

8. Артюхин Ю. П. Напряжения в клеевых соединениях. *Исследования по теории пластин и оболочек*. К.: Изд-во КГУ, 1973. Вып. 10. С. 3–27.
9. da Silva L. F. M., das Neves P. J. C., Adams R. D., Spelt J. K. Analysis of Mixed Adhesive Bonded Joints Part I: Theoretical Formulation. *J. of Adhesion Science and Technology*. 2009. V. 23. Pp. 1–34.
10. Куреннов С. С., Танчик Е. В. Расчет напряженного состояния клеевого соединения прямоугольных пластинок разной ширины. *Вестник Московского авиационного института*. 2015. Т. 22, № 2. С. 162–169.

REFERENCES

1. Ryabenkov, N. G. & Artyuxin, Yu. P. (1981). Opredelenie napryazhenij kleya v soedinenii dvux polubeskonechnyx plastin. Issled. po teor. plastin i obolochek. Izd-vo Kazanskogo un-ta, No. 16, pp. 82-90.
2. Kim, H. S., Cho, M., Lee, J., Deheeger, A., Grédiac, M. & Mathias, J. D. (2010). Three dimensional stress analysis of a composite patch using stress functions. *Int. J. of Mech. Sc.*, Vol. 52, pp. 1646-1659.
3. Andruet, R. H., Dillard, D. A. & Holzer, S. M. (2001). Two- and three-dimensional geometrical nonlinear finite elements for analysis of adhesive joints. *Int. J. of Adhesion & Adhesives*, Vol. 21, pp. 17-34.
4. Mortensen, F. & Thomsen, O. T. (1997). Simplified linear and non-linear analysis of stepped and scarfed adhesive-bonded lap-joints between composite laminates. *Composite Structures*, Vol. 38, No. 1-4, pp. 281-294.
5. Rapp, P. (2015). Mechanics of adhesive joints as a plane problem of the theory of elasticity. Part II: Displacement formulation for orthotropic adherends. *Archives of civil and mechanical engineering*, No. 15, pp. 603-619.
6. Vasilev, V. V. & Lure, S. A. (2013). O singulyarnosti resheniya v ploskoj zadache teorii uprugosti dlya konsolnoj polosy. *Izv. RAN. MTT*, No. 4, pp. 40-49.
7. Kurennov, S. S. (2015). A Simplified Two-Dimensional Model Of Adhesive Joints Nonuniform Load. *Mechanics of Composite Materials*, Vol. 51, Issue 4, pp. 479-488.
8. Artyuxin, Yu. P. (1973). Napryazheniya v kleevyx soedineniyax. Issledovaniya po teorii plastin i obolochek. Kazan: Izd-vo KGU. No. 10, pp. 3-27.
9. da Silva, L. F. M., das Neves, P. J. C., Adams, R. D. & Spelt, J. K. (2009). Analysis of Mixed Adhesive Bonded Joints Part I: Theoretical Formulation. *J. of Adhesion Science and Technology*, Vol. 23, pp. 1-34.
10. Kurennov, S. S. & Tanchik, E. V. (2015). Raschet napryazhennogo sostoyaniya kleeвого soedineniya pryamougolnyx plastinok raznoj shiriny. *Vestnik Moskovskogo aviacionnogo institute*, Issue. 22, No. 2, pp. 162-169.

УДК 539.3

СВОБОДНЫЕ КОЛЕБАНИЯ УСИЛЕННЫХ ПЕРЕКРЕСТНЫМИ СИСТЕМАМИ РЕБЕР И НАГРУЖЕННОЙ ОСЕВЫМИ СЖИМАЮЩИМИ СИЛАМИ ОРТОТРОПНОЙ ВЯЗКОУПРУГОЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ С ПРОТЕКАЮЩЕЙ ЖИДКОСТЬЮ

Латифов Ф. С., д. ф.-м. н., профессор, Гулиева З. М., докторант

*Азербайджанский архитектурно-строительный Университет,
ул. А. Султанова, 5, г. Баку, Аз. 1073/1, Азербайджан*

flatifov@mail.ru

В данной работе исследуется свободное колебание усиленных перекрестными системами ребер и нагруженные осевыми сжимающими силами ортотропной вязкоупругой цилиндрической оболочки с протекающей жидкостью. Уравнение движения подкрепленной перекрестными системами ребер, нагруженной осевыми сжимающими силами ортотропной оболочки с движущейся жидкостью, получены на основе принципа стационарности действия Остроградского-Гамильтона. Построено частотное уравнение свободных колебаний, подкрепленное перекрестными системами ребер, нагруженной осевыми сжимающими силами ортотропной цилиндрической оболочки, заполненной покоящейся жидкостью и реализовано численно.

Ключевые слова: свободные колебания, оболочка, идеальная жидкость, напряжение, подкрепление, принцип вариации.

