

УДК 539.3

ДВОВІСНИЙ РОЗТЯГ ПЛАСТИНИ З АБСОЛЮТНО ЖОРСТКОЮ КРУГОВОЮ ШАЙБОЮ ТА РАДІАЛЬНОЮ ТРІЩИНОЮ З УРАХУВАННЯМ ПЛАСТИЧНИХ ЗОН ПОБЛИЗУ ЇЇ ВЕРШИН

¹Слободян М. С., к. ф.-м. н., доцент, ¹Матулка М. І., аспірант, ²Білаш О. В., к. е. н, викладач

¹Львівський національний університет імені Івана Франка,
вул. Університетська, 1, м. Львів, 79000, Україна

²Національна академія сухопутних військ імені гетьмана Петра Сагайдачного,
вул. Героїв Майдану, 32, м. Львів, 79012, Україна

slobkolia@gmail.com, maryana.matulka@gmail.com, oksana.opanasovych@gmail.com

У роботі побудовано розв'язок задачі про двовісний розтяг нескінченної ізотропної пластини з абсолютно жорсткою круговою шайбою та радіальною тріщиною. При розв'язуванні задачі припускалося, що під дією рівномірно розподіленого розтягувального навантаження на нескінченності біля вершин тріщини утворилися прямолінійні пластичні зони. Розв'язок задачі побудований з використанням методів теорії функцій комплексної змінної та комплексних потенціалів і зведений до системи сингулярних інтегральних рівнянь відносно стрибків переміщень у плоскій задачі, яка розв'язана чисельно за допомогою методу механічних квадратур. Проведено числовий аналіз задачі та побудовані графічні залежності довжини пластичних зон при різних параметрах задачі.

Ключові слова: тріщина, розтяг, жорстка шайба, ізотропна пластинка, комплексні потенціали, пластична зона.

ДВУХОСНОЕ РАСТЯЖЕНИЕ ПЛАСТИНЫ С АБСОЛЮТНО ЖЕСТКОЙ КРУГОВОЙ ШАЙБОЙ И РАДИАЛЬНОЙ ТРЕЩИНОЙ С УЧЕТОМ ПЛАСТИЧЕСКИХ ЗОН ОКОЛО ЕЕ ВЕРШИН

¹Слободян Н. С., к. ф.-м. н., доцент, ¹Матулка М. И., аспирант,
²Білаш О. В., к. е. н, преподаватель

¹Львовский национальный университет имени Ивана Франко,
ул. Университетская, 1, г. Львов, 79000, Украина

²Национальная академия сухопутных войск имени гетмана Петра Сагайдачного,
ул. Героев Майдана, 32, г. Львов, 79012, Украина

slobkolia@gmail.com, maryana.matulka@gmail.com, oksana.opanasovych@gmail.com

В работе исследуется задача о двухосном растяжении бесконечной изотропной пластины с абсолютно жесткой круговой шайбой и радиальной трещиной. При решении задачи считалось, что под действием равномерно распределенной нагрузки на бесконечности около вершин трещины образовались прямолинейные пластические зоны. Решение задачи построено с использованием методов теории функций комплексного переменного и комплексных потенциалов и сведено к системе сингулярных интегральных уравнений относительно скачков перемещений, которая решена численно с помощью метода механических квадратур. Проведен численный анализ задачи и построены графические зависимости длины пластических зон при разных параметрах задачи.

Ключевые слова: трещина, растяжение, жёсткая шайба, изотропная пластинка, комплексные потенциалы, пластическая зона.

