

УДК 532.526.4

Є.О. Шквар

Національний авіаційний університет, Київ

**МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ТУРБУЛЕНТНИХ ПРИСТІННИХ ТЕЧІЙ,
МОДИФІКОВАНИХ ПРИСТРОЯМИ РУЙНУВАННЯ ВЕЛИКИХ ВИХОРИВ**

Запропоновано математичну модель та відповідну модифікацію методу розрахунку турбулентних примежових шарів та пристінних струменів зі встановленими поблизу обтічної поверхні пристроями руйнування великих вихорів. Продемонстровано спроможність розрахунковим шляхом на основі розробленого підходу відтворити характерні особливості деформації розподілів ряду визначальних локальних характеристик течії. Визначено пріоритетні напрямки застосування розробленого обчислювального методу.

Ключові слова: модель турбулентності, пристінна течія, комбіноване управління, пристрої руйнування великих вихорів.

Вступ

Постановка проблеми. Одним з пріоритетних напрямків сучасного етапу розвитку транспортної галузі є підвищення її економічної ефективності та екологічної безпеки, що обумовлено нестабільністю стану ринку енергоносіїв разом із невідповідним збільшенням обсягів і швидкостей перевезень в умовах постійно зростаючої конкуренції серед розробників та виробників транспортних засобів [1, 2]. Зокрема, постановою Президії Національної академії наук України № 55 [3] енергетична ефективність та енергозбереження, зниження шкідливих викидів енергетичних об'єктів, а також оптимізація керованих систем відносно мінімуму затрат енергії віднесені до найважливіших проблем фундаментальних досліджень на 2009-2013рр.

Ефективним ресурсом зниження собівартості перевезень є застосування методів та технологій зменшення опору аерогідродинамічного тертя транспортних засобів, яке складає у залежності від їх швидкості і призначення від 30 до 90 % лобового опору. Так, згідно даних, узагальнених Шміттом [4], Траонгом [5] та Корніловим [6], опір тертя від лобового опору

складає 40-80 % – для сучасних транспортних літаків, 70 % – для підводних човнів, 30-90 % – для надводних суден, 90 % – для трубопровідного транспорту. Зменшення тертя, окрім економії витрат пального, супроводжується також ще двома не менш вагомими позитивними ефектами – зниженні забруднень навколишнього простору та збільшенні резерву подальшого зростання швидкості руху, що у комплексі сприяє покращенню конкурентоспроможності транспортної техніки. Сучасні зразки авіаційного, водного та трубопровідного транспорту при типових для них розмірах та швидкостях характеризуються реалізацією турбулентного режиму на переважній частині обтічної поверхні. Турбулентному обтіканню притаманні вкрай складний механізм і суттєво більший у порівнянні з ламінарною течією опір тертя, що, у свою чергу, обумовлює першочерговий інтерес до розробки методів впливу саме на турбулентний рух з метою зменшення, перш за все, турбулентного тертя та формування умов, що сприяють безвідривному обтіканню. Дослідження у цьому напрямку потребують проведення поглиблених ретельних експериментів з метою з'ясування складної багатомасштабної

структури формування течій в безпосередній близькості від обтічної поверхні та визначення процесів взаємодії між окремими структурними компонентами турбулентних течій. Саме складність процесів турбулентного обміну і важкість їх теоретичного опису, особливо за наявності засобів управління, обумовлює переважно експериментальний характер робіт у цій сфері [4, 5], що, у свою чергу, визначає **актуальність** узагальнення наявної емпіричної інформації і побудови відповідних математичних моделей.

