

УДК 621.391

О.О. Івасюк

Військовий інститут телекомунікацій та інформатизації НТУУ „КПІ”, Полтава

## АНАЛІЗ ВЛАСТИВОСТЕЙ НЕЛІНІЙНИХ ПОСЛІДОВНОСТЕЙ РОЗШИРЕННЯ СПЕКТРА

На відміну, від підходів, які застосовувались раніше, у статті запропоновано аналізувати властивості нелінійних послідовностей розширення спектра за сукупністю показників, які відображають сучасні вимоги до ширококутових систем зв'язку. Для аналізу обрані послідовності, які отримали найбільшого поширення на практиці та найбільш повно описані теоретично.

**Ключові слова:** асинхронно-адресні системи зв'язку, CDMA-коди, послідовності де Брейна, характеристичні послідовності, складені і похідні адресні коди

### Вступ

**Постановка проблеми.** Властивості, притаманні ширококутовим сигналам, зумовили постійно зростаючий до них інтерес із боку фахівців радіозв'язку. Найбільшого поширення вони набули у військових системах радіозв'язку для побудови асинхронно-адресних систем зв'язку (ААСЗ), у системах зв'язку з рухомими об'єктами для організації множинного доступу на основі кодового розділення каналів та в системах супутникового зв'язку [1 – 4].

Одним з ключових елементів таких систем є послідовності розширення спектра (CDMA-коди, адресні коди), які безпосередньо приймають участь у процесі формування шумоподібних сигналів (ШПС).

Такі характеристики ААСЗ, як імовірність нав'язування помилкових сигналів, завадостійкість до структурної завади, гнучке та ефективне використання частотного ресурсу і простота цифрової обробки сигналів визначаються властивостями CDMA-кодів, що використовуються для формування ШПС. До таких властивостей відносяться: значення довжини кодової послідовності, яке визначає можливість використання швидких цифрових алгоритмів обробки ШПС; розмір ансамблю кодів та складність аналізу їх структури, що впливають на стійкість ААСЗ до нав'язування помилкових сигналів; взаємні кореляції ансамблю сигналів та інші характеристики кореляційних функцій, які впливають на рівень системних завад при багатостанційному доступі з кодовим розділенням каналів. Крім того, на можливість гнучкого використання наданої смуги частот впливає множина значень довжини коду, що є тотальною коефіцієнту розширення спектра ШПС.

**Аналіз літературних джерел.** На сьогоднішній день у переважній більшості наукових робіт [1, 3, 5] аналіз нелінійних CDMA-кодів проводиться за показниками якості, які надають можливості оцінити, лише, кореляційні і ансамблеві характеристики адресних послідовностей. Але такий підхід не в повній мірі відповідає, зазначеним вище, сучасним вимогам до властивостей кодів розширення спектра.

Метою статті є дослідження властивостей нелінійних послідовностей розширення спектра, які мають достатньо повний математичний опис і широко використовуються на практиці.

### 1. Вибір показників оцінки властивостей CDMA-кодів

До множини CDMA-кодів, які будуть досліджені віднесемо послідовності де Брейна, характеристичні послідовності, складені і похідні адресні коди. Аналіз властивостей перерахованих кодів пропонується проводити за наступною сукупністю показників, що впливають на системні характеристики ААСЗ:

–  $S_{cc}^{(1)}$  – для оцінювання структурної скритності ширококутового радіосигналу за наявності ідеального правила розкриття закону формування кодової послідовності;

–  $S_{cc}^{(2)}$  – для оцінювання структурної скритності ширококутового радіосигналу за відсутності ідеального правила розкриття закону формування кодової послідовності. Він є потенційною мірою структурної скритності певного типу CDMA-коду;

–  $M$  – надає можливість оцінити імітостійкість ААСЗ;

–  $|R_{пфвк}(m)|_{max}$ ,  $|R_{пфак}(m)|_{max}$  – впливають на можливість організації в ширококутовій радімережі множинного доступу із кодовим розділенням каналів (де ПФАК – періодична функція автокореляції, ПФВК – періодична функція взаємної кореляції);

–  $L^T$  – надає можливість оцінити гнучкість варіювання між швидкістю передачі та скритністю передавання сигналів;

–  $L$  – визначає можливість використання алгоритмів швидкого перетворення для обробки ШПС та можливість здійснення  $M$ -ічної передачі інформації.

