quad (7)$$

При этом, если положить  $\omega_1 = \kappa_2 = 1$ , а коэффициенты  $\kappa_1$  и  $\omega_2$  определять в виде рядов по степеням  $\varepsilon$

$$\kappa_1 = 1 + \kappa_{1,1}\varepsilon + \kappa_{1,2}\varepsilon^2 + \kappa_{1,3}\varepsilon^3 + \dots, \quad \omega_2 = 1 + \omega_{2,1}\varepsilon + \omega_{2,2}\varepsilon^2 + \omega_{2,3}\varepsilon^3 + \dots, \quad (8)$$

то получим (доказаны теоремы), что неизвестные коэффициенты в разложении удастся подобрать таким образом, что основные функции в каждом приближении находятся из уравнений Лапласа:

$$U_{\xi\xi}^{1,j} = 0, \quad V_{\xi\xi}^{2,j} + V_{\eta\eta}^{2,j} = 0 \quad (j = 0, 1, \dots). \quad (9)$$

Вспомогательные функции  $V^{1,j}$  и  $U^{2,j}$  определяются через основные простым интегрированием. Доказано, что граничные условия могут быть сформулированы для  $u$  или  $v$  независимо, а после нахождения одной из функций, формулируются граничные условия для другой. Таким образом, решение задачи на каждом этапе сводится к решению задач теории потенциала.

Далее представлены результаты решения ряда плоских задач о передаче нагрузки от подкрепляющих элементов к однослойным и многослойным телам.

### РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ В ДЕКАРТОВЫХ КООРДИНАТАХ

Пусть упругая пластина, состоящая из двух прямоугольников  $0 \leq x \leq h_1$ ,  $h_1 \leq x \leq h_2$ ,  $|y| \leq b$ , закреплена по граням  $y = \pm b$  и вдоль оси  $Ox$  усилена стрингером, который в граничной точке  $x = 0$  нагружен продольной силой  $P_0$ . Материалы прямоугольников ортотропны и различны, главные направления анизотропии совпадают с декартовыми осями координат  $x$ ,  $y$ . Требуется определить закон изменения усилия в стрингере, а также распределение контактных усилий взаимодействия между стрингером и пластиной. Задача сводится к интегрированию уравнений равновесия для каждого из прямоугольников

$$B_1 u_{xx} + G u_{yy} + (v^* B_1 + G) v_{xy} = 0, \quad (10)$$

$$B_2 v_{yy} + G v_{xx} + (v_* B_2 + G) u_{xy} = 0$$

при следующих граничных условиях:

$$\sigma_{11} = B_1 (u_x + v^* v_y) = 0, \quad \sigma_{12} = G (u_y + v_x) = 0 \quad (x = 0, \quad x = h_1 + h_2);$$

$$u = u_c, \quad v = 0 \quad (y = 0); \quad u = v = 0 \quad (y = \pm b)$$

при  $x = h_1$  перемещения прямоугольников равны, причем перемещения стрингера  $u_c$  удовлетворяют соотношениям

$$E_c F_c u_{c_{xx}} = 2q(x), \quad N = E_c F_c u_{c_x} = P_0 \quad (x=0); \quad N=0 \quad (x=h_1+h_2).$$

Здесь  $u$ ,  $v$  – компоненты вектора перемещений соответствующих полос,  $B_1$ ,  $B_2$  – жесткости полос на растяжение-сжатие вдоль главных направлений,  $G$  – жесткость на сдвиг,  $E_c F_c$  – жесткость на растяжение-сжатие стрингера,  $\sigma_{11}$ ,  $\sigma_{12}$  – нормальное и касательное усилия в пластине,  $\nu_*$ ,  $\nu^*$  – коэффициенты Пуассона материалов полос,  $q(x)$  – контактное усилие взаимодействия между стрингером и пластиной,  $N(x)$  – усилие в стрингере. Индексы  $x$ ,  $y$  обозначают дифференцирование по соответствующим координатам. Так как при  $y=0$ ,  $v=0$  ( $v_x=0$ ), то контактное усилие взаимодействия между стрингером и пластиной определяется по формуле

$$q(x) = -\sigma_{12} \Big|_{y=0} = -G u_y \Big|_{y=0}. \quad (11)$$

При определении усилия в стрингере и усилия контактного взаимодействия в соответствии с расщеплением напряженно-деформированного состояния пластины [1, 2] сформулированная выше краевая задача для каждого из прямоугольников в первом приближении сводится к следующей:

$$B_1^{(i)} u_{ixx} + G^{(i)} u_{iyy} = 0, \quad (12)$$

$$\begin{aligned} u_{ix} = 0 \quad (x=0, \quad x=h_1+h_2), \quad u_{ix} = f(y) \quad (x=h_1), \\ u_i = u_c \quad (y=0), \quad u_i = 0 \quad (y=\pm b), \end{aligned} \quad (13)$$

$$E_c F_c u_{c_{xx}} = -2G^{(i)} u_{iy} \quad (y=0), \quad (14)$$

$$\begin{aligned} u_{cx} = P_0/E_c F_c \quad (x=0), \quad u_{cx} = 0 \quad (x=h_1+h_2), \\ u_{cx} = f(0) \quad (x=h_1) \quad (i=1,2), \end{aligned} \quad (15)$$

где  $f(y)$  – неизвестная функция, подлежащая определению; индексы  $i=1,2$  относятся к соответствующим прямоугольникам. После применения к уравнениям (12), (14) косинус-преобразования Фурье с конечными пределами по координате  $x$  с учетом граничных условий (13), (15) получим

$$u_{iyy}^* - \omega_i^2 \alpha_i^2(n) u_i^*(n, y) = \delta_i \omega_i^2 (-1)^n f(y), \quad (16)$$

$$E_c F_c \alpha_i^2(n) u_i^*(n, 0) = \delta_i \left[ P_i - E_c F_c f(0) (-1)^n \right] + 2G^{(i)} u_{iy}^* \Big|_{y=0}, \quad (17)$$

$$\omega_i^2 = B_1^{(i)} / G^i, \quad \alpha_i(n) = n\pi/h_i, \quad \delta_1 = -1, \quad \delta_2 = (-1)^n, \quad P_1 = P_0, \quad P_2 = 0,$$

$$u_i^*(n, y) = \int_0^{h_i} u_i(x, y) \cos \alpha_i(n) x_i dx_i,$$

$$(0 \leq x_1 \leq h_1, \quad 0 \leq x_2 \leq h_2; \quad x_1 = x, \quad x_2 = x - h_1).$$

Решение уравнений (16) получено при помощи синус-преобразования Фурье с конечными пределами по координате  $y$  ( $0 \leq y \leq b$ ). Возвращение к оригиналу дает

$$u_i^*(n, y) = -\delta_i \frac{2b\omega_i^2}{\pi^2} (-1)^n \sum_{m=1}^{\infty} \frac{F(m) \sin(\beta(m)y)}{m^2 + \omega_i^{*2}(n)} + u_i^*(n, 0) \frac{sh[\omega_i \alpha_i(n)(b-y)]}{sh[\omega_i \alpha_i(n)b]}, \quad (18)$$

$$F(m) = \int_0^b f(y) \sin(\beta(m)y) dy, \quad \omega_i^*(n) = \omega_i \frac{nb}{h_i}, \quad \beta(m) = \frac{m\pi}{b}.$$

После определения  $u_{iy}^*|_{y=0}$  из (18) с учетом (17), получим

$$u_i^*(n, 0) = \delta_i \frac{h_i^2}{\pi^2} \left[ \frac{P_i}{E_c F_c} - \left( f(0) + \frac{\pi\omega_i}{h_i} g_i A_i(n) \right) (-1)^n \right] \times \frac{1}{n [n + g_i cth(\omega_i \alpha_i(n)b)]}, \quad (19)$$

$$g_i = 2G^{(i)} \omega_i h_i / (\pi E_c F_c).$$

Функции  $u_i^*(n, y)$  находятся из (18) с учетом (19), а перемещения  $u_i(x, y)$  выражаются при помощи ряда

$$u_i(x, 0) = \frac{2h_i}{\pi^2} \sum_{n=1}^{2h_i} \delta_i \left[ \frac{P_i}{E_c F_c} - (-1)^n f(0) \right] \frac{\cos \alpha_i(n)x_i}{n [n + g_i cth(\omega_i \alpha_i(n)b)]} \quad (i=1, 2). \quad (20)$$

Неизвестное значение  $f(0)$  находится из условия, что при  $x = h_1$ ,  $u_1 = u_2$ . Приравнявая перемещения (20) при  $x = h_1$ , получим

$$f(0) = \frac{P_0}{E_c F_c} \left( \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos \alpha_1(n)x_1}{n [n + g_1 cth(\omega_1 \alpha_1(n)b)]} \Big|_{x=h_1} \right) \times \left( \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \cos \alpha_1(n)x_1}{n [n + g_1 cth(\omega_1 \alpha_1(n)b)]} \Big|_{x=h_1} + \frac{h_2}{h_1} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos \alpha_2(n)x_2}{n [n + g_2 cth(\omega_2 \alpha_2(n)b)]} \Big|_{x_2=0} \right)^{-1}. \quad (21)$$