Аналіз досліджень. Накопичені до сьогодні результати експериментальних досліджень, стан яких віддзеркалюється оглядами [5, 6] та працями конференцій [7, 8], свідчать про те, що існує ряд працездатних методів впливу на турбулентну течію з метою цілеспрямованого впорядкування її структури з метою зменшення опору тертя, але загальним недоліком усіх відомих підходів є досить вузький діапазон режимних параметрів, при яких вони забезпечують позитивний ефект. Саме це суттєво гальмує їх практичне використання і унеможливорює безпосереднє перенесення здобутих експериментально результатів на натурні об'єкти. З іншого боку, цей фактор обумовлює актуальність розробки математичних моделей пристінних турбулентних зсувних течій з наявними засобами управління, які дозволяють оптимізувати геометричні і режимні параметри останніх безпосередньо для очікуваних умов їх експлуатації. Ще однією суттєвою проблемою є той факт, що ефект дії цих методів на опір тертя є опосередкованим, тобто вплив здійснюється на певні структури турбулентного руху, а вже через них – на властивості течії. Саме ці особливості ускладнюють практичне застосування управління турбулентними течіями, накладаючи обмеження на перенесення експериментально випробуваних рішень у реальні умови очікуваної експлуатації транспортних засобів. З іншого боку, враховуючи на те, що позитивний ефект використання деяких засобів управління навіть у випадку максимально сприятливих умов може вимірюватися лише кількома процентами, виникають підстави для спроб реалізації не одного взятого окремо, а комбінації кількох різних засобів управління, які підсилюватимуть ефект один одного. Такі комбінації кількох управляючих впливів широко розповсюджені в природі, наприклад регулярне поперечне профілювання зовнішньої поверхні шкіри риб завдяки лусці разом з виділенням слизу або складна геометрична структура луски акули, кожна з лущинок якої має ще й поздовжнє рифлення, до чого ще додається інжекція через зяброві щілини збагаченої мікробульбашками води, яка також суттєво зменшує опір обтікання.

Добре відомим, але з наведених вище причин незастосовним досі на реальних транспортних об'єктах засобом гальмування турбулентності при-

стінних зсувних течій є тонкі пластини, що встановлюються на деякій відстані від поверхні обтікання в межах прилежового шару і призначені для руйнування притаманних турбулентному руху великомасштабних вихрових утворень. Згідно англійської назви цих пристроїв – Large Eddy BreakUp devices, вони отримали загальноприйняту зараз аббревіатуру – LEBU. Пристрої LEBU на відміну від наведених вище прикладів засобів управління не мають природних аналогів, але вони пройшли значний обсяг як експериментальних досліджень в різних лабораторіях світу [4 – 6], так і в льотних випробовуваннях [9]. У [4] зазначається, що “стосовно важкого транспортного літака при $Re \approx 3 \cdot 5 \cdot 10^8$ завдяки пристроям LEBU повний опір зменшився на 2 – 4%”. Ретельний аналіз існуючих результатів та широке коло параметричних експериментальних досліджень на тілах обертання, виконаних В.Г. Горшковим та В.І. Корніловим [10] дозволили їм вказати більш широкі межі позитивного ефекту, що може бути здобутий за рахунок LEBU – до 7 – 8% зменшення повного опору і до 10 – 30% зменшення опору тертя. Отже, аналіз наведеної вище інформації дозволяє підсумувати, що 1) запорукою ефективності пристроїв LEBU є обґрунтована оптимізація їх геометричних параметрів, а також розташування відносно обтічної поверхні для очікуваних умов експлуатації транспортного засобу; 2) експериментальні дослідження є важливими для накопичення і систематизації інформації про властивості даних течій, але неефективними при вирішенні задачі використання LEBU в конкретних умовах, враховуючи вузькість діапазону, в якому досягається позитивний ефект зменшення тертя, чим і гальмується практичне використання цих пристроїв; 3) побудова математичної моделі, яка відтворюватиме найсуттєвіші модифікації турбулентної пристінної течії в результаті наявності LEBU є актуальною, оскільки забезпечить можливість визначення характеристик обтікання досліджуваного об'єкту в реальних умовах з урахуванням ефекту управління і дасть змогу знайти найкращі геометричні характеристики і місця розташування цих пристроїв.