ВІЛЬНІ КОЛИВАННЯ ПОСИЛЕНИХ ПЕРЕХРЕСНИМИ СИСТЕМАМИ РЕБЕР І НАВАНТАЖЕНИХ ОСЬОВИМИ СТИСКАЮЧИМИ СИЛАМИ ОРТОТРОПНОЇ В'ЯЗКОПРУЖНОЇ ЦИЛІНДРИЧНОЇ ОБОЛОНКИ З ПРОТІКАЮЧОЮ РІДИНОЮ

Латіфов Ф. С., д. ф.-м. н., професор, Гулієва З. М., докторант

*Азербайджанський архітектурно-будівельний університет,
вул. А. Султанова, 5, м. Баку, Аз. 1073 / 1, Азербайджан*

flatifov@mail.ru

У роботі досліджується вільне коливання посиленних перехресними системами ребер і навантажених осьовими стискаючими силами ортотропної в'язкопружної циліндричної оболонки з протікаючою рідиною. Рівняння руху підкріпленої перехресними системами ребер, навантаженої осьовими стискаючими силами ортотропної оболонки з рухомою рідиною, отримані на основі принципу стаціонарності дії Остроградського-Гамільтона. Побудовано частотне рівняння вільних коливань, підкріплених перехресними системами ребер, навантажених осьовими стискаючими силами ортотропної циліндричної оболонки, заповненої спочиваючою рідиною і реалізовані чисельно.

Ключові слова: вільні коливання, оболонка, ідеальна рідина, напруга, підкріплення, принцип варіації.

FREE VIBRATIONS OF RIBS REINFORCED BY CROSS SYSTEMS AND AN ORTHOTROPIC VISCOELASTIC CYLINDRICAL SHELL LOADED WITH AXIAL COMPRESSIVE FORCES, WITH A FLOWING LIQUID

Latifov F. S., Doctor of physical and mathematical sciences, professor,
Guliyeva Z. M., doctoral student

¹*Azerbaijan Architecture and Construction University,
Str. A. Sultanova, 5, Baku, Az. 1073/1, Azerbaijan*

flatifov@mail.ru

In this paper we study the free oscillation of ribs reinforced by cross systems and axially compressive forces of an orthotropic viscoelastic cylindrical shell with a flowing liquid. The equation of motion of ribs reinforced by cross systems loaded with axial compressive forces of an orthotropic shell with a moving fluid is obtained on the basis of the stationarity principle of the Ostrogradskii-Hamilton action. A frequency equation of free oscillations is supported by reinforced cross systems of edges loaded with axial compressive forces of an orthotropic cylindrical shell filled with a resting liquid and realized numerically.

Key words: free oscillations, shell, ideal fluid, stress, reinforcement, principle of variation.

ВВЕДЕНИЕ

Расчеты на прочность, колебания и устойчивость тонкостенных оболочечных конструкций играют важную роль при проектировании современных аппаратов, машин и сооружений. В рабочих условиях эти конструкции находятся в контакте с внешней средой. Во многих случаях для придания большей жесткости тонкостенная часть оболочки подкрепляется ребрами, что существенно повышает ее прочность при незначительном увеличении массы конструкции. Кроме того, учесть реальные свойства материала конструкций является принципиальным при расчете таких конструкций на колебание и на прочность.

Исследованиям устойчивости и колебаний подкрепленных продольными и поперечными ребрами изотропных оболочек без среды при статическом и динамическом нагружении посвящена монография [1]. Асимптотический анализ собственных частот неосесимметричных и осесимметрических колебаний неподкрепленных ортотропных цилиндрических оболочек в бесконечной упругой среде, заполненной жидкостью, проведен в работах [2, 3]. Собственные колебания в бесконечной упругой среде, усиленные продольной и перекрестной системой ребер изотропной цилиндрической оболочки с протекающей жидкостью, рассмотрены в работах [4, 5]. В работах [6, 7] исследована задача о свободных колебаниях усиленных продольной и перекрестной системой ребер и нагруженной осевыми сжимающими силами изотропных цилиндрических оболочек,

заполненной средой. Параметрические колебания нелинейной и неоднородной по толщине вязкоупругой цилиндрической оболочки и стержней, контактирующих с вязкоупругой средой, исследованы в работах [8, 9]. Свободные колебания усиленных перекрестными системами ребер и нагруженной осевыми сжимающими силами ортотропной вязкоупругой цилиндрической оболочки с наполнителем исследованы в работе [11]. В работе [12] рассмотрены свободные колебания усиленных поперечными системами ребер и нагруженной осевыми сжимающими силами ортотропной вязкоупругой цилиндрической оболочки, с протекающей жидкостью. Работа [13] посвящена исследованию свободных колебаний усиленных продольными системами ребер и нагруженной осевыми сжимающими силами ортотропной цилиндрической оболочки с протекающей жидкостью.

