

УДК 621.314.572

В.А. Ямницький<sup>1</sup>, П.А. Кулаков<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Научно-исследовательский производственный центр «ХАРКОС», Харьков

<sup>2</sup>Национальный технический университет «ХПИ», Харьков

## ИСПОЛЬЗОВАНИЕ СПЛАЙН-АППРОКСИМАЦИИ ДЛЯ ПРОГРАММНОГО ВЕДЕНИЯ ПРИВОДОВ КОСМИЧЕСКИХ РАДИОЛОКАТОРОВ И РАДИОТЕЛЕСКОПОВ

На примере радиотелескопа РТ-70 рассматривается вопрос о возможности использования сплайн-аппроксимации для программного ведения приводов космических радиолокаторов и радиотелескопов. Применение сплайн-аппроксимации дает результаты, обеспечивающие необходимую точность и плавность движения приводов космических радиолокаторов и радиотелескопов. При этом число кадров в файле исходных данных должно быть не менее 40. Проведена аттестация метода сплайн-аппроксимации

**Ключевые слова:** радиолокатор, программное ведение, сплайн-аппроксимация

### Введение

Программное ведение приводов космических радиолокаторов и радиотелескопов предъявляет высокие требования к точности используемой информации. Как правило, расчет исходных данных для программного ведения осуществляется заранее, и используется в процессе управления приводами в масштабе «реального времени» с использованием того или иного метода интерполяции. Так, движение объекта (космического аппарата, астероида, калибровочного радиостанции и др.) при проведении международных экспериментов на РТ-70 принято задавать файлами формата \*.dat (табл. 1). В этом формате используется последовательность «кадров», в состав которых входит время, прямое восхождение и склонение, заданные во 2-й экваториальной системе координат с точностью до 4-го знака после запятой.

Поскольку полуширина диаграммы направленности космических радиолокаторов и радиотелескопов может составлять величину от единиц до десятков угловых секунд (для РТ-70 на волне 1,37 см – около 20 угловых секунд), то точность интерполированных данных должна находиться на том же уровне.

### Используемые методы интерполяции

Чаще всего для интерполяции используется полиномиальное представление, которое формируется на основе исходных данных с помощью метода наименьших квадратов (МНК). При управлении РТ-70 используется полином, формируемый с использованием семи последовательных кадров [1].

Такой метод требует постоянного использования МНК и, главное, не обеспечивает «гладкости» управления приводами на стыках между кадрами.

Таблица 1

Формат исходных данных для программного ведения радиотелескопа РТ-70

NF	NNIP	NOBJ	NINT	NCADR	DATAS	y	m	d	DATAF	y	m	d
dd	dd	dd	dd	ddd		dddd	dd	dd		dddd	dd	dd
время		восхождение			склонение			паралакс		дальность		
dd dd dd		dd dd dd.dddd			dd dd dd.dddd			dd dd dd.dddd		dddddddd		

Используются и более сложные методы интерполяции. Так, для программного ведения приводов космических телескопов КОС в масштабе «реального времени» используется аналитический метод прогноза движения космического объекта [2]. Этот метод не обеспечивает необходимой точности интерполяции и требует постоянной коррекции, осуществляемой с помощью телевизионной системы, поэтому он не применим для космических радиолокаторов и радиотелескопов.

Предлагается для интерполяции данных космических радиолокаторов и радиотелескопов использовать метод сплайн-аппроксимации, который лишен указанных выше недостатков.

### Алгоритм сплайн-аппроксимации

Сплайн-интерполяция представляет из себя кусочно-непрерывную интерполяцию, причем вся траектория разбивается на отрезки, описываемые полиномами заданного порядка. Чаще всего используется полином 3-го порядка. Одним из основных условий сплайна является возможность сохранения непрерывности первой и второй производных на всей длине дуги (в том числе и в местах сшивки отрезков), что и обеспечивает плавность движения приводов [3].

Аппарат сплайн-интерполяции позволяет задать сценарий для программного ведения сравнительно небольшим количеством точек.

Полиномиальная структура позволяет легко вычислять производные, что в свою очередь дает возможность вычисления скорости в любой точке траектории. Пусть имеется набор точек  $(U_0, S_0), (U_1, S_1), \dots, (U_{n+1}, S_{n+1})$ , через которые должен быть проведен сплайн  $S = f(U)$ .