Іншим, також добре відомим, але, на відміну від LEBU, широко розповсюдженим методом управління пристінними течіями є пристінні або напівобмежені струмені. Вони є результатом інжекції додаткової кількості газу чи рідини в деякому перерізі прилежового шару у дотичному до обтічної поверхні напрямку, завдяки чому у пристінну ділянку привноситься додаткова кількість руху і течія набуває більшої стійкості до відриву від обтічної поверхні. Розповсюдженість і чисельні технічні застосування пристінних струменів обумовлені простотою їх реалізації. Так, наприклад, ці течії формують на крилі літака використовуючи найбільш розповсюджені сучасні засоби механізації – висувні

закрилки і передкрилки. Пристінні струмені також успішно застосовуються з метою покращення несучих властивостей, зокрема на літаках конструкторського бюро Антонов (Ан-71, Ан-72, Ан-74, Ан-88), де напівобмежений струмінь формується над опуклою верхньою поверхнею крила відпрацьованими газами за рушієм, що забезпечує не лише перешкодження передчасному відриву потоку, а й реалізацію ефекту Коанда, який полягає у збільшенні підйомної сили через зростання циркуляції швидкості по замкнутому контуру, що охоплює аеродинамічний профіль крила. Крім того, пристінні струмені знаходять використання у різноманітних зразках транспортної техніки з метою боротьби з обледенінням та захисту зашкленних поверхонь від дощу та снігу, а також, навпаки, для охолодження елементів камер згоряння та інших термонапружених поверхонь від нагрівання.

Фундаментальні експериментальні та теоретичні результати у сфері дослідження пристінних струменів в СРСР та на пострадянському просторі були здобуті Г.Н.Абрамовичем, А.С.Гіневським (м. Жуковський, ЦАГІ), школою А.М.Мхітаряна і, зокрема, В.Т.Мовчаном (Київ, КИЩА), школою Л.Г.Лойцяньського і, зокрема, М.І.Акатновим (Ленінград,), Л.П.Козловим, В.В.Бабенко (Київ, ІГМ). Сучасні підходи до моделювання як пристінних струменів, так і примежових шарів висвітлені Себиси, Бредшоу [11]. Внесок автора в розвиток методології математичного моделювання напівобмежених струменів висвітлено в [12].

Серед основних особливостей, притаманних пристінним струменям, відмітимо значно збільшене пристінне тертя, обумовлене суттєвим зростанням поздовжньої швидкості вздовж нормалі до поверхні і, як результат, більшу ефективність турбулентного обміну та притаманних йому дифузійних процесів, які є небажаними супутніми явищами, оскільки пришвидшують виродження пристінного струменя у примежовий шар. Застосування LEBU може розглядатися як засіб управління, що сприятиме зменшенню небажаної дифузії у напрямку від стінки та довшого збереження течією властивостей, притаманних струменю, що обумовлює інтерес дослідження цієї суперпозиції двох управляючих впливів. Ретельні експериментальні дослідження даної комбінації були здійснені Mochizuki, Yamada, Osaka (2006р.) [13] і свідчать як про невщухаючий інтерес до течій подібної конфігурації і на сучасному етапі досліджень у цій галузі, так і про актуальність спроб подальшої оптимізації навіть досить ґрунтовно вивчених течій. Крім того, наявність подібних спроб є певною ознакою актуальності пошукових досліджень у напрямку комбінування методів управління з метою досягнення позитивного ефекту від їх взаємодії.

Метою даної статті є висвітлення результатів, отриманих автором на шляху побудови математичної моделі турбулентних стаціонарних плоских зсувних течій, що формуються за пристроями LEBU при їх дії як на примежові шари, так і на пристінні струменеві течії.

Методика дослідження ґрунтується на використанні методології напівемпіричного моделювання з урахуванням комбінованого впливу ряду факторів управління турбулентними пристінними течіями, що розвивається автором.

Постановка задачі. Пристінна струменева течія на відміну від примежового шару характеризується немонотонним профілем поздовжньої складової швидкості вздовж нормалі до обтічної поверхні. Вузкий слід за пристроєм LEBU, встановленим в пристінній течії також обумовлює втрату профілем швидкості монотонності, але значно більш різку і локальну, ніж у випадку струменевої течії. У результаті накладання (комбінування) цих двох ефектів профіль швидкості, а разом з ним і профілі інших характеристик руху, таких, наприклад, як кінетична енергія турбулентності, швидкість її дисипації та напруження тертя, набувають складного немонотонного вигляду.