В данной работе исследуется свободное колебание усиленных перекрестными системами ребер и нагруженные осевыми сжимающими силами ортотропной вязкоупругой цилиндрической оболочки с протекающей жидкостью.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Полная энергия упругой деформации подкрепленной перекрестными системами ребер, нагруженной осевыми сжимающими силами ортотропной вязкоупругой цилиндрической оболочки имеет вид:

$$\begin{aligned}
 J = & \frac{1}{2} R^2 \int_{x_1}^{x_2} \int_{y_1}^{y_2} \{N_{11} \varepsilon_{11} + N_{22} \varepsilon_{22} + N_{12} \varepsilon_{12} - M_{11} \chi_{11} - M_{22} \chi_{22} - M_{12} \chi_{12}\} dx dy + \\
 & + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{k_1} \int_{x_1}^{x_2} \left[\tilde{E}_i F_i \left(\frac{\partial u_i}{\partial x} \right)^2 + E_i J_{y_i} \left(\frac{\partial^2 w_i}{\partial x^2} \right)^2 + \tilde{E}_i J_{z_i} \left(\frac{\partial^2 v_i}{\partial x^2} \right)^2 + \tilde{G}_i J_{kpi} \left(\frac{\partial \varphi_{kpi}}{\partial x} \right)^2 \right] dx + \\
 & + \rho_0 h \int_{x_1}^{x_2} \int_{y_1}^{y_2} \left[\left(\frac{\partial u}{\partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial t} \right)^2 \right] dx dy + \quad (1) \\
 & + \sum_{i=1}^{k_1} \rho_i F_i \int_{x_1}^{x_2} \left[\left(\frac{\partial u_i}{\partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial v_i}{\partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial w_i}{\partial t} \right)^2 + \frac{J_{kpi}}{F_i} \left(\frac{\partial \varphi_{kpi}}{\partial t} \right)^2 \right] dx - \\
 & - \int_{x_1}^{x_2} \int_{y_1}^{y_2} (q_x u + q_y v + q_z w) dx dy - \frac{\sigma_x h}{2} \int_0^{x_1} \int_0^{2\pi} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 dx dy - \frac{\sigma_x F_c}{2R} \sum_{i=1}^{k_1} \int_0^{x_1} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \Big|_{y=y_i} dx + \\
 & + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{k_2} \int_{y_1}^{y_2} \left[\tilde{E}_j F_j \left(\frac{\partial v_j}{\partial y} - \frac{w_j}{R} \right)^2 + \tilde{E}_j J_{x_j} \left(\frac{\partial^2 w_j}{\partial x^2} + \frac{w_j}{R^2} \right)^2 + \tilde{E}_j J_{z_j} \left(\frac{\partial^2 u_j}{\partial y^2} - \frac{\varphi_{kpi}}{R} \right)^2 \right] dx + \\
 & + \sum_{j=1}^{k_1} \rho_j F_j \int_{y_1}^{y_2} \left[\left(\frac{\partial u_j}{\partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial v_j}{\partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial w_j}{\partial t} \right)^2 + \frac{J_{kpi}}{F_j} \left(\frac{\partial \varphi_{kpi}}{\partial t} \right)^2 \right] dy.
 \end{aligned}$$

Здесь $F_j, J_{z_j}, J_{y_j}, J_{kpi}$ – площадь и моменты инерции поперечного сечения j -го поперечного стержня соответственно относительно оси Oz и оси, параллельной оси Oy и проходящей через центр тяжести сечения, а также его момент инерции при кручении; \tilde{E}_j, \tilde{G}_j – модули упругости и сдвига материала j -го поперечного стержня, соответственно, R – радиус срединной поверхности оболочки, h – толщина оболочки, u, v, w – составляющие перемещений точек срединной поверхности оболочки, x_1, x_2 – координаты криволинейных краев оболочки; $F_i, J_{z_i}, J_{y_i}, J_{kpi}$ – площадь и моменты инерции поперечного сечения i -го

продольного стержня относительно оси Oz , и оси, параллельной оси Oy и проходящей через центр тяжести сечения, а также его момент инерции при кручении; \bar{E}_i, \bar{G}_i – модули упругости и сдвига материала i -го продольного стержня, t – временная координата, ρ_0, ρ_i, ρ_j – плотности материалов, из которых изготовлены оболочка, i -й продольный, j -ый поперечный стержень, соответственно, q_x, q_y, q_z – компоненты вектора давлений, действующего со стороны жидкости. В случае идеальной жидкости $q_x = q_y = 0$.

Выражения для внутренних сил и моментов представим следующим образом:

$$N_{ij} = \int_{-h/2}^{h/2} (\sigma_{ij} + zw_{ij})dz; \quad M_{ij} = - \int_{-h/2}^{h/2} (\sigma_{ij} + zw_{ij})zdz; \quad (2)$$

$$w_{11} = b_{11}\chi_{11} + b_{12}\chi_{22}; \quad w_{22} = b_{12}\chi_{11} + b_{22}\chi_{22}; \quad w_{21} = w_{12} = b_{66} \chi_{12}.$$

