

ЛІТЕРАТУРА

1. Плятт Ш. Н. Расчеты температурных полей бетонных гидросооружений. Москва: Энергия, 1974. 407 с.
2. Цаплин А. И. Теплофизика в металлургии: учеб. пособие. Пермь: Изд-во Перм. гос. тех. ун-та, 2008. 230 с.
3. Фарлоу С. Уравнения с частными производными для научных работников и инженеров. Москва: Мир, 1985. 384 с.
4. Пышнограев Ю. Н., Пышнограев Е. Ю. Построение системы собственных функций для уравнения конвективной диффузии с кусочно-постоянными коэффициентами. *Збірник праць Інституту математики НАН України*. 2012. Т. 9, № 1. С. 7–12.
5. Карташев Э. М. Аналитические методы в теории теплопроводности. Москва: Высш. шк., 1985. 480 с.

REFERENCES

1. Plyatt, Sh. N. (1974). Calculations of temperature fields of concrete hydro structures. Moscow: Energy, Russia.
2. Tsaplin, A. I. (2008). Thermophysics in metallurgy: tutorial. Perm': Permskii gosudarstvennyi tekhnicheskii universitet, Russia.
3. Farlow, S. (1985). Partial differential equations for scientists and engineers. Moscow: Mir, Russia.
4. Pyshnograev, Yu. N. & Pyshnograev, E. Yu. (2012). Construction of a system of eigenfunctions for the convective diffusion equation with piecewise constant coefficients. *Zbirnyk prats In-tu matematyky NAN Ukrainy*, Vol. 9, No. 1, pp. 7-12.
5. Kartashov, E. M. (1985). Analytical methods in the theory of thermal conductivity of solids. Moscow: Vysshaya shkola, Russia.

УДК 539.374

ВЛИЯНИЕ ПРЕДВАРИТЕЛЬНОГО ТЕРМОСИЛОВОГО НАГРУЖЕНИЯ НА ПРЕДЕЛЬНУЮ НАГРУЗКУ ТРУБЫ ПРИ ЕЕ ЧИСТОМ ИЗГИБЕ

¹Свитлинец А. М., ²Онищенко И. С., ¹Черняков Ю. А.

¹Днепропетровский национальный университет им. Олеся Гончара,
просп. Гагарина, 72, г. Днепр, 49010, Украина

²ООО «Завод Мастер-Профи»,
г. Днепр, 49010, Украина

anna.svitlinets@gmail.com

Элементы конструкций из гнутых стальных труб широко применяются в химической, аэрокосмической отраслях, в гражданском строительстве, при строительстве трубопроводов и в коммунальных сетях. Для изгиба труб обычно используются промышленные гибочные установки. Однако, при больших диаметрах труб использовать такие установки не представляется возможным. Кроме того, эти установки являются дорогостоящими и их использование для изгиба труб в небольшом объеме не рационально. В силу этого применяются более простые способы изгиба труб, такой, как, например, совместное действие изгибающего момента и локального нагрева. В результате такого технологического процесса на вогнутой поверхности трубы возникают складки и остаточные напряжения. При повторном нагружении эти складки и остаточные напряжения в трубе приводят к неоднородному напряженному состоянию и, как следствие, к снижению несущей способности трубы. В работе с помощью программного комплекса ABAQUS построена конечно-элементная модель деформации локально нагретой трубы при нагружении ее изгибающим моментом с повторным нагружением до момента исчерпания несущей способности трубы. Приведены результаты конкретных расчетов предельной нагрузки для трех длин трубы.

Ключевые слова: конечные элементы, оболочка, повторное нагружение, предельная нагрузка, идеальная пластичность.

ВПЛИВ ПОПЕРЕДНЬОГО ТЕРМОСИЛОВОГО НАВАНТАЖЕННЯ НА ГРАНИЧНЕ НАВАНТАЖЕННЯ ТРУБИ ПРИ ЇЇ ЧИСТОМУ ВИГИНІ

¹Світлинець Г. М., ²Онищенко І. С., ¹Черняков Ю. А.
¹Дніпровський національний університет ім. Олесь Гончара,
 просп. Гагаріна, 72, м. Дніпро, 49010, Україна

²ТОВ «Завод Майстер-Профі»,
 м. Дніпро, 49010, Україна
 anna.svitlinets@gmail.com

Елементи конструкцій з гнутих сталевих труб широко застосовуються в хімічній, аерокосмічній галузях, у цивільному будівництві, при будівництві трубопроводів і в комунальних мережах. Для вигину труб зазвичай використовуються промислові установки. Однак, при великих діаметрах труб і великих товщинах використовувати такі установки не є можливим. Крім того, ці установки є вартісними і їх використання для вигину труб у невеликому обсязі не є раціональним. Через це застосовуються більш прості способи вигину труб, такий, як, наприклад, спільна дія згинального моменту і локального нагріву. У результаті такого технологічного процесу на увігнутій поверхні труби виникають складки і залишкові напруження. При повторному навантаженні ці складки і залишкові напруження в трубі призводять до неоднорідного напруженого стану і, як наслідок, до зниження несучої здатності труби. У роботі за допомогою програмного комплексу ABAQUS побудована кінцево-елементна модель деформації локально нагрітої труби при навантаженні її згинаючим моментом з повторним навантаженням до моменту вичерпання несучої здатності труби. Наведено результати конкретних розрахунків граничного навантаження для трьох довжин труби.