Задачею даного дослідження вважатимемо розробку математичної моделі турбулентної течії, яка буде спроможною відтворити відому з експериментальних даних динаміку деформацій розподілів визначальних характеристик примежових шарів та пристінних струменів в процесі формування течії за встановленим LEBU.

Математична модель та вихідні рівняння

Фактор наявності різкої локальної немонотонності розподілів характеристик пристінних течій суттєво обмежує можливості застосування алгебраїчних моделей турбулентності, примушуючи надати перевагу диференціальним моделям опису динаміки турбулентного руху як таким, що більш істотно і адекватно описують реакцію потоку на локальні збурення. В основу математичної моделі покладено систему диференціальних рівнянь:

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} + \frac{\bar{u}}{u_H} \frac{du_H}{dx} = 0; \quad (1)$$

$$\bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + \bar{u}^2 \frac{1}{u_H} \frac{\partial u_H}{\partial x} = -\frac{d\bar{p}}{dx} + \frac{\partial \bar{\tau}}{\partial y}; \quad (2)$$

$$\bar{u} \frac{\partial \bar{k}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{k}}{\partial y} + 2\bar{u}\bar{k} \frac{1}{u_H} \frac{\partial u_H}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial y} \left(\bar{D}_k^{\text{eff}} \frac{\partial \bar{k}}{\partial y} \right) + P - \bar{\varepsilon} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} & \bar{u} \frac{\partial \bar{\varepsilon}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{\varepsilon}}{\partial y} + 3\bar{u}\bar{\varepsilon} \frac{1}{u_H} \frac{\partial u_H}{\partial x} = \\ & = \frac{\partial}{\partial y} \left(\bar{D}_\varepsilon^{\text{eff}} \frac{\partial \bar{\varepsilon}}{\partial y} \right) + (C_{\varepsilon 1} P - C_{\varepsilon 2} f_\varepsilon \bar{\varepsilon}) \frac{\bar{\varepsilon}}{k} \end{aligned} \quad (4)$$

де (1) є рівнянням нерозривності; (2) – (4) – рівняння переносу поздовжньої складової швидкості u , кінетичної енергії турбулентності k та швидкості її дисипації ε ; $C_{\varepsilon 1} = 1,44$; $C_{\varepsilon 2} = 1,92$ – модельні коефіцієнти; f_ε – демпфуюча функція [7]. Рівняння (1) – (4) подано в безрозміреному вигляді. Безрозмірювання поздовжньої та нормальної координат x та y виконується за характерним розміром розрахункової області L , тобто $\bar{x} = x/L$, $\bar{y} = y/L$. Швидкість зовнішньої течії u_H вважається відомою функцією поздовжньої координати x ; градієнт безрозміреного тиску $\bar{p} = p/(\rho u_H^2)$ визначається розподілом зовнішньої швидкості u_H у відповідності до рівняння Бернуллі; ρ – густина; v – нормальна складова швидкості, $\bar{u} = u/u_H$, $\bar{v} = v/u_H$. Безрозмірне напруження тертя $\bar{\tau} = \tau/(\rho u_H^2)$ у відповідності до припущення ньютонівської рідини моделюється формулою Буссінеска $\bar{\tau} = \bar{v}_{\text{eff}} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{y}}$, де $\bar{v}_{\text{eff}} = \frac{(v + v_t)}{u_H L}$ – безрозмірний кінематичний коефіцієнт ефективної в'язкості, v , v_t – кінематичні коефіцієнти молекулярної та турбулентної в'язкості відповідно. Кінетична енергія турбулентності k та швидкість її дисипації ε безрозмірюються наступним чином $\bar{k} = k/(\rho u_H^2)$, $\bar{\varepsilon} = \varepsilon L/(\rho u_H^3)$. Коефіцієнти дифузії для k і ε визначаються так $\bar{D}_{k\text{eff}} = \frac{(v + v_t/\sigma_k)}{u_H L}$, $\bar{D}_{\varepsilon\text{eff}} = \frac{(v + v_t/\sigma_\varepsilon)}{u_H L}$, $\sigma_k = 1,0$, $\sigma_\varepsilon = 1,3$, $P = \bar{v}_t \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{y}} \right)^2$ – член породження k . Система (1) – (4) розв'язується при наступних граничних умовах.