THE BIAxIAL TENSION OF THE PLATE WITH A CIRCLE WASHER AND A RADIAL CRACK TAKING INTO ACCOUNT THE PLASTIC ZONES NEAR ITS TOPS

¹Slobodyan M. S., Ph. D. in Physics and Maths, associate professor, ¹Matulka M. I., postgraduate,
²Bilash O. V., Ph. D. in Economic Sciences, lecturer

¹Ivan Franko National University of Lviv,
1, Universytetska Str., Lviv, 79000, Ukraine

²Hetman Petro Sahaidachnyi National Army Academy,
32, Heroiv Maydana Str., 32, Lviv, 79000, Ukraine

slobkolia@gmail.com, maryana.matulka@gmail.com, oksana.opanasovych@gmail.com

In the paper was researched the problem of biaxial tension of the infinite isotropic plate with the absolutely rigid washer and the radial crack. On the boundary of an absolutely rigid circular washer the conditions for perfect mechanical contact are implemented. The shores of the crack is free of external load. The vectors of the applied to the plate evenly distributed tensile load are perpendicular and parallel to the crack. When solving the problem, it was assumed that under the evenly distributed tensile load at infinity, rectilinear plastic zones were formed at the vertices of the crack. Problem solved with such boundary conditions: $u_{rr} = 0$, $u_{r\theta} = 0$, $t \in L$; $\sigma_{x_1 y_1}^{\pm} = 0$, $x_1 \in \tilde{L}_1$; $\sigma_{y_1 y_1}^{\pm} = 0$, $x_1 \in L_1$; $\sigma_{y_1 y_1}^{\pm} = \sigma_0^{(1)}$, $x_1 \in L'_1$; $\sigma_{y_1 y_1}^{\pm} = \sigma_0^{(2)}$, $x_1 \in L''_1$, where u_{rr} and $u_{r\theta}$ – components of the vector of displacements in the polar coordinate system, $\sigma_{x_1 y_1}$, $\sigma_{y_1 y_1}$ – components of stress tensor in the Cartesian coordinate system; $\sigma_0^{(1)}$ i $\sigma_0^{(2)}$ – unknown normal stresses in the plastic zones for which the Miesz's plasticity conditions are fulfilled in the form of a surface layer, L – the boundary of an absolutely rigid circular washer, L_1 – area, where placed crack, L'_1 , L''_1 – area, where placed plastic zone, $\tilde{L}_1 = L_1 \cup L'_1 \cup L''_1$; "+" and "-" marked limit value at the appropriate value on $y \rightarrow \pm 0$; $[f] = f^+ - f^-$. Using the methods of the theory of functions of complex variable and complex potentials Kolosov-Muskhelishvili constructed linear conjugation problems. The obtained linear conjugation problems are solved analytically and a system of singular integral equations with respect to jumps of displacements on the banks of the crack and in plastic zones is obtained. This system of singular integral equations, using the method of mechanical quadrature's, is reduced to a system of algebraic equations, which is numerically solved by the Gaussian method. A numerical analysis of the problem was carried out and graphic dependences of the length of plastic zones were constructed under various geometric parameters of the problem and different values of the uniformly distributed stress expansion at infinity. In some cases, the obtained results coincided with the known results obtained in the scientific works by other authors.

Key words: crack, tension, rigid washer, isotropic plate, complex potentials, plastic zone.

ВСТУП

У машинобудуванні та інших галузях техніки широко використовують пластинчасті елементи конструкцій. Їх дієздатність і експлуатаційні характеристики залежать від тріщиноподібних дефектів та включень, які різко знижують діапазон допустимого навантаження. Під час експлуатації пластинчатих елементів важливо знати, яким чином такі дефекти впливають на міцність та механічні характеристики конструкції.

Розв'язками плоских задач з отворами, шайбами та тріщинами за розтягу пластини займалися багато авторів. Проте в цих роботах не враховувалися пластичні зони, які можуть утворитися на продовженні тріщин. У [1] проведено огляд досліджень для задач розтягу тіл з тріщиною, у вершині якої утворюються пластичні зони, та наведено критерії руйнування. У статті [2] досліджено одновісний розтяг пластини з наскрізною тріщиною у пластичній постановці. У роботі [3] з використанням умови пластичності Мізеса визначена пластична область на продовженні тріщини у пластині. Задачі розтягу однорідної та кусково-однорідної

пластини з однією або двома прямолінійними тріщинами з урахуванням пластичних зон біля вершин розв'язано у [4-6].