Ключові слова: скінченні елементи, оболонка, повторне навантаження, граничне навантаження, ідеальна пластичність.

INFLUENCE OF THE PRELIMINARY THERMAL FORCE OF LOAD ON THE LIMITING LOAD OF THE PIPE AT ITS CLEAN BENDING

¹Svitlinets A. M., ²Onischenko I. S., ¹Chernyakov Yu. A.
¹Oles Honchar Dnipro National University

²“Zavod Master-Profi”, LLC,
 Dnipro, Ukraine

Introduction. Elements of constructions from bent steel pipes are widely used in chemical, aerospace, civil engineering, and pipeline construction and utility networks. Typically, industrial bending machines are used for bending pipes. However, such installations cannot be used for large pipe diameters. In addition, these plants are expensive and their using for bending pipes in small amount are not rational. That is why simpler methods of bending pipes are used, such as, for example, the joint action of a bending moment and local heating. As a result of such a process on the concave pipe surface occur folds and residual stresses. These folds and residual stresses in the pipe lead to an inhomogeneous stress state during repeated loading and, as a consequence, to decrease bearing capacity of the pipe. In work with the ABAQUS software complex, the finite element model of deformation of a locally heated pipe is constructed under loading its by a bending moment with repeated loading until the exhausting bearing capacity of the pipe. The results of specific calculations of the ultimate load for three pipe lengths are given. For evaluation of bearing capacity of the pipe thermo force loading process is divided into two stages. At the first stage, during the bending process, the heating of the pipe section is carried out, and bending moment acts on the pipe, the value of which increases to achieve a predetermined curvature. Then the pipe is unloaded and cooled. In the second stage, during operation, the increasing bending moment acts on the pipe until the load capacity is exhausted. Exhaustion of bearing capacity of the pipe is determined by achievement of the maximum on the curve “bending moment-bowing”.

The kinematic loading scheme was used to ensure a stable count, especially in the vicinity of the torque limit: the angle of rotation of the end section was set, and bending moments were calculated through obtained reactions in the middle section. To describe the mechanical behavior of pipe material, we use the simplest theory of elastically perfectly plastic flow. The program complex of finite element calculations ABAQUS was used for solving the problem. A cylindrical coordinate system θ_r was specified and only a fourth part of the pipe was considered because of symmetry. The condition of a plane section was taken at the edge of the shell $z=0$. The symmetry conditions were specified on the lines of intersection of the shell surface with the symmetry planes $z=L$ and $\varphi=0$.

Conclusions. With the aid of the ABAQUS software complex finite-element model of deformation of a locally heated tube is constructed under loading its by a bending moment.

The model allows to investigate pipe deformation under thermo force loading at the stage of bending pipe, to determine the residual state of the pipe with given geometric dimensions and to obtain the limiting value of the bending moment.

Key words: Finite elements, shell, repeated loading, ultimate load, ideal plasticity.

ВВЕДЕНИЕ

Элементы конструкций из гнутых стальных труб широко применяются в химической, аэрокосмической отраслях, в гражданском строительстве, при строительстве трубопроводов, в коммунальных сетях. При больших диаметрах труб не удается использовать механические гибочные установки и необходимый изгиб трубы можно получить за счет поэтапного ее изгиба моментом и локального разогрева. В результате такого технологического процесса на вогнутой поверхности трубы возникают складки. В строительных нормах оговаривается ограничения на несовершенство формы трубы. Кривизна любого участка трубы на 1 м длины не должна превышать: 1,5 мм – для труб с толщиной стенки до 20 мм; 2,0 мм – для труб с толщиной стенки свыше 20 до 30 мм; 4,0 мм – для труб с толщиной стенки свыше 30 мм. Отношение радиуса применяемых труб к их толщине, в соответствии с ГОСТ 8732-78 «Трубы стальные бесшовные горячедеформированные», изменяется в пределах от 7 до 10. В таком диапазоне размеров потеря устойчивости трубы, как короткой оболочки, происходит при нагрузках, намного превышающих эксплуатационные, и, в силу этого, исключается из расчета на прочность, т.е. говорить о чувствительности к начальным несовершенствам не имеет смысла. Однако складки, образовавшиеся на поверхности трубы, и остаточные напряжения в трубе приводят к неоднородному напряженному состоянию при повторном нагружении и, как следствие, к локальному пластическому течению, развитие которого приводит к снижению несущей способности трубы.

Обзор современных подходов к изгибу труб можно найти в работах [2-4, 6, 9, 12, 14]. Наиболее изученным является метод локального индукционного нагрева, который применяется для изгиба трубы с малым радиусом изгиба и большим диаметром [5, 10, 11, 13]. Во время изгиба трубы ее наружная стенка изгиба утоняется, а внутренняя стенка утолщается, поперечное сечение канала изгиба становится овальным, и угол изгиба несколько уменьшается за счет упругой деформации при разгрузке. В инженерном проектировании утонение стенки трубы и овальность не должны превышать 12,5% и 7%, соответственно, как следствие, радиус изгиба обычно больше, чем 3,5 внешнего диаметра трубы при использовании этого стандартного способа. Анализ влияния предварительного термосилового нагружения на несущую способность трубы слабо изучен.