На обтічній поверхні ($\bar{y} = 0$), а для рівнянь

(3,4) - в її околі ($\bar{y}_* = 50 \frac{v}{u_* L}$):

$$\begin{aligned} \bar{u} = 0, \bar{v} = 0, \bar{k} &= \frac{v_*^2}{u_H^2 \sqrt{C_\mu}}, \\ \bar{\varepsilon} &= \frac{v_*^3}{u_H^3 k y_*}, C_\mu = 0.09; \end{aligned} \quad (5)$$

На зовнішній межі ($\bar{y} \rightarrow \infty$):

$$\bar{u} \rightarrow u_H(\bar{x}), \frac{\partial \bar{k}}{\partial \bar{y}} \rightarrow 0, \frac{\partial \bar{\varepsilon}}{\partial \bar{y}} \rightarrow 0; \quad (6)$$

В початковому розрахунковому перерізі ($\bar{x} = \bar{x}_0$):

$$\bar{u} = f(\bar{y}), \bar{k} = \phi(\bar{y}), \bar{\varepsilon} = \psi(\bar{y}). \quad (7)$$

Функції (7) задають початкові профілі розраху-

нкових характеристик, джерелом яких у даному дослідженні виступали інтерполяційні залежності наявних експериментальних даних для $\bar{u}(\bar{y})$, $\bar{k}(\bar{y})$ та їх перерахунки для $\bar{\varepsilon}(\bar{y})$.

Модель турбулентності

З метою визначення дифузійних коефіцієнтів в даному методі використано комбіновану алгебраїчно-диференціальну модель турбулентності, що була побудована автором на базі алгебраїчної моделі В.Т. Мовчана [14] та диференціальної двопараметричної моделі Джонса-Лаундера [15]. З першої з цих моделей використано загальний принцип об'єднання залежностей для внутрішньої та зовнішньої областей пристінної течії

$$v_t = v_{\text{twake}} \tanh \frac{v_{\text{twall}}}{v_{\text{twake}}} \quad (8)$$

та гарно адаптовану до опису турбулентної в'язкості v_t у внутрішній області формулу

$$\begin{aligned} v_{\text{twall}} &= k y u_* \sqrt{\tau} D_m, \\ D_m &= \tanh \frac{\sinh^2[\chi_1 y^+ \sqrt{\bar{\phi}}] \tanh[\sinh^2(\chi_2 y^+ \sqrt{\bar{\phi}})]}{k y^+ \sqrt{\bar{\phi}}}, \end{aligned} \quad (9)$$

де $\bar{\tau} = 1 + \frac{dp}{dx} y$ при $\frac{dp}{dx} \geq 0$ та $\bar{\tau} = 1 / \left(1 - \frac{dp}{dx} y \right)$ при

$\frac{dp}{dx} < 0$; $u_* = \sqrt{\tau_w / \rho}$ – динамічна швидкість;

$k = 0,37 - 0,45$, $\chi_1 = 0,068 - 0,072$, $\chi_2 = 0,223$ – модельні коефіцієнти.