Усилия в стрингере  $N(x)$  и контактное усилие взаимодействия между стрингером и пластиной  $q(x)$  определяется по формулам

$$N(x) = E_c F_c u_x(x, 0), \quad q(x) = -Gu_y|_{y=0}, \quad (22)$$

где функции  $u_{ix}(x, 0)$ ,  $u_{iy}|_{y=0}$  выражаются соотношениями

$$u_{ix}(x, 0) = -\frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \delta_i \left[ \frac{P_i}{E_c F_c} - f(0)(-1)^n \right] \frac{\sin \alpha_i(n)x_i}{[n + g_i cth(\omega_i \alpha_i(n)b)]}, \quad (23)$$

$$u_{iy}|_{y=0} = -\frac{2\omega_i}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \delta_i \left[ \frac{P_i}{E_c F_c} - f(0)(-1)^n \right] \frac{cth(\omega_i \alpha_i(n)b) \cos \alpha_i(n)x_i}{[n + g_i cth(\omega_i \alpha_i(n)b)]}, \quad (i=1, 2). \quad (24)$$

Аналогічним образом исследованы плоские задачи о передаче нагрузки упругим стержнем-полосой упругому анизотропному полупространству при различных видах нагружения (равномерное и неравномерное распределение нагрузки) (рис. 1, 2), проведены различные асимптотические оценки при «малых» и «больших»  $x$ .

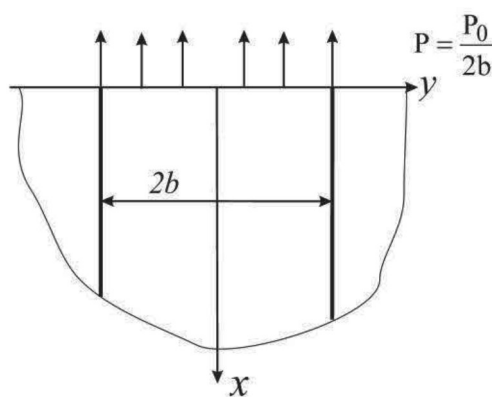


Рис. 1

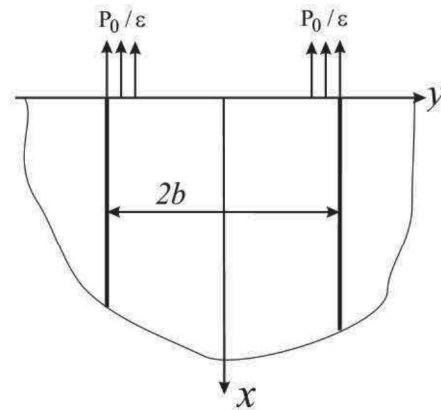


Рис. 2

Предложенный метод был обобщен и на криволинейные координаты. В частности, рассмотрена задача, когда упругая пластина  $R_0 \leq r < \infty$ ,  $-\gamma \leq \theta \leq \gamma$  закреплена по кромкам  $\theta = \pm\gamma$ . Граница  $r = R_0$  остается свободной, на бесконечности напряжения и перемещения отсутствуют. Вдоль срединного радиуса ( $\theta = 0$ ) пластина усилена стрингером, который в граничной точке  $r = R_0$  нагружен продольным усилием  $P_0$ . Материал пластины является ортотропным главные направления анизотропии совпадают с полярными координатами  $r, \theta$ .

Если вместо полярных координат  $r, \theta$  ввести безразмерные координаты  $\xi, \eta$  соотношениями  $\theta = \eta$ ,  $r = R_0 e^\xi$  то поставленная задача может быть сведена к интегрированию уравнений равновесия пластины, аналогичных (10) и решение проводится по изложенной методике.

Определены законы изменения усилия в стрингере, усилия взаимодействия между стрингером и пластиной, а также напряжений в пластине.

Решена также задача для случая, когда пластина представляет собой кольцевой сектор [6].