В настоящей работе, с помощью программного комплекса ABAQUS, построена конечно-элементная модель чистого изгиба локально нагретой трубы большого диаметра. В результате расчета, с заданными геометрическими размерами трубы, модель позволяет оценить остаточные поля напряжений, деформаций и перемещений после изгиба и вычислить предельный момент.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Для оценки несущей способности трубы процесс термосилового нагружения разобьем на два этапа. На первом этапе, в процессе гибки, осуществляется нагрев участка трубы и на трубу действует изгибающий момент, величина которого растет до достижения заданной кривизны. Затем осуществляется разгрузка трубы и ее охлаждение. На втором этапе, в процессе эксплуатации, на трубу действует возрастающий изгибающий момент до исчерпания несущей способности. Исчерпание несущей способности трубы определяется достижением максимума на кривой изгибающий момент – кривизна.

Рассматривается труба длины L , радиусом R и толщины h , которая в исходном состоянии $t = t_0$ не нагружена и температура ее комнатная T_0 . На первом этапе, в промежутке времени

$t_0 < t < t_1$, часть поверхности трубы, показанная на рис. 1 заштрихованной областью, разогревается до температуры T_1 и подвергается воздействию изменяющегося во времени изгибающего момента $M(t)$ до достижения заданного значения кривизны трубы. Затем, на промежутке времени $t_1 < t < t_2$, труба охлаждается до комнатной температуры и изгибающий момент снимается. Область нагрева задается в форме эллипса с полуосями $2l$ и $2R\varphi$ (см. рис. 1). В результате такого воздействия в трубе возникают остаточные напряжения и кривизна. Решение задачи на этом этапе детально рассмотрено в работе [15].

Остановимся на решении задачи на втором этапе, т.е. в процессе эксплуатации. Зафиксируем форму трубы и остаточные напряжения в конце первого этапа.

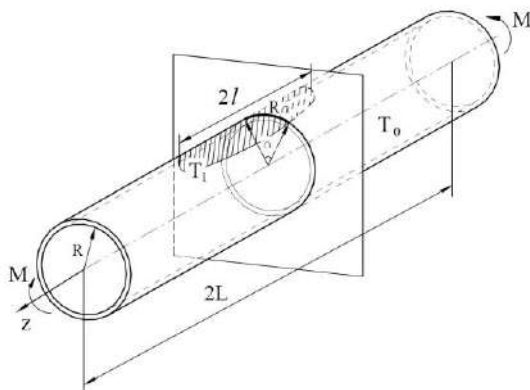


Рис. 1. Труба при термосиловом нагружении

Для описания механического поведения материала трубы воспользуемся простейшей теорией упруго идеально пластического течения. Разрешающие уравнения такой теории включают [1]:

1. Аддитивное представление для тензора полной скорости деформации

$$\dot{\boldsymbol{\epsilon}} = \dot{\boldsymbol{\epsilon}}_e + \dot{\boldsymbol{\epsilon}}_p + \dot{\boldsymbol{\epsilon}}_T, \tag{7}$$

где $\dot{\boldsymbol{\epsilon}}_e, \dot{\boldsymbol{\epsilon}}_p, \dot{\boldsymbol{\epsilon}}_T = \alpha T$ – скорости упругой, пластической и температурной деформации, α – коэффициент линейного удлинения.

2. Закон Гука

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}} = \mathbf{G}_e : (\dot{\boldsymbol{\epsilon}} - \dot{\boldsymbol{\epsilon}}_p), \quad \mathbf{C}^e = 2G_0 \left[\mathbf{I} + \frac{\nu}{1-2\nu} \mathbf{i} \otimes \mathbf{i} \right], \tag{8}$$

где \mathbf{C}^e – матрица упругой жесткости, G_0 – модуль упругого сдвига при комнатной температуре, ν – коэффициент Пуассона, \mathbf{I}, \mathbf{i} – единичные тензоры четвертого и второго ранга, соответственно.

3. Закон течения

$$\dot{\boldsymbol{\epsilon}}_p = \dot{\lambda} \mathbf{s},$$

где $\dot{\lambda}$ – пластический множитель, $\mathbf{s}' = \boldsymbol{\sigma}' - \text{tr}(\boldsymbol{\sigma}') \mathbf{i} / 3$ – девиатор тензора напряжений $\boldsymbol{\sigma}' = \boldsymbol{\sigma} - \sigma_0 \mathbf{i}$.

4. Функцию текучести

$$f \equiv \sqrt{\frac{3}{2}} \mathbf{s} : \mathbf{s} - \sigma_{0.2} \cdot q(\theta) = 0, \tag{9}$$

где $\sigma_{0,2}$ – предел текучести при комнатной температуре.