Напряжения σ_{ij} и деформации ε_{ij} в срединной поверхности в соотношениях (2) определяются следующим образом:

$$\sigma_{11} = b_{11}\varepsilon_{11} + b_{12}\varepsilon_{22}; \quad \sigma_{22} = b_{12}\varepsilon_{11} + b_{22}\varepsilon_{22}; \quad \sigma_{12} = b_{66}\varepsilon_{12}; \quad (3)$$

$$\varepsilon_{ij} = \bar{\varepsilon}_{ij} + \int_{-\infty}^t \Gamma(t - \tau) \bar{\varepsilon}_{ij}(\tau) d\tau; \quad (4)$$

$$\bar{\varepsilon}_{11} = \frac{\partial u}{\partial x}; \quad \bar{\varepsilon}_{22} = \frac{\partial v}{\partial y} + w; \quad \bar{\varepsilon}_{12} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x};$$

$$\chi_{11} = \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}; \quad \chi_{22} = \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}; \quad \chi_{12} = -2 \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}; \quad \Gamma(t) = Ae^{-\psi t},$$

где b_{11}, b_{22}, b_{12} и b_{66} – основные модули упругости ортотропного материала, которые выражаются через модули упругости E_1, E_2 в координатных направлениях, модуль упругости при сдвиге G и коэффициенты Пуассона ν_1, ν_2 по формулам

$$b_{11} = \frac{E_1}{1 - \nu_1\nu_2}; \quad b_{22} = \frac{E_2}{1 - \nu_1\nu_2}; \quad b_{12} = \frac{\nu_2 E_1}{1 - \nu_1\nu_2} = \frac{\nu_1 E_2}{1 - \nu_1\nu_2}; \quad b_{66} = G_{12} = G.$$

Уравнение движения подкрепленной перекрестными системами ребер, нагруженной осевыми сжимающими силами ортотропной вязкоупругой оболочки с движущейся жидкостью, получены на основе принципа стационарности действия Остроградского-Гамильтона:

$$\delta W = 0, \quad (5)$$

где $W = \int_{t'}^{t''} L dt$ – действие по Гамильтону, L – функция Лагранжа, t' и t'' – заданные произвольные моменты времени.

Предполагая, что основная скорость потока равна U и отклонения от этой скорости малы, воспользуемся волновым уравнением для потенциала возмущенных скоростей φ по [10]:

$$\Delta\varphi - \frac{1}{a_0^2} \left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} + 2U \frac{\partial^2 \varphi}{R \partial \xi \partial t} + U^2 \frac{\partial^2 \varphi}{R^2 \partial \xi^2} \right) = 0. \quad (6)$$

На контактной поверхности оболочка-жидкость соблюдается непрерывность радиальных скоростей и давлений. Условие непроницаемости или плавности обтекания у стенки оболочки имеет вид [10, 14]:

$$\vartheta_r|_{r=R} = \frac{\partial \varphi}{\partial r}\bigg|_{r=R} = -\left(\omega_0 \frac{\partial w}{\partial t_1} + U \frac{\partial w}{R \partial \xi}\right). \quad (7)$$

Равенство радиальных давлений со стороны жидкости на оболочку

$$q_z = -p|_{r=R}. \quad (8)$$

Дополняя контактными условиями (7), (8) выражение для полной энергии оболочки (1), уравнение движения жидкости (6), приходим к задаче о собственных колебаниях подкрепленной продольными системами ребер, нагруженной осевыми сжимающими силами ортотропной цилиндрической оболочки с протекающей жидкостью.

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ

Перемещения оболочки будем искать в виде:

$$\begin{aligned} u &= u_0 \sin \chi \xi \cos n\theta \sin \omega_1 t_1, \\ \vartheta &= \vartheta_0 \cos \chi \xi \sin n\theta \sin \omega_1 t_1, \\ w &= w_0 \cos \chi \xi \sin n\theta \sin \omega_1 t_1. \end{aligned} \quad (9)$$

Здесь u_0, ϑ_0, w_0 – неизвестные постоянные; χ, n – волновые числа в продольном и окружном направлениях соответственно, $\omega_1 = \tilde{\omega}_1 + i\tilde{\omega}_2$ – комплексная частота, $t_1 = \omega_0 t$,

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{E_1}{(1-\nu^2)\rho_0 R^2}}, \quad \xi = \frac{x}{R}.$$

Потенциал возмущенных скоростей φ ищем в виде:

$$\varphi(\xi, r, \theta, t_1) = f(r) \cos n\theta \sin \chi \xi \sin \omega_1 t_1. \quad (10)$$

Используя (10), из условия (7) и (6), имеем:

$$\begin{aligned} \varphi &= -\Phi_{an} \left(\omega_0 \frac{\partial w}{\partial t_1} + U \frac{\partial w}{R \partial \xi} \right), \\ p &= \Phi_{an} \rho_m \left(\omega_0^2 \frac{\partial^2 w}{\partial t_1^2} + 2U \omega_0 \frac{\partial^2 w}{R \partial \xi \partial t_1} + U^2 \frac{\partial^2 w}{R^2 \partial \xi^2} \right), \end{aligned} \quad (11)$$

где

$$\Phi_{an} = \begin{cases} I_n(\beta r)/I'_n(\beta r), & M_1 < 1, \\ J_n(\beta_1 r)/J'_n(\beta_1 r), & M_1 > 1, \\ \frac{R^n}{nR^{n-1}}, & M_1 = 1. \end{cases} \quad (12)$$

Здесь $M_1 = \frac{U + \omega_0 R \omega_1 / \alpha}{a_0}$, $\beta^2 = R^{-2}(1 - M_1^2)\chi^2$, $\beta_1^2 = R^{-2}(M_1^2 - 1)\chi^2$, I_n – модифицированная функция Бесселя первого рода порядка n , J_n – функции Бесселя первого рода порядка n .