### 2. Формування послідовності де Брейна

Послідовності де Брейна (нелінійні кодові кільця) формуються регістром зсуву з нелінійними зворотними зв'язками за наступним правилом [2,5]

$$\chi_{0,j} = \sum_{i=1}^k c_i x_{1,j} + \prod_{l=1}^{k-1} (x_{1,j} + 1),$$

де  $x_{lj}$  – символ на виході  $l$ -го тригера регістра зсуву на  $j$ -му такті;  $c_j$  – коефіцієнт, визначаючий наявність або відсутність лінії зворотного зв'язку з  $l$ -го тригера регістра зсуву.

Нелінійність рівняння призводить до того, що безпосередній аналіз станів регістра зв'язаний з великими математичними труднощами [2,5]. Структурну скритність даних послідовностей оцінимо за узагальнюючим показником  $S_{cc}^{(2)}$ . Для цього проведемо розрахунок розміру ансамблю даних послідовностей, який має наступний запис [5]

$$M = 2^{2^{n-1}-n},$$

де  $n$  – кількість розрядів у регістрі зсуву.

У табл.1 наведені значення кількості  $M$ -послідовностей та послідовностей де Брейна без урахування циклічних зсувів, які можна отримати в залежності від розрядності регістру зсуву [5].

Таблиця 1  
Розмір ансамблю  $M$ -послідовностей та послідовностей де Брейна

Розрядність регістра $n$	3	4	5	6	7
Кількість повних кодових кілець	2	$2^4$	$2^{11}$	$2^{26}$	$2^{57}$
Кількість $M$ -послідовностей	2	2	6	6	18

Аналіз наведеної таблиці вказує, що нелінійні послідовності де Брейна мають набагато кращі ансамблеві характеристики, ніж лінійні  $M$ -послідовності.

Кореляційні властивості послідовностей де Брейна, з погляду на рівень бічних піків, значно гірше, ніж у  $M$ -послідовностей. Це є наслідком того, що сума двох нелінійних послідовностей не є циклічно зрушеною нелінійною послідовністю [2,5]. Тому, послідовності де Брейна знайшли більш теоретичного описання, ніж практичного використання.

### 3. Формування похідних послідовностей

Похідні послідовності розширення спектра формуються за наступним правилом:

$$\mu = \{\mu_i : i = 0, 1, \dots, L-1\}, \quad (1)$$

де  $\mu_i = w_i^1 \oplus h_{i+m}^2$  – елемент похідної послідовності;  $w_i^1$  – елемент формуючої послідовності;  $h_i^2$  – елемент задаючої послідовності;  $m = L - 1$  – номер циклічно зсуву;  $L$  – довжина похідної послідовності.

Аналіз формули (1) свідчить про те, що при правильному підборі формуючих і задаючих послідовностей вони будуть мати великий за розміром ансамбль з підвищеною структурною скритністю, а максимальне значення бічних піків кореляційних

функцій дозволить їх використовувати в системах зв'язку з множинним доступом на основі кодового розділення каналів [4,6]. Так, в цих роботах розроблені методи формування похідних систем сигналів на основі мультиплікативного об'єднання ортогональних послідовностей Уолша і характеристичних послідовностей та ортогональних послідовностей Уолша і  $M$ -послідовностей. Гарантоване значення бічних піків ПФАК послідовностей, побудованих таким чином, задовольняє наступній умові [2, 4, 6]:

$$|R_{\text{пфак}}(m)|_{\text{max}} \leq \frac{3,25}{\sqrt{L}},$$

а для ПФВК  $|R_{\text{пфак}}(m)|_{\text{max}} \leq \frac{3,96}{\sqrt{L}}.$

Значення розміру ансамблю в залежності від довжини похідної послідовності наведені в табл.2 [4, 6].

Таблиця 2  
Розмір ансамблю похідних квазіортогональних кодів

$L$ -тип послідовності	108	256	540	1012	2017	4129	8198
Похідні квазіортогональні послідовності	$1,8 \times 10^5$	$4 \times 10^5$	$2 \times 10^6$	$1,4 \times 10^6$	$2,2 \times 10^8$	$2,1 \times 10^{10}$	$9,5 \times 10^{10}$

Структурна скритність похідних систем послідовностей при оцінці за  $S_{cc}^{(1)}$  знаходиться у межах  $0,5 \leq S_{cc}^{(1)} \leq 1$  [4,6]. Нижче наведені таблиці 3–5, які надають можливості оцінити захист інформації на сигнальному рівні, що забезпечують похідні системи сигналів у порівнянні з іншими адресними послідовностями [4, 6].

Значення ймовірності нав'язування помилкового сигналу при використанні в радіоканалі  $M$ -послідовностей наведено у табл.4 [1, 4]. Аналогічні характеристики радіоканалу при використанні характеристикних та похідних систем сигналів наведені в табл.5 [4, 6].