Для задания универсальных функций и констант материала использовались экспериментальные данные, приведенные в работе [7]. Для мягкой стали имеем $\sigma_{0,2} = 401 \text{ MPa}$, $G_0 = 85 \text{ GPa}$, $\nu = 0,3$.

В дальнейшем будем рассматривать такие отношения h/R , при которых трубу можно моделировать, как оболочку. Общая длина оболочки принималась равной $2L$ и выбиралась из тех соображений, чтобы на определенном расстоянии от нагретой области ее влиянием можно было пренебречь. Очевидно, что задача имеет две плоскости симметрии $z = L$ и $\varphi = 0, \pi/2$.

Для решения задачи использовался программный комплекс конечно-элементных расчетов ABAQUS. Задавалась цилиндрическая система координат θrz и, в силу симметрии, рассматривалась только четвертая часть трубы. На краю оболочки $z = 0$ принималось условие плоского сечения. На линиях пересечения поверхности оболочки с плоскостями симметрии $z = L$ и $\varphi = 0$ задавались условия симметрии.

Для обеспечения устойчивого счета, особенно в окрестности предельного значения момента, использовалась кинематическая схема нагружения – задавался угол поворота конечного сечения $\vartheta(t)$, а изгибающие моменты подсчитывались через полученные реакции в сечении $z = 0$

$$M = \sum_k \sigma_z^k y_k,$$

где σ_z^k , y_k – нормальные напряжения и координаты узлов в плоскости симметрии.

В дальнейшем будем рассматривать такие величины h/R , при которых трубу можно моделировать, как оболочку. Область нагрева на поверхности оболочки зададим в форме эллипса с полуосями l и αR , как показано на рис. 2.

Для решения задачи использовался вычислительный комплекс метода конечных элементов ABAQUS. Зададим цилиндрическую систему координат θrz и, в силу симметрии, будем рассматривать только четвертую часть оболочки длины L . На краю оболочки $z = 0$ принимается условие плоского сечения. На линиях пересечения поверхности оболочки с плоскостями симметрии $z = L$ и $\alpha = 0$ задаем известные условия симметрии.

Задаем температуру во всех точках оболочки $T_0 = 20^\circ \text{C}$, а в выделенной эллиптической области повышенную температуру $T_1 = 400^\circ \text{C}$.

Предварительные расчеты показали, что достаточной точности можно достичь с использованием разбивки, показанной на рис. 2а, которая составлена из конечных элементов STRI65 мембранного типа.

АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ

Рассматривалась труба с размерами $h = 10 \text{ мм}$, $L = 0,3$, $R = 213 \text{ мм}$. Исчерпание несущей способности фиксировалось достижением максимума на кривой изгибающий момент – кривизна. На рис. 2 представлена форма трубы с нанесенной на ее поверхность сеткой конечных элементов для случая.

На рис. 3 представлены программы термосилового нагружения трубы и на рис. 4 – зависимость изгибающего момента от угла поворота крайнего сечения трубы. Как видно из представленных результатов, на кривой момент-угол поворота возникает явно выраженный максимум, который и определяет исчерпание несущей способности трубы.