Далее в (8) в качестве q_z должна быть взята величина $q_z = -p$, где p – давление по (11). С учетом (9), давление p можно представить в виде:

$$p = \frac{\rho_m \Phi_{an}}{\rho_0 \omega_0^2 h} (\omega_0^2 \omega_1^2 + 2\omega_0 \omega_1 \chi U + \chi^2 U^2) w. \quad (13)$$

После подстановки (13), (9) в (5), задача сводится к однородной системе линейных алгебраических уравнений третьего порядка

$$a_{i1} u_0 + a_{i2} v_0 + a_{i3} w_0 = 0 \quad (i = 1, 2, 3). \quad (14)$$

Элементы a_{i1}, a_{i2}, a_{i3} ($i = 1, 2, 3$) имеют громоздкий вид, поэтому здесь не приводятся. Нетривиальное решение системы линейных алгебраических уравнений (14) третьего порядка

возможно лишь в случае, когда ω_1 – корень ее определителя. Определение ω_1 сводится к трансцендентному уравнению, так как ω_1 входит в аргументы функции Бесселя J_n :

$$\begin{vmatrix} 2(\check{\varphi}_{11} - \psi_{11}\omega_1^2) & \check{\varphi}_{44} & \check{\varphi}_{55} \\ \check{\varphi}_{44} & 2(\check{\varphi}_{22} - \psi_{22}\omega_1^2) & \check{\varphi}_{66} \\ \check{\varphi}_{55} & \check{\varphi}_{66} & 2(\check{\varphi}_{33} - \psi_{22}\omega_1^2 + l_1\sigma_x + q_z^{(0)}\psi_2) \end{vmatrix} = 0. \quad (15)$$

Отметим, что при $U = 0$ уравнение (15) переходит к частотному уравнению свободных колебаний подкрепленными перекрёстными системами ребер, нагруженной осевыми сжимающими силами ортотропной цилиндрической оболочки, заполненной покоящейся жидкостью.

ЧИСЛЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Рассмотрим некоторые результаты вычислений, выполненных численно, исходя из приведенных выше зависимостей.

Для геометрических и физических параметров, характеризующих материалы оболочки, среды были приняты:

$$F_i = 3,4 \text{ мм}^2; J_{yi} = 5,1 \text{ мм}^4; \rho_0/\rho_m = 0,105; \tilde{E}_i = 6,67 \cdot 10^9 \text{ Н/м}^2; h_j = 1,3 \text{ мм};$$

$$\rho_0 = \rho_i = \rho_j = 0,26 \cdot 10^4 \text{ Нс}^2/\text{м}^4; J_{yj} = 5,1 \text{ мм}^4; h_i = 1,39 \text{ мм}; h = 0,45 \text{ мм};$$

$$A = 0,1615; \psi = 0,05; b_{11} = 18,3 \text{ ГПа}; b_{12} = 2,77 \text{ ГПа}; b_{22} = 25,2 \text{ ГПа}; F_j = 5,75 \text{ мм}^2;$$

$$\frac{I_{kp,i}}{2\pi R^3 h} = 0,5305 \cdot 10^{-6}; J_{xj} = 19,9 \text{ мм}^4; L = 800 \text{ мм}; \tilde{E}_j = 6,67 \cdot 10^9 \text{ Н/м}^2;$$

$$\frac{J_{zj}}{2\pi R^3 h} = 0,23 \cdot 10^{-6}; J_{kp,j} = 0,48 \text{ мм}^4; U^* = 0,005; k_1 = 8; k_2 = 4.$$

На рис. 1 показаны зависимости параметра частоты ω_1 от относительной скорости потока $U^* = U/c, c = \omega_0 R$ при различных значениях χ и n .

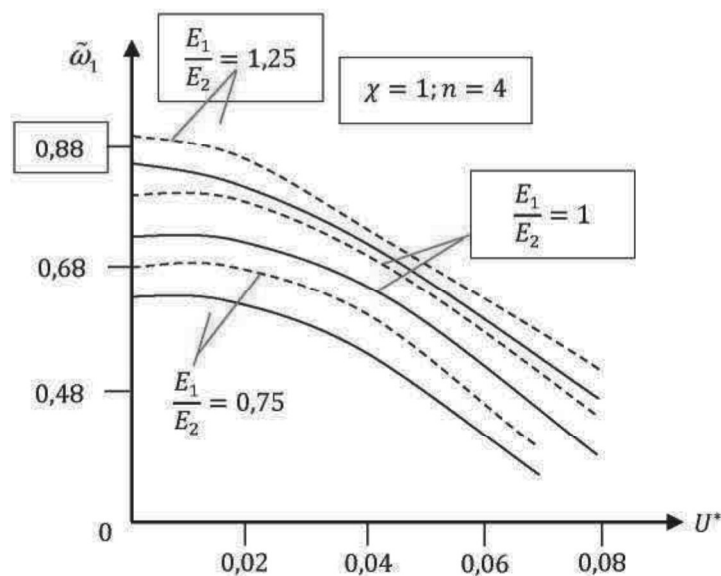


Рис. 1. Зависимость параметра частоты от скорости потока для подкрепленной перекрестными системами ребер цилиндрической оболочки с движущейся жидкостью