У нашій роботі досліджується задача про двовісний розтяг ізотропної пластини з абсолютно жорсткою круговою шайбою та радіальною тріщиною з урахуванням лінійчатих пластичних зон на її продовженні.

ФОРМУЛЮВАННЯ ЗАДАЧІ

Розглянемо безмежну ізотропну пластину завтовшки $2h$ з абсолютно жорсткою круговою шайбою радіуса R та прямолінійною тріщиною завдовжки $2l$. Береги тріщини вільні від зовнішнього навантаження. Відстань від межі кругового отвору до центру тріщини позначимо d . Вважається, що під дією рівномірно розподіленого розтягуювального навантаження на нескінченності P_1 і P_2 (див. рис. 1) біля вершин тріщини утворилися пластичні зони завдовжки w_1 і w_2 . У серединній площині пластини виберемо декартову систему координат $Ox\tilde{z}$ з початком у центрі шайби, направивши вісь Ox вздовж тріщини, а вісь $O\tilde{z}$ – перпендикулярно до неї, та полярну систему координат з центром у точці O та полярною віссю Ox , а в центрі тріщини виберемо декартову систему координат $O_1x_1y_1$. Межу шайби позначимо через L , лінію, де розміщена тріщина – L_1 , пластичні зони – L'_1 і L''_1 , відстань між центром отвору та центром тріщини – x_0 ; $\tilde{L}_1 = L_1 \cup L'_1 \cup L''_1$.

Розв'язок задачі будемо визначати за таких крайових умов:

$$u_{Pr} = 0, \quad u_{P\theta} = 0, \quad t \in L; \quad (1)$$

$$\sigma_{x_1y_1}^{\pm} = 0, \quad x_1 \in \tilde{L}_1; \quad \sigma_{y_1y_1}^{\pm} = 0, \quad x_1 \in L_1; \quad \sigma_{y_1y_1}^{\pm} = \sigma_0^{(1)}, \quad x_1 \in L'_1; \quad \sigma_{y_1y_1}^{\pm} = \sigma_0^{(2)}, \quad x_1 \in L''_1, \quad (2)$$

де u_{Pr} і $u_{P\theta}$ – компоненти вектора переміщень у полярній системі координат, $\sigma_{x_1y_1}$, $\sigma_{y_1y_1}$ – компоненти тензора напружень у декартовій системі координат; $\sigma_0^{(1)}$ і $\sigma_0^{(2)}$ – невідомі нормальні напруження у пластичних зонах, для яких виконуються умови пластичності Треска [7].