Аналіз табл. 3 і 5 свідчить про те, що похідні квазіортогональні системи сигналів дозволяють забезпечити кращу імітостійкість широкопasmової радіолінії на сигнальному рівні. Але такі послідовності доцільно використовувати тільки в синхронному режимі, тому що в асинхронному їхні властивості погіршаться унаслідок погіршення кореляційних властивостей ортогональних послідовностей Уолша.

Таблиця 3

Час відновлення закону формування

Швидкість передачі інформації (біт/с)	10000	5000	2500	1000	500
Час розкриття закону формування $M$ -послідовності (с)	$3,2 \times 10^{-5}$	$3,8 \times 10^{-5}$	$4,4 \times 10^{-5}$	$6,3 \times 10^{-5}$	$7 \times 10^{-5}$
Час розкриття закону формування характеристичних послідовностей (с)	$4,8 \cdot 10^{-5}$	$10^{-4}$	$2 \times 10^{-4}$	$5 \times 10^{-4}$	$10^{-3}$
Час розкриття закону формування похідних систем сигналів (с)	$1,48 \cdot 10^{-3}$	$3 \times 10^{-3}$	$6 \times 10^{-3}$	$1,5 \times 10^{-3}$	$3 \times 10^{-3}$

Таблиця 4

Залежність  $R_{\text{нав}}$  при використанні М-последовностей у радіоканалі

База сигналу	31	63	127	255	511
$R_{\text{нав}}$	0,25	0,16	$5,5 \cdot 10^{-2}$	$6,25 \cdot 10^{-2}$	$2 \cdot 10^{-2}$

Таблиця 5

Залежність  $R_{\text{нав}}$  при використанні характеристичних последовностей та похідних систем сигналів у радіоканалі

База сигналу	Характеристичні последовності	Похідні системи сигналів
30	$1,25 \cdot 10^{-2}$	$3 \cdot 10^{-2}$
36	$8,3 \cdot 10^{-2}$	$2,8 \cdot 10^{-2}$
40	$7,1 \cdot 10^{-2}$	$2,5 \cdot 10^{-2}$
42	0,125	$2,4 \cdot 10^{-2}$
46	$4,1 \cdot 10^{-2}$	$2 \cdot 10^{-2}$
52	$4,1 \cdot 10^{-2}$	$1,9 \cdot 10^{-2}$
58	$3,3 \cdot 10^{-2}$	$1,7 \cdot 10^{-2}$
60	$6,25 \cdot 10^{-2}$	$10^{-3}$
66	$5 \cdot 10^{-2}$	$8,7 \cdot 10^{-4}$
70	$4,1 \cdot 10^{-2}$	$6,1 \cdot 10^{-4}$
180	$5 \cdot 10^{-2}$	$3,2 \cdot 10^{-4}$
112	$4,1 \cdot 10^{-2}$	$2,1 \cdot 10^{-4}$
126	$3,1 \cdot 10^{-2}$	$10^{-5}$
130	$2 \cdot 10^{-2}$	$8,7 \cdot 10^{-6}$
136	$1,6 \cdot 10^{-2}$	$7,8 \cdot 10^{-6}$
198	$2 \cdot 10^{-2}$	$4 \cdot 10^{-6}$
210	$2,4 \cdot 10^{-2}$	$3,7 \cdot 10^{-6}$
222	$1,4 \cdot 10^{-2}$	$3,1 \cdot 10^{-6}$
226	$1,9 \cdot 10^{-2}$	$2,9 \cdot 10^{-6}$
232	$9,3 \cdot 10^{-3}$	$2,1 \cdot 10^{-6}$
240	$1,7 \cdot 10^{-2}$	$1,9 \cdot 10^{-7}$
256	$7,8 \cdot 10^{-3}$	$10^{-7}$
262	$7,6 \cdot 10^{-3}$	$8,2 \cdot 10^{-8}$
490	$6,25 \cdot 10^{-3}$	$4 \cdot 10^{-8}$
502	$3,9 \cdot 10^{-3}$	$3,6 \cdot 10^{-8}$
508	$3,9 \cdot 10^{-3}$	$2 \cdot 10^{-8}$
520	$5,2 \cdot 10^{-3}$	$10^{-8}$