В графиках штриховым линиям соответствуют колебания подкрепленной перекрестными системами ребер, нагруженной осевыми сжимающими силами упругой ортотропной цилиндрической оболочки с протекающей жидкостью, а сплошным – колебания подкрепленной перекрестными системами ребер, нагруженной осевыми сжимающими

силами вязкоупругой ортотропной цилиндрической оболочки с протекающей жидкостью. Видно, что увеличение скорости и учет вязкости материала оболочки приводит к снижению частоты. Важно отметить значения U^* , при которых частота колебаний обращается в нуль. Очевидно, здесь должна произойти потеря устойчивости оболочки. Кроме того, с увеличением отношений E_1/E_2 частоты колебаний системы увеличиваются.

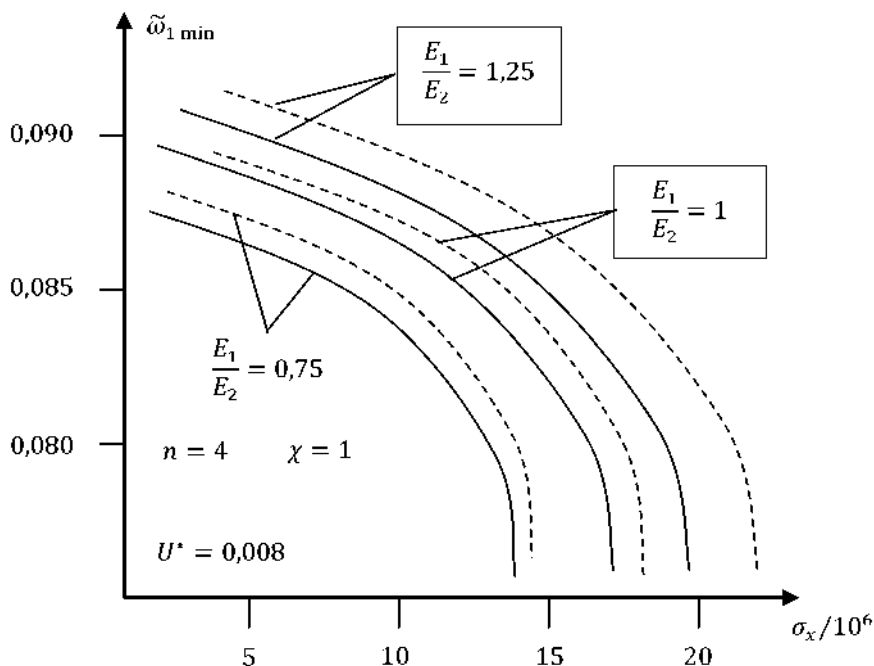


Рис. 2. Зависимость параметра частоты подкрепленной перекрестными системами ребер цилиндрической оболочки с движущейся жидкости от сжимающих напряжений

Наконец, рис. 2 иллюстрирует влияние сжимающих напряжений на параметр минимальной частоты колебаний подкрепленной перекрестными системами ребер цилиндрической оболочки с движущейся жидкостью. Видно, что с увеличением сжимающих напряжений параметр частоты колебаний рассмотренной системы сначала плавно, а затем при определенном значении сжимающих напряжений резко уменьшается.

ЛИТЕРАТУРА

1. Амиро И. Я., Заруцкий В. А., Поляков П. С. Ребристые цилиндрические оболочки. Киев: Наук. думка, 1973. 248 с.
2. Latifov F. S., Seyfullayev F. A. Asymptotic analysis of oscillation eigenfrequency of orthotropic cylindrical shells in infinite elastic medium filled with liquid. *Trans. of NAS.Acad. of Azerb. ser. of physical-technical and mathematical sciences volume XIV clid.* 2004. № 1. P. 227–230.
3. Сейфуллаев Ф. А. Асимптотический анализ собственных частот осесимметрических колебаний ортотропных цилиндрической оболочек в бесконечной упругой среде, заполненной жидкостью. *Механика и машиностроение.* 2004. № 4. С. 33–34.
4. Алиев Ф. Ф. Собственные колебания в бесконечной упругой среде продольно подкрепленной цилиндрической оболочки с протекающей жидкостью. *Механика и машиностроение.* 2006. № 1. С. 3–5.
5. Алиев Ф. Ф. Собственные колебания в бесконечной упругой среде, усиленные перекрестной системой ребер цилиндрической оболочки с протекающей жидкостью. *Механика и машиностроение.* 2007. № 2. С. 10–12.
6. Латифов Ф. С., Сулейманова С. Г. Задача о свободных колебаниях усиленных перекрестной системой ребер и нагруженной осевыми сжимающими силами цилиндрических оболочек, заполненной средой. *Механика Машин, Механизмов и Материалов.* 2009. № 1. С. 59–62.
7. Сулейманова С. Г. Свободные колебания продольно подкрепленной и нагруженной осевыми сжимающими силами цилиндрической оболочки с наполнителем. *Proceedings of IMM of NAS of Azerbaijan.* 2007. XXVII. С. 135–140.