Друга ж, диференціальна $k - \varepsilon$ модель застосована також локально, але у зовнішній області, тобто там, де вона у найбільшій мірі є адаптованою до характеристик турбулентної течії, а саме:

$$v_{\text{twake}} = C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon}. \quad (10)$$

Клас диференціальних моделей у порівнянні з алгебраїчними є більш обґрунтованим щодо опису інерційних властивостей великомасштабної турбулентності зовнішньої області та її реакції на управляючі фактори, спрямовані саме на крупні вихори завдяки моделюванню процесів енергетичного балансу на рівні диференціальних рівнянь переносу (3), (4), що саме і дозволило врахувати наявність та ефект дії LEBU. Водночас слід зауважити, що $k - \varepsilon$ модель побудована на принципі локальної рівноваги турбулентності, який втрачає справедливність по мірі наближення до обтічної поверхні. Тому, відповідно, модель також має низький рівень обґрунтованості в околі поверхні обтікання, що й є причиною введення демпфуючих функцій f_μ та f_ε , а також додавання в праві частини рівнянь (3), (4) додаткових джерельних членів, суттєвих саме поблизу поверхні обтікання.

Цей підхід через відсутність фізичного підґрунтя даного демпфування має декілька різних варіацій при побудові низькорейнольдсових версій $k-\varepsilon$ моделі, які ставлять на меті, перш за все, досягнення потрібної математичної асимптотики характеристик, що моделюються, поблизу обтічної поверхні.

У рамках запропонованого в даному дослідженні підходу алгебраїчну модель (9) у виразі $\tanh(v_{\text{twall}} / v_{\text{twake}})$ для внутрішньої області можна також розглядати як демпфер $k-\varepsilon$ моделі (аналог традиційно вживаної функції f_{μ} [15]), але даний демпфер наділений значно більш інтелектуальними властивостями, що дозволяють відтворювати на його основі ряд ефектів пристінного управління. Сама ж модель [14], як один з найрозвиненіших представників класу алгебраїчних моделей, є, на відміну від диференціальних моделей, добре адаптованою до течії поблизу поверхонь обтікання. Отже, запропонована комбінація двох різних підходів до моделювання забезпечує згідно її структури кожній з використаних моделей лише той локальний діапазон їх використання, де вони є найбільш обґрунтованими та застосовними.

Відносно застосування даної комбінованої моделі при моделюванні пристінних струменів варто підкреслити ще одну її перевагу.

На відміну від методу, що використовувався автором зі співавторами раніше [12, 17] і був заснований на алгебраїчній моделі, яка потребує визначення в кожній ділянці струменевого профілю відповідних масштабів довжини та швидкості, що у свою чергу пов'язано з аналізом отриманого на кожному розрахунковому кроці по поздовжній координаті розподілу швидкості з метою визначення координат його максимуму та мінімуму [12, 17], даний підхід є вільним від цього суттєвого недоліку.

Алгебраїчна модель застосовується у даному методі виключно поблизу обтічних поверхонь, тоді як динаміка притаманних немонотонному струменевому профілю деформацій описується більш адаптованою для цього диференціальною $k-\varepsilon$ моделлю через розв'язок відповідних диференціальних рівнянь переносу складових турбулентного руху.

Деякі подробиці розрахункового методу

Для розв'язування рівнянь (1) – (4) при заданих граничних умовах (5) – (7) використано неявний двокроковий безітераційний маршовий метод другого порядку точності по обом координатам. Рівняння розв'язуються на нерівномірній в обох напрямках прямокутній сітці. Як правило, кількість вузлів в напрямку розвитку течії складала $i_{\text{max}}=70-120$, а вздовж нормалі – $j_{\text{max}}=100-200$.