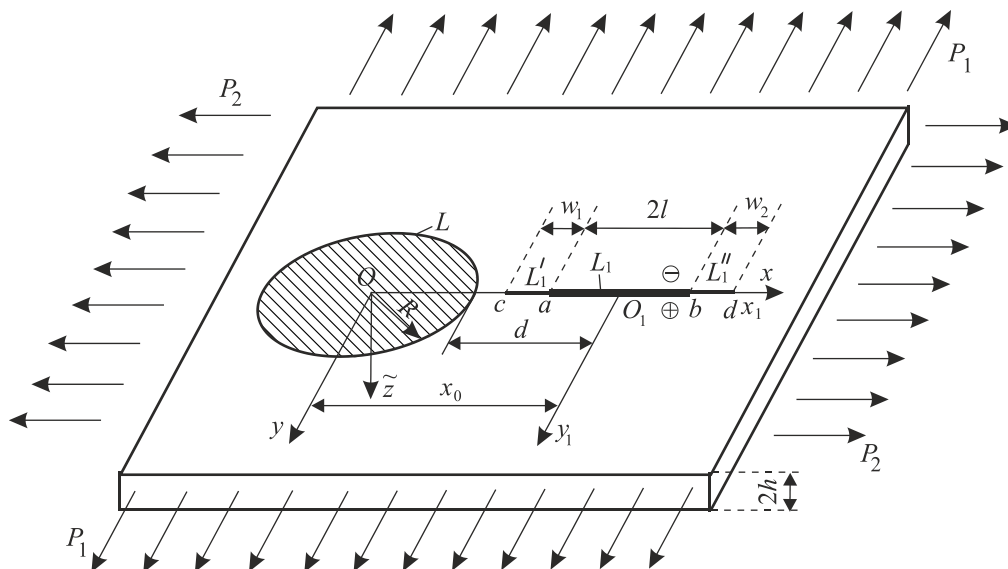


Рис. 1. Схема навантаження пластини та розміщення тріщини з пластичними зонами

РОЗВ'ЯЗОК ЗАДАЧІ

З використанням комплексних потенціалів плоскої задачі [8], аналогічним методом як у [9], задовольняючи крайові умови (1)-(2), розв'язок задачі зведений до задач лінійного

спряження, на підставі яких отримано систему сингулярних інтегральних рівнянь відносно невідомих стрибків переміщень на берегах тріщини $G(\eta)$, яка набуде вигляду:

$$\int_{-1}^1 \{R(\eta, \xi) + S(\eta, \xi)\} G_1(\eta) d\eta = P(\xi) + H(\xi), \quad \xi \in [-1, 1], \quad (3)$$

$$\int_{-1}^1 \{R(\eta, \xi) - S(\eta, \xi)\} G_2(\eta) d\eta = 0, \quad \xi \in [-1, 1], \quad (4)$$

де

$$R(\eta, \xi) = \frac{1}{\pi(\eta - \xi)} + R^I(\eta, \xi) + \left(1 + \frac{1}{X^2}\right) R^{II}(\eta, \xi) + \left(X - \frac{1}{X}\right) R^{III}(\eta, \xi) + \frac{1}{X^2} R^{IV}(\eta, \xi),$$

$$S(\eta, \xi) = S^I(\eta, \xi) + \left(1 + \frac{1}{X^2}\right) S^{II}(\eta, \xi) + \left(X - \frac{1}{X}\right) S^{III}(\eta, \xi) + \frac{1}{X^2} S^{IV}(\eta, \xi),$$

$$R^I(\eta, \xi) = -\frac{1}{2\pi\kappa X} \cdot \frac{1}{TX - 1}, \quad S^I(\eta, \xi) = -\frac{1}{2\pi\kappa} \left\{ \frac{\lambda}{T} + \frac{\lambda(X^2 - 1)}{X(TX - 1)^2} - \frac{\lambda}{X} \cdot \frac{X^2 + 1}{TX - 1} \right\},$$

$$R^{II}(\eta, \xi) = -\frac{1}{2\pi\kappa} \left\{ \frac{\lambda}{T} + \frac{\lambda(X^2 - 1)}{X(TX - 1)^2} - \frac{\lambda}{X} \cdot \frac{X^2 + 1}{TX - 1} \right\}, \quad S^{II}(\eta, \xi) = -\frac{1}{2\pi\kappa X} \cdot \frac{\lambda}{TX - 1},$$

$$R^{III}(\eta, \xi) = -\frac{1}{\pi\kappa} \frac{\lambda}{(TX - 1)^2} \left\{ \frac{2}{X^2} + \frac{TX - 1}{X^2} - \frac{1}{X^2} \frac{X^2 - 1}{TX - 1} \right\},$$

$$S^{III}(\eta, \xi) = \frac{1}{\pi\kappa X^2} \frac{\lambda}{TX - 1} \left(1 + \frac{1}{2(TX - 1)}\right), \quad R^{IV}(\eta, \xi) = -\frac{\kappa\lambda X}{2\pi(TX - 1)}, \quad S^{IV}(\eta, \xi) = \frac{\lambda}{2\pi T},$$