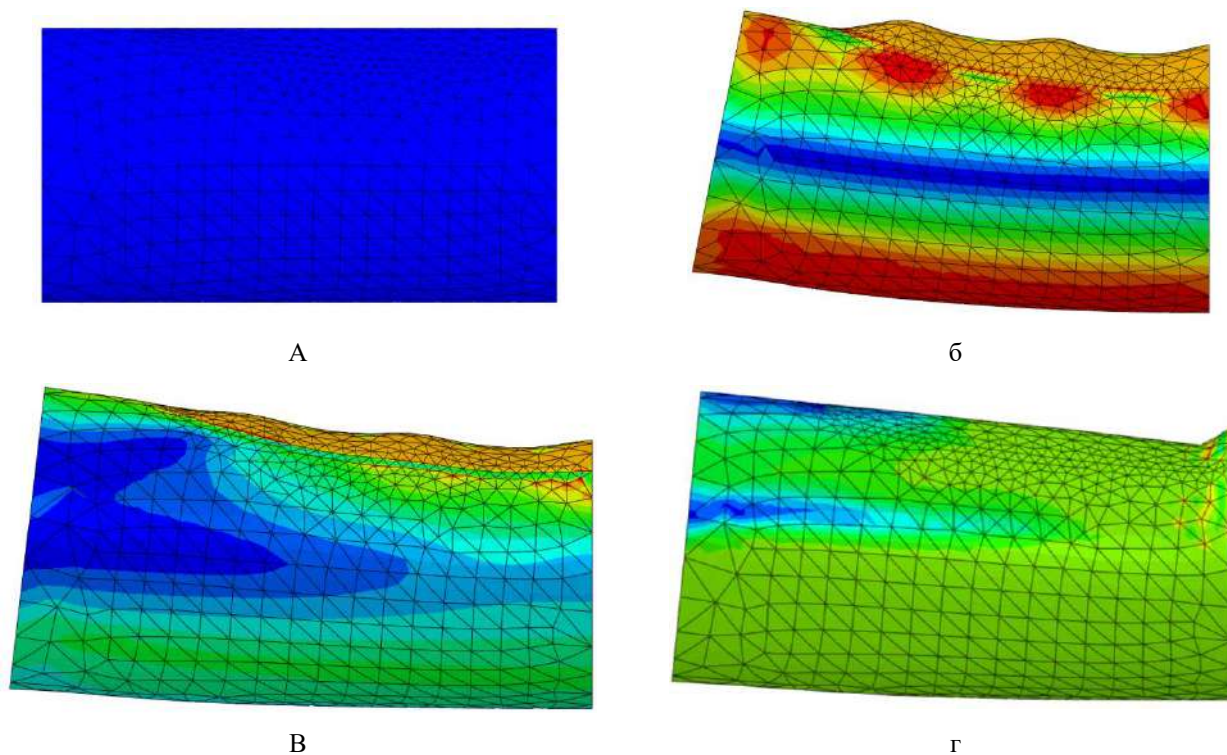


Рис. 2. Изменение формы трубы на различных стадиях термосилового нагружения: а – начальное состояние; б – нагружение на первом этапе; в – разгрузка в конце первого этапа; г – исчерпание несущей способности

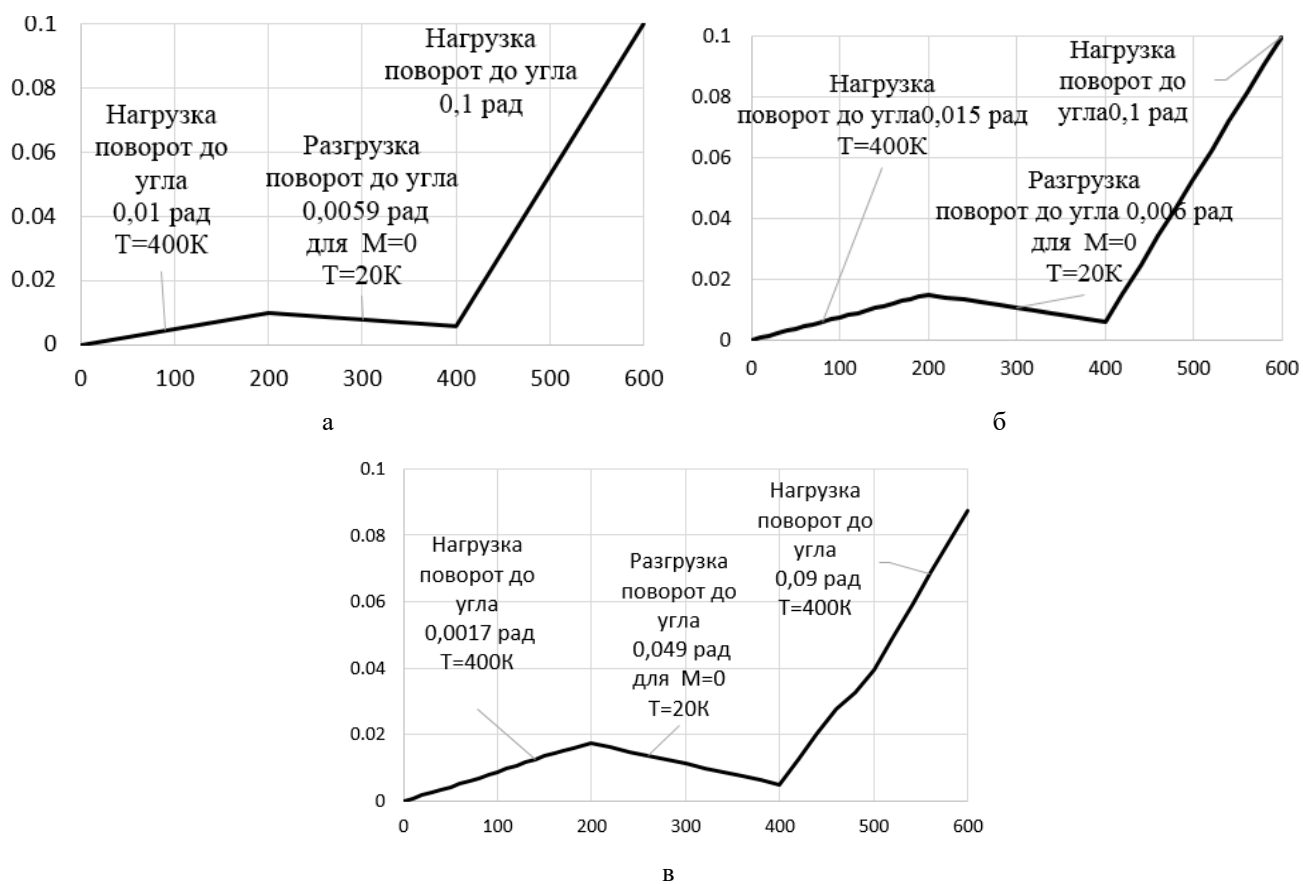


Рис. 3. Программа нагружения при: а) $L = 800$ мм; б) $L = 1200$ мм; в) $L = 1800$ мм