Рассмотрим интервал  $[U_i, U_{i+1}]$ , пусть

$$h_i = U_{i+1} - U_i; \quad w = (U - U_i)/h_i. \quad (1)$$

$$\begin{bmatrix} -h_1 & h_1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ h_1 & 2(h_1 + h_2) & h_2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & h_2 & 2(h_2 + h_3) & h_3 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & h_{n-2} & 2(h_{n-2} + h_{n-1}) & h_{n-1} \\ 0 & 0 & \dots & 0 & h_{n-1} & -h_{n-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \dots \\ \sigma_{n-1} \\ \sigma_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_1^2 \Delta_1^{(3)} \\ \Delta_2 - \Delta_1 \\ \Delta_3 - \Delta_2 \\ \dots \\ \Delta_{n-1} - \Delta_{n-2} \\ -h_{n-1}^2 \Delta_{n-3}^{(3)} \end{bmatrix}, \quad (3)$$

где  $h_i = U_{i+1} - U_i; \quad \Delta_i = \frac{S_{i+1} - S_i}{U_{i+1} - U_i};$

$$\Delta_i^{(3)} = \frac{\Delta_{i+1}^{(2)} - \Delta_i^{(2)}}{U_{i+3} - U_i}, \quad \Delta_i^{(2)} = \frac{\Delta_{i+1} - \Delta_i}{U_{i+2} - U_i}; \quad (4)$$

Система уравнений (3) строится на основе требований непрерывности функции  $S = f(U)$  как по значению функции, так и по ее первой и второй производным. Величины  $\Delta_1^{(3)}, \Delta_{n-3}^{(3)}$  являются «разделенными разностями», аппроксимирующими третью производную на первом и последнем участках сплайна.

Следует отметить, что приведенная система обладает следующими свойствами: матрица трех диагональная, матрица симметричная, при любом наборе монотонно изменяющихся аргументов  $U_i$  матрица является невырожденной и диагонально доминирующей, матрица хорошо обусловлена.

Следовательно, решение является единственным и может быть получено без масштабирования и выбора главного элемента.

Для полинома вида

$$S(U) = a_i + b_i(U - U_i) + c_i(U - U_i)^2 + d_i(U - U_i)^3; \quad (5)$$

$$U \in (U_i, U_{i+1})$$

искомые коэффициенты выражаются через найденные из (3) параметры  $\sigma_i$ :

$$a_i = S_i; \quad b_i = (S_{i+1} - S_i)/h_i - h_i(\sigma_{i+1} + 2\sigma_i);$$

$$c_i = 3\sigma_i; \quad d_i = (\sigma_{i+1} - \sigma_i)/h_i. \quad (6)$$

В соответствии с (1-6) строится два сплайна:

$$a_i = f_1(t_i); \quad h_i = f_2(t_i), \quad (7)$$

где  $t_i$  – время, заданное кадрами;  $a_i, h_i$  – прямое восхождение и склонение в ЭСК2, заданное кадрами;  $f_1, f_2$  – полиномы сплайн-аппроксимации.

Построение сплайнов производится однократно, при загрузке задачи программного ведения, а

Тогда сплайн на данном интервале можно представить формулой

$$S(U) = wS_{i+1} + (1-w)S_i + h_i^2 \left\{ (w^3 - w)\sigma_{i+1} + \left[ (1-w)^3 - (1-w) \right] \sigma_i \right\}, \quad (2)$$

где  $\sigma_i$  и  $\sigma_{i+1}$  – некоторые константы, которые предстоит найти.

Составляется система уравнений (3), содержащая только один набор искомых параметров  $\overline{\sigma_i}$ :

сплайн-аппроксимация производится на каждом шаге управления приводами (с частотой 30...50Гц) в соответствии с (5), что резко ускоряет процесс интерполяции.

### Аттестация метода сплайн-аппроксимации

Аттестация метода сплайн-аппроксимации проводилась методом математического моделирования системы управления радиотелескопом РТ-70.

Для моделирования выбрано два космических объекта: геостационарный космический аппарат 10778 с наклоном орбиты 13°, моделирование велось на суточном интервале времени, навигационный спутник 28129 с периодом обращения 717 минут, моделирование велось на 6-часовом интервале времени (время наблюдаемости его с РТ-70).

Результаты моделирования приведены на рис. 1, 2, причем для наглядности невязки интерполяции увеличены в 5000 раз. На рисунках представлена зависимость угла места (U) привода РТ-70 от азимута наведения (A). Черным цветом представлены результаты прогноза движения объектов численным методом (около 200 точек), серым цветом – результаты сплайн-аппроксимации по 49 кадрам. В табл. 2 приведены сводные данные по моделированию при использовании различного количества кадров. Результаты получены на ЭВМ с тактовой частотой 1,8 ГГц.

### Выводы

Таким образом, применение сплайн-аппроксимации дает результаты, обеспечивающие необходимую точность и плавность движения приводов космических радиолокаторов и радиотелескопов. При этом число кадров в файле исходных данных должно быть не менее 40. Метод сплайн-интерполяции использован при разработке перспективной системы управления радиотелескопом РТ-70.