$$P(\xi) = 2\gamma + \kappa\gamma' + \frac{\gamma}{X^2} + \frac{\kappa\gamma'}{X^2} + \frac{(2X^2 - 3)}{X^4} \gamma', \quad \gamma = \frac{P_1^* + P_2^*}{4}, \quad \gamma' = -\frac{P_1^* - P_2^*}{2}, \quad P_1^* = \frac{P_1}{\sigma_Y}, \quad P_2^* = \frac{P_2}{\sigma_Y},$$

$$H(\xi) = \begin{cases} 1, & -1 \leq \xi \leq -1 + w_1^*, \\ 0, & -1 + w_1^* < \xi < 1 - w_2^*, \quad w_1^* = \frac{w_1}{l}, \quad w_2^* = \frac{w_2}{l}, \\ 1, & 1 - w_2^* \leq \xi \leq 1, \end{cases}$$

$$T = 1 + \varepsilon + \lambda\eta, \quad X = 1 + \varepsilon + \lambda\xi, \quad \lambda = l/R, \quad \sigma_0^{(1)} = \sigma_0^{(2)} = \sigma_Y, \quad \frac{x_0}{R} = 1 + \frac{d}{R} = 1 + \varepsilon, \quad \varepsilon = \frac{d}{R},$$

$$G(x) = G_1(x) + iG_2(x) = \frac{hg'(x)}{\sigma_Y}, \quad g'(x) = \frac{2\mu}{(1 + \kappa)i} [\partial_x(u_{II} + iv_{II})], \quad \mu = \frac{E}{2(1 + \nu)}, \quad \kappa = \frac{3 - \nu}{1 + \nu},$$

$G_1(x)$, $G_2(x)$ – дійсні невідомі функції; E – модуль Юнга; ν – коефіцієнт Пуассона; σ_Y – межа текучості матеріалу пластини.

Зауважимо, що ядра $R(\eta, \xi)$ і $S(\eta, \xi)$ збігаються з відповідними ядрами, отриманими в монографії [10] іншим підходом.

Виходячи з умов однозначності переміщень при обході контуру тріщини, отримаємо

$$\int_{-1}^1 \{G_1(\eta) + iG_2(\eta)\} d\eta = 0. \quad (5)$$

Коефіцієнти інтенсивності зусиль (КІЗ) $k = k_1 - ik_2$ можна обчислити за формулами [10]

$$k^\pm = \mp h \lim_{x \rightarrow \pm l} (f(x)g'(x)), \quad f(x) = \sqrt{(l^2 - x^2)/l}.$$

Оскільки у вершинах тріщини КІЗ рівні нулеві, тоді

$$k^a = 0, \quad k^b = 0,$$

то

$$G(-1) = 0, \quad G(1) = 0. \quad (6)$$

Отримана система сингулярних інтегральних рівнянь (3)-(6) за допомогою методу механічних квадратур [10] зведена до наступної системи алгебраїчних рівнянь відносно невідомих $U_i(\eta_m)$ ($i=1,2$):

$$\begin{aligned} \frac{\pi}{M} \sum_{m=1}^M (R(\eta_m, \xi_r) + S(\eta_m, \xi_r)) U_1(\eta_m) &= P(\xi_r) + H(\xi_r), \quad r = \overline{1, M-1}, \\ \sum_{m=1}^M (R(\eta_m, \xi_r) - S(\eta_m, \xi_r)) U_2(\eta_m) &= 0, \quad r = \overline{1, M-1}, \\ \sum_{m=1}^M U_1(\eta_m) &= 0, \quad \sum_{m=1}^M U_2(\eta_m) = 0, \end{aligned} \quad (7)$$