#### 4. Формування складених последовностей

Складені последовності можуть формуватися за правилами чергування ( $h = l_j$ ) та приєднання ( $h = 1$ )

$$\mu_i = \mu_{k=l \cdot h}^{j=1 \dots n}, \text{ при } i \leq h, (2)$$

де  $\mu_i$  – елемент складеної последовності;  $\mu_k^j$  – k-й елемент j-го сегменту складеної последовності; n – кількість сегментів, які утворюють складену последовність;  $l_j$  – довжина j-го сегменту складеної последовності; l – довжина сегментів. Довжина складеної последовності побудованої за правилами чергування

$$\text{та приєднання обчислюється як } L = \sum_{j=1}^n l_j.$$

У [7] запропоновано формувати складені последовності на основі М-последовностей та последовностей Голда. Такі последовності мають задовільні кореляційні властивості. Значення розміру ансамблю даних последовностей наведені в табл.6. Розмір ансамблю таких последовностей менше за розмір ансамблю похідних квазіортогональних последовностей, але їх можна використовувати в асинхронному режимі роботи широкопasmової радіомережі.

Таблиця 6

Значення розміру ансамблю для складених кодів, побудованих на основі М-последовностей (1) та кодів Голда (2)

L-тип последовності	127	512	1023	2047	4129	8197
1	$1,9 \times 10^3$	$6,1 \times 10^4$	$1,1 \times 10^6$	$3,5 \times 10^6$	$6,3 \times 10^6$	$8,4 \times 10^7$
2	$2,1 \times 10^3$	$3,3 \times 10^4$	$1,3 \times 10^5$	$5,2 \times 10^5$	$2 \times 10^6$	$8,3 \times 10^6$

#### 5. Формування нелінійних последовностей

У роботі [3] наведені методи формування нелінійних последовностей, для яких максимальне значення бічного піку ПФАК  $|R_{\text{пфак}}(m)|_{\text{max}} \leq 0,25$ . Серед наведених у [3] последовностей найбільш цікавими виявляються характеристичні коди. Вони, на відміну від інших, мають найбільший розмір ансамблю, який розраховується за наступною формулою [3]:

$$M = \phi(L) / 2, (2)$$

де  $\phi(L)$  – функція Ейлера.

У табл.7 наведений розмір ансамблю характеристичних кодів, розрахований за законом (3).

Таблиця 7

Розмір ансамблю характеристичних кодів

L	108	256	540	1009	1048	2028
M	36	128	144	440	576	1344

Структурна скритність характеристичних последовностей дорівнює  $[4,6,7] S_{\text{cc}}^{(1)} = 0,5$ .

Закон формування характеристичних последовностей має такий запис [3]:

$$\mu = \{ \mu_i : i = 0, 1, \dots, p-2 \},$$

$$\left. \begin{aligned} \mu_i &= \psi(\theta^i + 1), \text{ якщо } \theta^i + 1 \neq 0 \pmod{p} \\ \mu_i &= 1, \text{ якщо } \theta^i + 1 = 0 \pmod{p} \end{aligned} \right\}$$

де p – розмір простого поля Галуа GF(p);  $\theta$  – первісний елемент простого поля Галуа GF(p);  $\psi$  – характер мультиплікативної групи простого поля Галуа GF(p). Значення бічних піків ПФАК характеристичних последовностей набувають двох значень [3]  $R_{\text{пфак}}(m) = [-4; 0]$ .

Для обробки характеристичних кодів можна використовувати алгоритм швидкого перетворення Вінограда, а в деяких випадках швидке перетворення Фур'є, що в свою чергу призведе до зниження складності сигнального процесора. Так, при обробці характеристичних кодових последовностей потрібно виконати майже в  $L/2 \log_2 L$  разів меншу кількість операцій, порівняно з більшою кількістю інших відомих кодів близької довжини. Відповідні результати виграшу наведені у табл.8.

Таблиця 8

Виграш при обробці розроблених последовностей

Довжина коду (L)	108	256	540	1012	65536
Виграш при обробці	7,7	16	30	50,6	2048

## 6. Формування похідних послідовностей

Довжина адресної послідовності визначає коефіцієнт розширення спектра радіосигналу, гнучко змінюючи який з'являється можливість:

– варіювання між швидкістю та скритністю передачі сигналів;

– підвищення ефективності використання частотного ресурсу при зміні ширини частотних смуг, наданих для радіозв'язку.

Гнучка зміна коефіцієнта розширення спектра можлива, якщо довжина адресного коду приймає велику кількість значень.

У табл.9 наведена кількість значень, які приймає довжина кодів розширення спектра, використовуваних у ААСЗ. Результати, наведені у табл.9, надають підстав стверджувати, що послідовності, які формуються за допомогою реєстра зсуву, мають малу кількість значень довжини та, як наслідок, не надають можливості достатньо гнучко змінювати коефіцієнт розширення спектра.