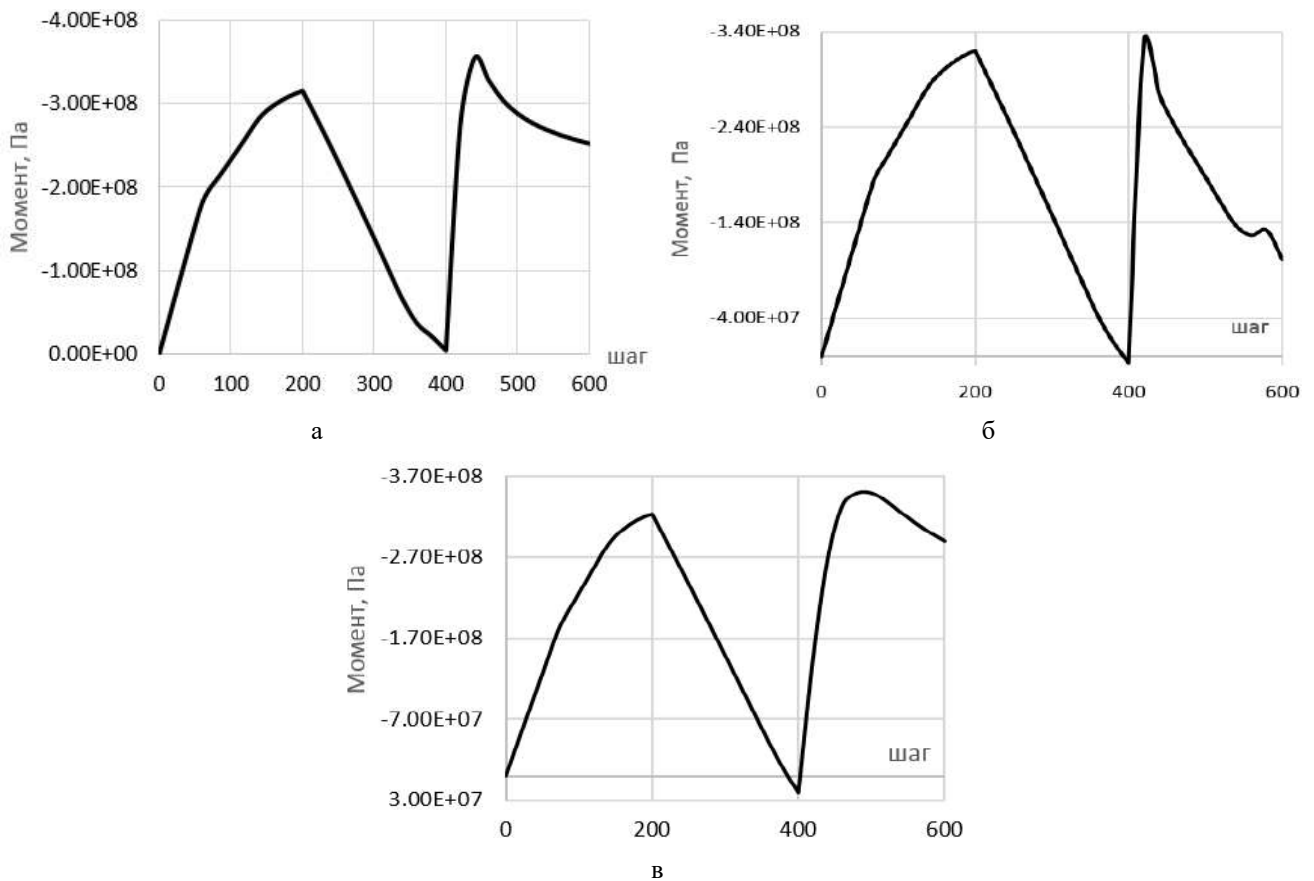


Рис. 4. Зависимость изгибающего момента от кривизны при:
а) $L = 800$ мм; б) $L = 1200$ мм; в) $L = 1800$ мм

ВЫВОДЫ

С помощью программного комплекса ABAQUS построена конечно-элементная модель деформации локально нагретой трубы при нагружении ее изгибающим моментом.

Построенная модель позволяет исследовать деформацию трубы при термосиловом нагружении на этапе гибки трубы, определить остаточное состояние трубы с заданными геометрическими размерами и получить предельное значение изгибающего момента.

ЛИТЕРАТУРА

1. Качанов Л. М. Основы теории пластичности. Москва: Изд-во Тех-теор. лит., 1956. С. 324.
2. Мерзляков В. А., Шевченко Ю. Н. Упругопластическое деформирование оболочек вращения при неосесимметричном нагружении (Обзор). *Прикл. мех.* 1999. № 5. С. 3–39.
3. Ништа А. П., Скворцов А. Н. Конечно-элементное моделирование напряженного состояния горячегнутого отвода производства ООО «Нефтегаздеталь». *Интеллектуальные системы в производстве.* 2013. № 2(22). С. 93–96. URL: <http://izdat.istu.ru/index.php/ISM/article/view/1624/437>.
4. Asao H., Okada K., Watanabe M., Matsumoto H., Umehara N. Analysis in workability of pipe bending using high frequency induction heating. *Proceedings of The Twenty – Fourth International Machine Tool design and Research Conference.* 1983. P. 97–104.
5. Asao H., Okada K., Fujishima S., Matsumoto T. Numerical analysis of bending force in tube bending using frequency induction heating-investigation of metal forming local heating. *I, J. JSTP.* 1987. Vol. 28(313). P. 150–157.
6. Behne T. A new bending technique for large diameter pipe. *IAMI.* 1983. Vol. 1. P. 34.
7. Chen J., Young B., Uy B. Behavior of High Strength Structural Steel at Elevated Temperatures. *Journal of Structural Engineering.* 2006. Vol. 132(12). P. 1948–1954. URL: <http://dx.doi.org/10.1016/j.tws.2013.08.014>.