$$\text{де } \eta_m = \cos \frac{2m-1}{2M} \pi, \quad \xi_r = \cos \frac{\pi r}{M}, \quad T_m = 1 + \varepsilon + \lambda \eta_m, \quad X_r = 1 + \varepsilon + \lambda \xi_r,$$

$$G_i(\eta) = \frac{U_i(\eta)}{\sqrt{1-\eta^2}}, \quad i=1,2.$$

Зведені КІЗ k^* обчислюються за формулою [10]

$$k^* = \frac{hk}{M_y^\infty \sqrt{l}} = \mp u(\pm 1),$$

де

$$\begin{aligned} u(1) &= \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M (-1)^{m+1} (U_1(\eta_m) + iU_2(\eta_m)) \operatorname{ctg} \frac{2m-1}{4M} \pi, \\ u(-1) &= \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M (-1)^{m+M} (U_1(\eta_m) + iU_2(\eta_m)) \operatorname{tg} \frac{2m-1}{4M} \pi. \end{aligned} \quad (8)$$

Урахувавши (6), із (8) отримаємо

$$\begin{aligned} \sum_{m=1}^M (-1)^{m+M} U_j(\eta_m) \operatorname{tg} \frac{2m-1}{4M} \pi &= 0, \quad j=1,2, \\ \sum_{m=1}^M (-1)^{m+1} U_j(\eta_m) \operatorname{ctg} \frac{2m-1}{4M} \pi &= 0, \quad j=1,2. \end{aligned} \quad (9)$$

Розв'язування задачі зведено до системи алгебраїчних рівнянь (7), (9).

ЧИСЛОВИЙ АНАЛІЗ ТА ВИСНОВКИ

На основі розв'язку системи алгебраїчних рівнянь (7), (9) був проведений числовий аналіз задачі при $\nu = 0.3$, який поданий на рис. 2.

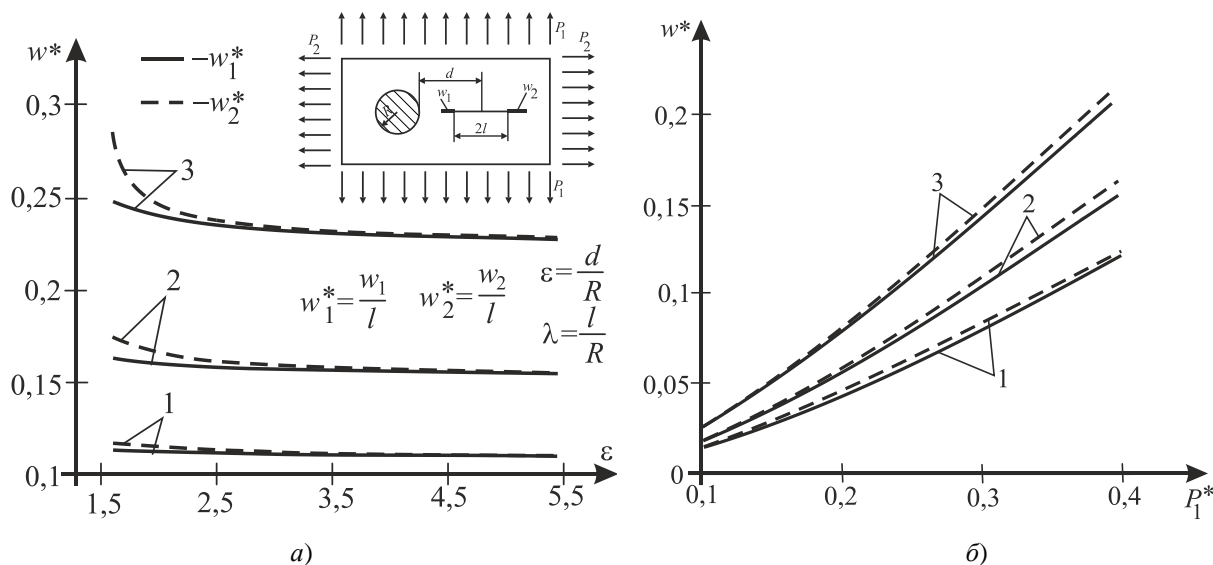


Рис. 2. Безрозмірна довжина пластичних зон w^* від відносної відстані між центром тріщини на межу шайби ϵ (рис. а) та від зовнішнього навантаження P_1^* (рис. б)