Таблиця 9

Кількість значень довжини  $L$  розроблених та деяких відомих CDMA-кодів, в інтервалі  $L_1 \div L_2$

Тип коду	$L_1 \div L_2$			
	16 – 128	128 – 512	512 – 1024	1024 – 8192
Характеристичні послідовності	12	31	45	426
Похідні квізіортогональні коди	12	31	45	426
М-послідовність	4	3	2	4
Коди Голда	3	2	2	3
Послід. Касамі	2	2	1	2

Водночас, з вищенаведеної таблиці випливає, що довжина нелінійних кодових послідовностей надає можливості гнучко змінювати коефіцієнт розширення спектра шумоподібних сигналів, що у свою чергу призведе до спроможності виконання абонентами ААСЗ дій, зазначених раніше.

У табл.10 в стислому наведені результати дослідження властивостей нелінійних адресних за обраною сукупністю показників.

Таблиця 10

Результати дослідження властивостей нелінійних адресних за обраною сукупністю показників

Показник якості	$0,5 \leq S_{cc}^{(1)} \leq 1$	$M \gg L^2$	$ R_{пфак} _{max} \rightarrow 0$	$ R_{пфвк} _{max} \rightarrow 0$	$L^T \uparrow$	$L = \prod_{k=1}^d p_k$
Адресний код						
Характеристичний	+	–	+	+	+	+
Де Брейна	+	+	–	–	–	–
похідний	+	+	–	–	+	–
складений	–	+	–	–	–	+

„+” – відповідність вимозі; „–” – невідповідність вимозі

### Висновки

Детальний аналіз за обраними показниками адресних кодів, які набули доволі повного теоретичного описання та найчастіше використовуються на практиці, дозволяє зробити наступний загальний висновок: жоден із них не має у сукупності набору властивостей, необхідних для використання у ААСЗ нового покоління.

У той же час слід звернути свою увагу на похідні і складені послідовності, які при правильному підборі адресних кодів для їхнього формування, можуть бути усіх зазначених властивостей.

### Список літератури

1. Esmail Dinan H. , Brian Jabbar. *Spreading Codes for Direct Sequence CDMA and Wideband CDMA Cellular Networks* // *IEEE Communication Magazine*. – 1998, September. – P. 48-54.

2. Б. Скляр. *Цифровая радиосвязь. Теоретические основы и практическое применение*. – М.: Вільямс, 2003. – 1104 с.

3. Свердлик М.Б. *Оптимальные дискретные сигналы*. – М.: Сов. радио, 1975. – 200 с.

4. В. Столингс. *Беспроводные линии связи и сети*. – М.: Вільямс, 2003. – 640 с.

5. Тузов Г.И., Сивов В.А., Прытков В.И. *Помехозащищенность радиосистем со сложными сигналами / Под ред. Г.И. Тузова*. – М.: Радио и связь, 1985. – 264 с.

6. Горбенко И.Д., Стасев Ю.В., Замула А.А. *Теория дискретных сигналов. Ч. 2. Ортогональные дискретные сигналы*. – Х.: МО СССР, 1988. – 119 с.

7. Стасев Ю.В. *Основы теории построения сигналов*. – Харків: ХВУ, 1999. – 87 с.

Надійшла до редколегії 16.07.2008

**Рецензент:** д-р техн наук, проф. В.С. Харченко, Національний аерокосмічний університет ім. М.Є. Жуковського, Харків.

### АНАЛИЗ СВОЙСТВ НЕЛИНЕЙНЫХ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ РАСШИРЕНИЯ СПЕКТРА

О.О. Ивасюк

*В отличие от подходов, которые применялись раньше, в статье предложено анализировать свойства нелинейных последовательностей расширения спектра за совокупностью показателей, которые отображают современные требования к широкополосным системам связи. Для анализа избраны последовательности, которые получили наибольшее распространение на практике и наиболее полно описаны теоретически.*

**Ключевые слова:** асинхронно-адресные системы связи, CDMA-коды, последовательности де Брейна, характеристические последовательности, составные и производные адресные коды.

**ANALYSIS OF PROPERTIES OF NONLINEAR SEQUENCES OF SPECTRUM SPREADING**

O.O. Ivasyuk

*Unlike approaches which was used before, in the article it is suggested to analyse properties of nonlinear sequences of expansion of spectrum after the aggregate of indexes which display modern requirements to the wideband communication networks. For an analysis sequences which got most distribution in practice and most full described in theory are select.*

**Keywords:** *AACS, CDMA-codes, de Braine sequences, characteristic sequences, component and derivative address codes.*