8. Guo L., Yang S., Jiao H. Behavior of thin-walled circular hollow section tube subjected to bending. *Thin-Walled Structures*. 2013. Vol. 73. P. 281–289. URL: <http://dx.doi.org/10.1016/j.tws.2013.08.014>.
9. Hea Y., Henga L., Zhiyonga Z., Meia Z., Jinga L., Guangjunb L. Advances and Trends on Tube Bending Forming Technologies. *Chinese Journal of Aeronautics*. 2012. Vol. 25. P. 1–12. doi:10.1016/S1000–9361(11)60356–7.
10. Hu Z., Li J. Q. Computer Simulation of Pipe–bending Processes with Small Bending Radius Using Local Induction Heating. *Journal of Materials Processing Technology*. 1999. Vol. 91. P. 75–79. URL: [http://dx.doi.org/10.1016/S0924–0136\(98\)00425–7](http://dx.doi.org/10.1016/S0924–0136(98)00425–7).
11. Orcan Y., Eraslan A. N. Thermal stresses in elastic–plastic tubes with temperature–dependent mechanical and thermal properties. *Journal of Thermal stresses*. 2001. Vol. 24, №11. P. 1097–1113. URL: <http://dx.doi.org/10.1080/01495730152620087>.
12. Panchal D. D., Patel A. M. Experimental Investigations in Pipe Bending Methods: A Literature Review. *International Journal of Advanced Research*. 2016. Vol. 4, Is. 4. P. 77–81. Journal DOI: 10.21474/IJAR01.
13. Wang Z. T., Hu Z. Theory of pipe–bending to a small bend radius using induction heating. *J. Mater. Process. Technol.* 1990. Vol. 21. P. 275–284. DOI: 10.1016/0924–0136(90)90047–X.
14. Xu Y., Zhang S., Cheng M., Song H., Zhang X. Application of pulsating hydroforming in manufacture of engine cradle of austenitic stainless steel. *Procedia Engineering*. 2014. Vol. 8. P. 12205–2210. doi:10.1016/j.proeng.2014.10.309
15. Свитлинець А. М., Онищенко І. С., Черняков Ю. А. Остаточные напряжения и деформации в трубе после предварительного изгиба и локального нагрева. *Строительство, материаловедение, машиностроение: сб. научн. трудов*. 2016. Вып. 92. С. 132–137.

REFERENCES

1. Kachanov, L. M. (1956). Fundamentals of the theory of plasticity. Moscow: Izd-vo Tekh-teor. lit.
2. Merzlyakov, V. A. & Shevchenko, Yu. N. (1999). Elastic-plastic deformation of shells of rotation under nonaxisymmetric loading. *Prikl. Mekh.*, No. 5, pp. 3-39.
3. Nishta, A. P. & Skvortsov, A. N. (2013). Finite-element modeling of the stressed state of the hot-bent branch pipe produced by “neftegazdetal”. *Intellectual'nyye sistemy v proizvodstve*, No. 2(22), pp. 93-96. Retrieved from <http://izdat.istu.ru/index.php/ISM/article/view/1624/437>.
4. Asao, H., Okada, K., Watanabe, M., Matsumoto, H. & Umeharea, N. (1983). Analysis in workability of pipe bending using high frequency induction heating. *Proceedings of The Twenty – Fourthth International Machine Tool design and Research Conference*, (pp. 97-104).
5. Asao, H., Okada, K., Fujishima, S. & Matsumoto, T. (1987). Numerical analysis of bending force in tube bending using frequency induction heating-investigation of metal forming local heating. I, *J. JSTP*, Vol. 28(313), pp. 150-157.
6. Behne, T. (1983). A new bending technique for large diameter pipe. *IAMI*, Vol. 1, p. 34.
7. Chen, J., Young, B. & Uy, B. (2006). Behavior of High Strength Structural Steel at Elevated Temperatures. *Journal of Structural Engineering*, Vol. 132(12), pp. 1948-1954. Retrieved from <http://dx.doi.org/10.1016/j.tws.2013.08.014>.
8. Guo, L., Yang, S. & Jiao, H. (2013). Behavior of thin-walled circular hollow section tube subjected to bending. *Thin-Walled Structures*, Vol. 73, pp. 281-289. Retrieved from <http://dx.doi.org/10.1016/j.tws.2013.08.014>.
9. Hea, Y., Henga, L., Zhiyonga, Z., Meia, Z., Jinga, L. & Guangjunb, L. (2012). Advances and Trends on Tube Bending Forming Technologies. *Chinese Journal of Aeronautics*, Vol. 25, pp. 1-12. doi: 10.1016/S1000–9361(11)60356–7.
10. Hu, Z. & Li, J. Q. (1999). Computer Simulation of Pipe–bending Processes with Small Bending Radius Using Local Induction Heating. *Journal of Materials Processing Technology*, Vol. 91, pp. 75-79. Retrieved from [http://dx.doi.org/10.1016/S0924–0136\(98\)00425–7](http://dx.doi.org/10.1016/S0924–0136(98)00425–7).
11. Orcan, Y. & Eraslan, A. N. (2001). Thermal stresses in elastic–plastic tubes with temperature–dependent mechanical and thermal properties. *Journal of Thermal stresses*, Vol. 24, No. 11, pp. 1097-1113. Retrieved from <http://dx.doi.org/10.1080/01495730152620087>.