На рис. 2 наведена графічна залежність безрозмірної довжини пластичних зон w^* від відносної відстані між центром тріщини на межу шайби ϵ (рис. а) та від зовнішнього навантаження P_1^* (рис. б). Рис. а) побудовано при $P_2^* = 0.3$, $\lambda = 1$, при чому крива 1 побудована при $P_1^* = 0.4$, крива 2 – при $P_1^* = 0.5$, крива 3 – при $P_1^* = 0.6$. Рис. б) побудовано при $\epsilon = 2$, $\lambda = 1$, при чому крива 1 побудована при $P_2^* = 0.4$, крива 2 – при $P_2^* = 0.4$, крива 3 – при $P_2^* = 0.4$. Як бачимо з рис. а), при віддаленні тріщини від шайби довжини пластичних зон зменшуються і прямують до випадку для однієї ізольованої тріщини. З рис. б) бачимо, що зі збільшенням навантаження P_1^* довжини пластичних зон збільшуються.

ЛІТЕРАТУРА

1. Витвицький П. М., Панасюк В. В., Ярема С. Я. Пластические деформации в окрестности трещин и критерии разрушения. (Обзор). *Пробл. Прочности*. 1973. № 2. С. 3–18.
2. Костюшко І. А., Куземко В. А. Пружнопластична пластина з тріщиною нормального відриву. *Мат. методи та фіз. мех. поля*. 2001. 44, № 2. С. 123–126.
3. Castro et alii J. T. P. Characterization of crack tip stress fields. *Forni di Sopra (UD)*. 2011. P. 58–65.
4. Nykolyshyn M. M., Opanasovych V. K., Kurotchyn L. R., Slobodyan M. S. Biaxial tension of a homogeneous isotropic plate with two equal coaxial cracks with regard for plastic zones near their tips. *Journal of Mathematical Sciences*. 2010. Vol. 168, N. 5. P. 643–652.
5. Николишин М. М., Опанасович В. К., Куротчин Л. Р., Слободян М. С. Знаходження довжини пластичних зон біля вершин наскрізної тріщини на прямолінійній межі поділу матеріалів при розтязі кусково-однорідної ізотропної пластини. *Методи розв'язування прикладних задач механіки деформівного твердого тіла*. 2012. Вип. 136. С. 294–300.
6. Николишин М. М., Опанасович В. К., Куротчин Л. Р., Слободян М. С. Двовісний розтяг кусково-однорідної пластини з двома тріщинами на межі поділу матеріалів з урахуванням пластичних зон біля їхніх вершин. *Фізико-хімічна механіка матеріалів*. 2014. № 6. С. 67–72.
7. Кушнір Р. М., Николишин М. М., Осадчук В. А. Пружний та пружно-пластичний граничний стан оболонок з дефектами. Львів: СПОЛОМ, 2003. 320 с.
8. Мусхелишвили Н. И. Некоторые основные задачи математической теории упругости. Москва: Наука, 1966. 707 с.

9. Опанасович В., Слободян М. Двовісний згин безмежної пластини з абсолютно жорсткою шайбою та тріщиною, береги якої контактують. *Вісник Львівського державного аграрного університету*. 2007. № 8. С. 75–87.
10. Панасюк В. В., Саврук М. П., Дацьшин А. П. Распространение напряжений около трещин в пластинах и оболочках. Киев: Наук. думка, 1976. 444 с.