## ЛИТЕРАТУРА

1. Маневич Л. И., Павленко А. В., Коблик С. Г. Асимптотические методы в теории упругости ортотропного тела. Киев-Донецк: Вища шк., 1982. 153 с.
2. Маневич Л. И., Павленко А. В. Асимптотический метод в микромеханике композиционных материалов. Киев: Вища шк., 1991. 131 с.
3. Кагадий Т. С. Метод возмущений в механике упругих (вязкоупругих) анизотропных и композиционных материалов. Днепропетровск: РИК НГА України, 1998. 260 с.
4. Кагадий Т. С. Передача нагрузки двуслойным телам конечных размеров. *Вісник Дніпропетровського університету. Механіка*. 2000. Вип. 3, Т. 2. С. 38–46.
5. Сясев А. В. Определение оптимальной формы наращиваемой армированной колонны в условиях ползучести. *Вісник Дніпропетровського університету. Серія: Механіка*. 2003. № 11, Вип. 7. С. 153–160.
6. Кагадий Т. С., Белова О. В., Щербина И. В. Эффективность применения асимптотического метода при решении некоторых задач механики. *Вісник Запорізького національного університету. Серія: Фізико-математичні науки*. 2015. № 2. С. 35–40.
7. Сясев А. В., Косташук М. В. Моделирование процесса кристаллизации стержня с учетом взаимного влияния температурных и механических полей. *Вісник Дніпропетровського університету. Серія: Моделювання*. 2015. № 23, Вип. 7. С. 9–28.

## REFERENCES

1. Manevich, L.I., Pavlenko, A.V. & Koblik S.G. (1982). Asymptotic methods in the theory of elasticity of an orthotropic body. Kiev-Donetsk: Vishcha shk.
2. Manevich, L.I. & Pavlenko, A.V. (1991). Asymptotic method in micromechanics of composite materials. K.: Vishcha shk.
3. Kagadiy, T.S. (1998). The perturbation method in the mechanics of elastic (viscoelastic) anisotropic and composite materials. Dnepropetrovsk: RIK NGA Ukrainy.
4. Kagadiy, T.S. (2000). Load transfer to bilayer bodies of finite dimensions. Visnyk Dnipropetrovs'koho universytetu. Mekhanika. Iss. 3, Vol. 2, pp. 38-46.
5. Siasev, A.V. (2003). Determination of the optimal shape of a stackable reinforced column under creep conditions. Visnyk Dnipropetrovs'koho universytetu. Seriya: Mekhanika. No. 11, Iss. 7, pp. 153-160.
6. Kagadiy, T.S., Belova, O.V. & Sherbina, I.V. (2015), The effectiveness of the application of the asymptotic method for solving certain problems of mechanics. Vestnik ZNU. No. 2, pp. 35-40.
7. Siasev, A.V. & Kostashchuk, M.V. (2015), Modeling of the process of crystallization of the rod taking into account the mutual influence of temperature and mechanical fields. Visnyk Dnipropetrovs'koho universytetu. Seriya: Modelyuvannya. No. 23, Iss. 7, pp. 9-28.

УДК: 546.815.23

## ЗМІНА ЕЛЕКТРОХІМІЧНИХ ВЛАСТИВОСТЕЙ GaSe ЗА РАХУНОК МОДИФІКАЦІЇ ПОВЕРХНІ

Квашнівська Н. М.

*Львівський національний університет ім. Івана Франка,  
вул. Університетська, 1, Львів, 79000, Україна*

Natalka522@gmail.com

У повітрі чи в іншому середовищі на поверхні напівпровідника з'являється окисний шар, що призводить до зниження швидкості проходження процесів, які можуть відбуватися на поверхневих шарах при окисно-відновлювальних реакціях. У кристалі можна використати розчинник хімічних реакцій, що впливає на зміни у процесі реакції, а саме утворення та розрив хімічних зв'язків між атомами поверхневих шарів, що утворюють пасивацію, при цьому не змінюючи структури кристалу, тим самим пришвидшити процес передачі електронів при окисно-відновлюваних реакціях.

*Ключові слова: селенід галію, наноструктури, поверхнева рекомбінація, фотосинтез.*

## ИЗМЕНЕНИЕ ЭЛЕКТРОХИМИЧЕСКИХ СВОЙСТВ GaSe ЗА СЧЕТ МОДИФИКАЦИИ ПОВЕРХНОСТИ

Квашневська Н. М.

*Львовский национальный университет им. Ивана Франко,  
ул. Университетская, 1, Львов, 79000, Украина*

Natalka522@gmail.com

В воздухе или в другой среде на поверхности полупроводника появляется окислительный слой, приводит к снижению скорости прохождения процессов, которые могут происходить на поверхностных слоях при окислительно-восстановительных реакциях. В кристалле можно использовать растворитель химических реакций, что влияет на изменения в процессе реакции, а именно образование и разрыв химических связей между атомами поверхностных слоев, образующие пассивацию при этом не меняя структуры кристалла, тем самым ускорить процесс передачи электронов при окислительно-восстановительных реакциях.

*Ключевые слова: селенид галлия, наноструктуры, поверхностная рекомбинация, фотосинтез.*