12. Panchal, D. D. & Patel, A. M. (2016). Experimental Investigations in Pipe Bending Methods: A Literature Review. International Journal of Advanced Research, Vol. 4, Is. 4, pp. 77-81. Journal DOI: 10.21474/IJAR01.
13. Wang, Z. T. & Hu, Z. (1990). Theory of pipe-bending to a small bend radius using induction heating. J. Mater. Process. Technol, Vol. 21, pp. 275-284. DOI: 10.1016/0924-0136(90)90047-X.
14. Xu, Y., Zhang, S., Cheng, M., Song, H. & Zhang, X. (2014). Application of pulsating hydroforming in manufacture of engine cradle of austenitic stainless steel. Procedia Engineering, Vol. 8, pp. 12205-2210. doi:10.1016/j.proeng.2014.10.309.
15. Svitlinets, A. M., Onishchenko, I. S. & Chernyakov, Yu. A. (2016). Residual stresses and strains in the pipe after preliminary bending and local heating. Stroitel'stvo, materialovedeniye, mashinostroyeniye: sb. nauchn. Trudov, Iss. 92, pp. 132-137.

УДК 517.988 : 519.632

ЗАСТОСУВАННЯ МЕТОДІВ ФУНКЦІЙ ГРИНА ТА КВАЗИФУНКЦІЙ ГРИНА-РВАЧОВА ДЛЯ ПОБУДОВИ ДВОБІЧНИХ ІТЕРАЦІЙНИХ ПРОЦЕСІВ РОЗВ'ЯЗАННЯ НЕЛІНІЙНИХ КРАЙОВИХ ЗАДАЧ

Сидоров М. В., к. ф.-м. н., доцент

*Харківський національний університет радіоелектроніки,
просп. Науки, 14, Харків, 61000, Україна*

maxim.sidorov@nure.ua

У роботі розглянуто питання побудови двобічних наближень до додатного розв'язку нелінійної крайової задачі $-\Delta u = f(\mathbf{x}, u)$ у $\Omega \subset \mathbf{R}^2$, $u = 0$ на $\partial\Omega$. Дослідження цієї задачі проводиться методами теорії нелінійних операторів у напівупорядкованих просторах. За допомогою методу функцій Гріна або методу квазіфункцій Гріна-Рвачова нелінійна задача перетворюється на нелінійне інтегральне рівняння Гаммерштейна або Урисона відповідно, розглядуване як нелінійне операторне рівняння з гетеротонним оператором у просторі неперервних функцій $C(\bar{\Omega})$, напівупорядкованому конусом невід'ємних функцій. Далі для розв'язання нелінійного інтегрального рівняння застосовується метод послідовних наближень. Отримано умови двобічної збіжності побудованого ітераційного процесу. Обчислювальний експеримент проведено для задачі зі степеневою нелінійністю.

Ключові слова: нелінійна крайова задача; додатний розв'язок; сильно інваріантний конусний відрізок; гетеротонний оператор; двобічні наближення; функція Гріна; квазіфункція Гріна-Рвачова.

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДОВ ФУНКЦИЙ ГРИНА И КВАЗИФУНКЦИЙ ГРИНА-РВАЧЕВА ДЛЯ ПОСТРОЕНИЯ ДВУСТОРОННИХ ИТЕРАЦИОННЫХ ПРОЦЕССОВ РЕШЕНИЯ НЕЛИНЕЙНЫХ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ

Сидоров М. В., к. ф.-м. н., доцент

*Харьковский национальный университет радиоэлектроники,
просп. Науки, 14, Харьков, 61000, Украина*

maxim.sidorov@nure.ua

В работе рассмотрен вопрос построения двусторонних приближений к положительному решению нелинейной краевой задачи $-\Delta u = f(\mathbf{x}, u)$ в $\Omega \subset \mathbf{R}^2$, $u = 0$ на $\partial\Omega$. Исследование этой задачи проводится методами теории нелинейных операторов в полуупорядоченных пространствах. С помощью метода функций Грина или метода квазифункций Грина-Рвачева нелинейная задача преобразовывается в нелинейное интегральное уравнение Гаммерштейна или Урисона соответственно, рассматриваемое как нелинейное операторное уравнение с