REFERENCES

1. Vitvitskiy, P. M., Panasuk, V. V. & Yarema, S. Ya. (1973). Plastic deformations in the vicinity of cracks and destruction criteria. *Problemi prochnosti*, No. 2, pp. 3-18.
2. Kostyushko, I. A. & Kuzemko, V. A. (2001). Elastic plate with a crack normal detachment. *Matematichni metodi ta fiziko-mehanichni polia*, 44, No. 2, pp. 123-126.
3. Castro et alii J.T.P. (2011). Characterization of crack tip stress fields. *Forni di Sopra (UD)*, pp. 58-65.
4. Nykolyshyn, M. M., Opanasovych, V. K., Kurotchyn, L. R. & Slobodyan, M. S. (2010). Biaxial tension of a homogeneous isotropic plate with two equal coaxial cracks with regard for plastic zones near their tips. *Journal of Mathematical Sciences*, Vol. 168, No. 5, pp. 643-652.
5. Nykolyshyn, M. M., Opanasovych, V. K., Kurotchyn, L. R. & Slobodyan, M. S. (2012). Finding the length of plastic zones near the top straight-through cracks in the materials at the interface roztyazi piecewise homogeneous isotropic plate. *Metodi rozviazuvannia prikladnih zadach mehaniki deformivnogo tverdogo tila*, No. 136, pp. 294-300.
6. Nykolyshyn, M. M., Opanasovych, V. K., Kurotchyn, L. R. & Slobodyan, M. S. (2014). Biaxial tension piecewise homogeneous plate with two cracks at the interface of materials based on plastic zones near their vertices. *Fiziko-himichna mehanika materialiv*, No. 6, pp. 67-72.
7. Kushnir, R. M., Nikolishin, M. M. & Osadchuk, V. A. (2003). Elastic and elastic-plastic shells with boundary condition defects. Lviv: SPOLOM.
8. Mushelishvili, N. I. (1966). Some basic problems of the mathematical theory of elasticity. Moscow: Nauka.
9. Opanasovich, V. & Slobodyan, M. (2007). Biaxial bending of plate with a rigid circular washer and crack with considering contact of it's edges. *Visnik Lvivskogo dergavnogo agrarnogo universitetu*, No. 8, pp. 75-87.
10. Panasyuk, V. V., Savruk, M. P. & Datsishin, A. P. (1976). Distribution of stresses around cracks in plates and shells. Kiev: Naukova Dumka.

УДК 539.3

АНАЛІТИКО-ЧИСЕЛЬНИЙ ПІДХІД ДО РОЗВ'ЯЗАННЯ ОСНОВНИХ ГРАНИЧНИХ ЗАДАЧ ДЛЯ БАГАТОШАРОВИХ ПЛИТ

Спиця О. Г.

*Запорізький національний університет,
вул. Жуковського, 66, м. Запоріжжя, 69600, Україна*

sputytsa.o.g@gmail.com

Метод функцій податливості поширено на розв'язання основних граничних задач для багатошарових плит з плоскопаралельними, ізотропними, зчепленими, необмеженими в плані шарами. Задача розв'язується методом двовимірного перетворення Фур'є. Напружений стан кожного шару визначається шістькою допоміжних функцій, які пов'язані з трансформантами напружень і переміщень точок верхньої границі шару за допомогою спеціальних рекурентних співвідношень, що містять функції податливості. У статті запропоновано матричний метод визначення функцій податливості плити, досліджено їх властивості й особливості чисельної реалізації побудови рекурентних співвідношень. Запропонований алгоритм розв'язку поставленої задачі реалізовано для тришарової плити, яка знаходиться під дією нормальних навантажень, прикладених до верхньої та нижньої границь плити.

Ключові слова: багатошарова плита, допоміжні функції шару, матриці податливості, рекурентні співвідношення, трансформанти напружень та переміщень, метод скінченних елементів.