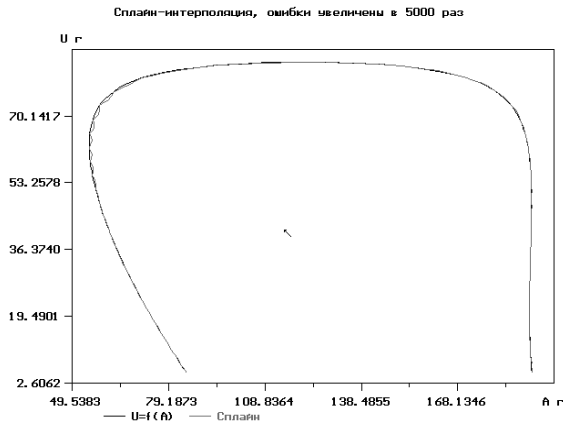


Рис. 1. Ошибки сплайн-аппроксимации программного ведения геостационарного объекта 10778 на суточном интервале, ошибки увеличены в 5000 раз

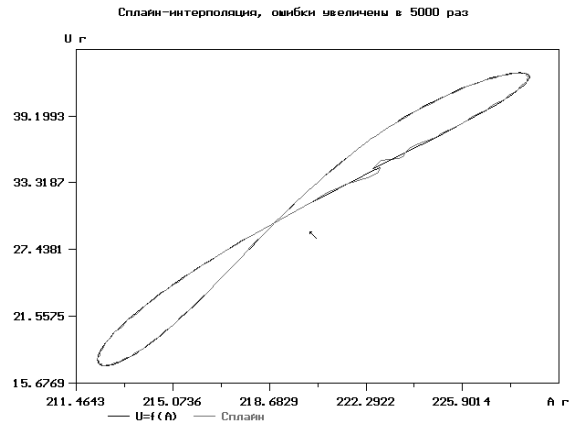


Рис. 2. Ошибки сплайн-аппроксимации программного ведения навигационного объекта 28129 на 6-часовом интервале, ошибки увеличены в 5000 раз

Таблица 2

Быстродействие и точность сплайн-интерполяции в зависимости от числа исходных точек

Число кадров	Время подготовки полиномов интерполяции	Время выполнения одиночной интерполяции	10778				28128			
			СКО, угл. сек.		Макс. ошибка, угл. сек.		СКО, угл. сек.		Макс. ошибка, угл. сек.	
			A	U	A	U	A	U	A	U
13	99 мкс	2,77 мкс	30,28	26,23	126,9	116,4	100,0	28,0	383,8	107,9
25	203 мкс	2,78 мкс	1,19	0,66	7,68	3,90	3,37	1,01	14,18	5,35
49	373 мкс	2,98 мкс	0,05	0,02	0,37	0,14	0,17	0,05	0,70	0,28

### Список литературы

1. Бакитько Р.В., Васильев М.А. и др., Радиосистемы межпланетных космических аппаратов / Под ред. А.С. Винницкого. – М.: Радио и связь, 1993. – 328 с.

2. Зюбин В.И., Мишура И.И., Резниченко А.М., Ямницкий В.А. Пути решения проблемы ведения каталогов объектов ближнего космоса на основе наблюдений оптических средств // Доклад на международной конференции НАО-180. – Николаев, НАО, 2001.

3. Дж. Форсайт, М. Малькольм, К. Моулер, Машинные методы математических вычислений – М.: Мир, 1980. – 280 с.

Поступила в редколлегию 4.03.2008

Рецензент: д-р техн. наук, проф. В.П. Деденок, Научно-исследовательский производственный центр «ХАРКОС», Харьков.

### ВИКОРИСТАННЯ СПЛАЙН-АПРОКСИМАЦІЇ ДЛЯ ПРОГРАМНОГО ВЕДЕННЯ ПРИВОДІВ КОСМІЧНИХ РАДІОЛОКАТОРІВ І РАДІОТЕЛЕСКОПІВ

В.А. Ямницький, П.О. Кулаков

На прикладі радіотелескопу RT-70 розглядається питання про можливість використання сплайн-апроксимації для програмного ведення приводів космічних радіолокаторів і радіотелескопів. Застосування сплайн-апроксимації надає результати, які забезпечують необхідну точність і плавність руху приводів космічних радіолокаторів і радіотелескопів. При цьому кількість кадрів у файлі вхідних даних повинна бути не менш 40. Проведена атестація методу сплайн-апроксимації.

**Ключові слова:** радіолокатор, програмне ведення, сплайн-апроксимація.

### THE USE IS SPLINE OF APPROXIMATION FOR PROGRAMMATIC CONDUCT OF DRIVES OF SPACE RADIO-LOCATORS AND RADIO-TELESCOPES

V.A. Yamnickiy, P.A. Kylakov

On the example of radio-telescope of RT-70 a question is examined about possibility of the use spline of approximation for the programmatic conduct of drives of space radio-locators and radio-telescopes. Application of spline-approximation yields the results providing necessary accuracy and smoothness of movement of drives of space radars and radiotelescopes. Thus the number of the staff in a file of the initial data should be not less than 40. Certification of a method of spline-approximation is lead.

**Keywords:** radio-locator, programmatic conduct, a spline is approximation.