8. Пирмамедов И. Т. Параметрические колебания нелинейной и неоднородной по толщине вязкоупругой цилиндрической оболочки, контактирующей с вязкоупругой средой с учетом трения. *Доклад НАНА*. 2008. № 2. С. 35–42.
9. Пирмамедов И. Т. Расчет параметрических колебаний неоднородного по толщине вязкоупругого стержня в вязкоупругом грунте. *Международный научно-технический журнал*. Объединенный институт машиностроения НАН Белоруси. 2009. № 3(8). С. 52–56.
10. Вольмир С. А. Оболочки в потоке жидкости и газа. Задачи аэроупругости. Москва: Наука, 1976. 416 с.
11. Quliyeva Z. M. Şəbəkə əmələ gətirən çubuqlarla möhkəmləndirilmiş, sıxıcı qüvvənin təsirinə məruz qalan özlü-elasticity ortotrop silindrik örtüyün mühitlə birlikdə rəqsləri. *Journal of Qafqaz University, Mechanical and industrial engineering*. Bakı. 2015. Vol. 2, N 1. Səh. 48–53.
12. Гулиева З. М. Свободные колебания усиленных поперечными системами ребер и нагруженной осевыми сжимающими силами ортотропной вязкоупругой цилиндрической оболочки с протекающей жидкостью. *Актуальные проблемы математики и механики*. Материалы Международной конференции, посвященной 55-летию Института Математики и Механики НАН Азербайджана. 2014. С. 129–131.
13. Латифов Ф. С., Искендеров Р. А., Гулиева З. М. Свободные колебания усиленных продольными системами ребер и нагруженной осевыми сжимающими силами ортотропной цилиндрической оболочки с протекающей жидкостью. *Проблемы вычислительной механики и прочности конструкций*. 2015. Вып. 24. С. 132–139.
14. Латифов Ф. С. Колебания оболочек с упругой и жидкой средой. Баку: Элм, 1999. 164 с.

REFERENCES

1. Amiro, I. Ya., Zarutskiy, V. A. & Polyakov, P. S. (1973). Ribbed cylindrical shells. Kiev: Nauk. dumka.
2. Latifov, F.S. & Seyfullayev, F. A. (2004). Asymptotic analysis of oscillation eigenfrequency of orthotropic cylindrical shells in infinite elastic medium filled with liquid. *Trans. of NAS.Acad. of Azerb. ser. of physical-technical and mathematical sciences volume XVIV clid., No. 1*, pp. 227-230.
3. Seyfullaev, F. A. (2004). Asymptotic analysis of the eigenfrequencies of axisymmetric oscillations of orthotropic cylindrical shells in an infinite elastic medium filled with a liquid. *Mehanika i mashinostroenie*, No. 4, pp. 33-34.
4. Aliev, F. F. (2006). The actual oscillations in an infinite elastic medium of a longitudinally supported cylindrical shell with a flowing liquid. *Mehanika i mashinostroenie*, No. 1, pp. 3-5.
5. Aliev, F. F. (2007). The actual oscillations in an infinite elastic medium reinforced by a cross-sectional system of ribs of a cylindrical shell with a flowing liquid. *Mehanika i mashinostroenie*, No. 2, pp. 10-12.
6. Latifov, F. S. & Suleymanova, S. G. (2009). The problem of free vibrations of ribs reinforced by a crosstern system and cylindrical shells loaded with axial compressive forces filled with medium. *Mehanika Mashin, Mehanizmov i Materialov*, No. 1, pp. 59-62.
7. Suleymanova, S. G. (2007). Free oscillations longitudinally reinforced and loaded with axial compressive forces of a cylindrical shell with a filler. *Proceedings of IMM of NAS of Azerbaijan*, XXVII, pp. 135-140.
8. Pirmamedov, I. T. (2008). Parametric oscillations of a viscoelastic cylindrical shell non-linear and inhomogeneous in thickness, in contact with a viscoelastic medium with allowance for friction. *Doklad NANA*, No. 2, pp. 35-42.
9. Pirmamedov, I. T. (2009). Calculation of parametric oscillations of a viscoelastic rod inhomogeneous in thickness in viscoelastic soil. *Mezhdunarodnyiy nauchno-tehnicheskiy zhurnal. Ob'edinennyiy institut mashinostroeniya NAN Belorusi*, No. 3(8), pp. 52-56.
10. Volmir, S. A. (1976). Shells in the flow of liquid and gas. The problems of aeroelasticity. Moscow: Nauka.
11. Gulieva, Z. M. (2015). The network is experiencing brings with chopsticks reinforced closure forces are exposed to on a viscous-elasticity ortotrop cylindrical coating environment dance together. *Journal of Qafqaz University, Mechanical and industrial engineering*. Baku, Vol. 2, No. 1, pp. 48-53.
12. Gulieva, Z. M. (2014). Free vibrations of ribs reinforced by transverse systems and an orthotropic, viscoelastic cylindrical shell loaded with axial compressive forces, with a flowing liquid. *Actual problems of mathematics and mechanics. Materials of the International Conference dedicated to the 55th anniversary of the Institute of Mathematics and Mechanics of the National Academy of Sciences of Azerbaijan*, (pp. 129-131).
13. Latifov, F. S., Iskenderov, R. A. & Gulieva, Z. M. (2015). Free oscillations of ribs reinforced by longitudinal systems and an orthotropic cylindrical shell loaded with axial compressive forces, with a flowing liquid. *Problemyi vyichislitelnoy mehaniki i prochnosti konstruksiy*, Iss. 24, pp. 132-139.
14. Latifov, F. S. (1999). Oscillations of shells with elastic and liquid media. Baku: Elm.

УДК 539.3

ПОСТРОЕНИЕ МАТРИЦЫ ФУНДАМЕНТАЛЬНЫХ РЕШЕНИЙ СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ, ОПИСЫВАЮЩИХ ОБОБЩЕННОЕ ПЛОСКОЕ ЭЛЕКТРОУПРУГОЕ СОСТОЯНИЕ ПЬЕЗОЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ПЛАСТИНЫ

Левада В. С., к. т. н., доцент, Левицкая Т. И., к. т. н., доцент,
Пожуева И. С., к. т. н., доцент, Хижняк В. К., к. ф.-м. н., доцент

*Запорожский национальный технический университет,
ул. Жуковского, 64, м. Запорожье, 69063, Украина*

tigr_lev@ukr.net

С применением преобразования Фурье обобщенных функций медленного роста, получена матрица фундаментальных решений системы уравнений, описывающих обобщенное плоское напряженное состояние пьезоэлектрической пластины. Элементы матрицы, представленные в замкнутом виде, выражены через элементарные функции.

Ключевые слова: пластина, матрица фундаментальных решений, обобщенные функции, электроупругость, пьезоэлектрическое напряжение, преобразование Фурье.

ПОБУДОВА МАТРИЦІ ФУНДАМЕНТАЛЬНИХ РОЗВ'ЯЗКІВ СИСТЕМИ РІВНЯНЬ, ЩО ОПИСУЮТЬ УЗАГАЛЬНЕНИЙ ПЛОСКИЙ ЕЛЕКТРОПРУЖНИЙ СТАН П'ЄЗОЕЛЕКТРИЧНОЇ ПЛАСТИНИ

Левада В. С., к. т. н., доцент, Левицька Т. І., к. т. н., доцент,
Пожуєва І. С., к. т. н., доцент, Хижняк В. К., к. ф.-м. н., доцент

*Запорізький національний технічний університет,
буль. Жуковського, 64, м. Запоріжжя, 69063, Україна*

tigr_lev@ukr.net

Із застосуванням перетворення Фур'є узагальнених функцій повільного росту, отримана матриця фундаментальних розв'язків системи рівнянь, що описують узагальнений плоский напружений стан п'єзоелектричної пластини. Елементи матриці, представлені в замкнутому вигляді, виражені через елементарні функції.

Ключові слова: пластина, матриця фундаментальних розв'язків, узагальнені функції, електропружність, п'єзоелектрична напруга, перетворення Фур'є.

CONSTRUCTION OF THE MATRIX OF FUNDAMENTAL SOLUTIONS OF THE SYSTEM OF EQUATIONS DESCRIBING THE GENERALIZED PLANE ELECTRICAL ELASTIC STATE OF THE PIEZOELECTRIC PLATE

Levada V. S., Ph.D. of Technical Science, Associate Professor,
Levitskaya T. I., Ph.D. of Technical Science, Associate Professor,
Pozhueva I. S., Ph.D. of Technical Science, Associate Professor,
Khizhnyak V. K., Ph.D. in Physics and Maths, Associate Professor

*Zaporizhzhya National Technical University,
Zhukovsky str., 64, Zaporozhye, 69063, Ukraine*

tigr_lev@ukr.net

In constructing the matrix of fundamental solutions, the Fourier transform of the generalized slow growth functions is applied for both variables. Solving the obtained system of linear algebraic equations, we arrive at the need to solve an algebraic equation of sixth degree with real coefficients. This equation can have three variants of roots. Assuming that this solution is found, we obtain a solution of the original problem in Fourier images. When finding the inverse transformation with respect to one of the variables, the usual inverse Fourier transform is used. In order to obtain an inverse transformation with respect to another variable, it was necessary to regularize the resulting generalized functions. An exact solution of the problem is obtained. This solution is expressed in a closed form through elementary functions, which makes it possible to use it effectively.

Key words: plate, matrix of fundamental solutions, generalized functions, electroelasticity, piezoelectric stress, Fourier transform.