Особливу увагу у зв'язку з побудовою модифікованої алгебраїчно-диференціальної версії моделі турбулентності приділено висвітленню питання її реалізації в розрахунковому методі. Рівняння диференціальної складової моделі турбулентності (3), (4) розв'язуються починаючи з відстані від стінки $\bar{y}_* = 50v / (v_*L)$, де ставляться відповідні граничні умови (5). Множник “50” визначає наближений початок логарифмічної ділянки в координатах закону стінки ($yu_* / v \approx 50$), де гіпотеза локальної рівноваги, закладена в структуру модельних рівнянь (3), (4), (10), стає правомочною. Фактично ця процедура є певною мірою еквівалентною відомому методу пристінних функцій, який був багаторазово верифікований розрахунками різноманітних течій [15]. Найсуттєвіша різниця між методом пристінних функцій і методом даної роботи полягає у тому, що результати обчислень $k(y)$ та $\varepsilon(y)$ у тих розрахункових вузлах, які починають задовольняти умову $\bar{y} \geq \bar{y}_*$, не використовуються безпосередньо в розрахунках течії. Коефіцієнт турбулентної в'язкості зовнішньої області v_{twake} , обчислений для цих вузлів згідно (10), буде значно більшим за відповідний коефіцієнт для внутрішньої області v_{twall} , що обрховується згідно алгебраїчної моделі (9) починаючи зі стінки $\bar{y} = 0$, а тому згідно асимптотичних властивостей формули (8) при $\bar{y} \rightarrow 0$ маємо $v_t \approx v_{\text{twall}}$. Отже поблизу стінки незалежно від обрхунків $k(y)$ та $\varepsilon(y)$ працює виключно алгебраїчна модель (9). По мірі ж зростання нормальної координати \bar{y} величина v_{twall} згідно структури формули (9) збільшується, тоді як v_{twake} згідно відомих фізичних особливостей навпаки спадає. У результаті частка $v_{\text{twall}} / v_{\text{twake}}$ має тенденцію до зростання, а отже $\tanh(v_{\text{twall}} / v_{\text{twake}}) \rightarrow 1$ і, відповідно, при великих значеннях \bar{y} маємо $v_t \approx v_{\text{twake}}$. При цьому відбувається послідовний перехід від алгебраїчної до диференціальної моделі. Реально цей перехід відслідковується по відхиленню розподілів швидкості у координатах закону стінки $u / v_* = f[\ln(yv_* / v)]$ при напівлогарифмічному поданні від прямої, що зображає логарифмічну ділянку. Тобто можна стверджувати, що структура запропонованої комбінованої моделі (8) – (10) в рамках описаної розрахункової процедури забезпечує неперервний перехід від алгебраїчної формули (9) до диференціальної моделі (10), який триває протягом відтворення у розрахунках саме логарифмічної ділянки профілю швидкості.

Результати досліджень

Рис. 1, 2 ілюструють результати відтворення розрахунковим шляхом (лінії) розподілів швидкості

$u(y)$ та кінетичної енергії турбулентності $k(y)$ в примежовому шарі за тандемом з двох LEBU на циліндричному тілі обертання діаметром 100 мм, який був досліджений експериментально В.І. Корніловим [18] (кола). Наведені профілі у напрямку розвитку течії, тобто зліва направо, відповідають наступним відстаням від задньої крайки LEBU вздовж поздовжньої координати Δx , м:

- 0,000738 (1); 0,00288 (2);
- 0,00565 (3); 0,00935 (4);
- 0,0121 (5); 0,0214 (6);
- 0,0307 (7); 0,0584 (8);
- 0,151 (9); 0,244 (10);
- 0,336 (11); 0,429 (12);
- 0,614 (13); 0,8 (14);
- 0,984 (15); 1,17 (16).

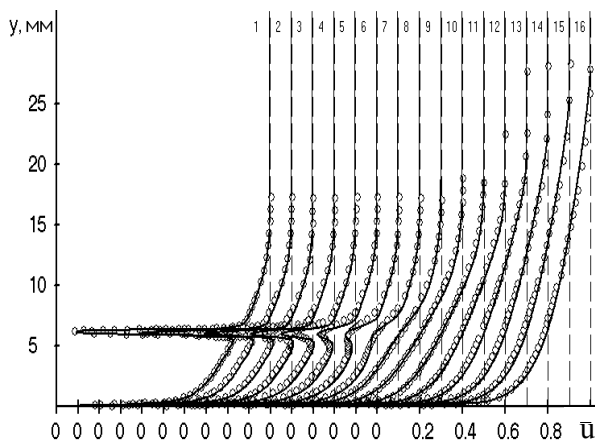


Рис. 1. Профілі поздовжньої осередненої швидкості \bar{u} в примежовому шарі за LEBU [18]: повітря, $u_H = 25$ м/с, $h_1 / \delta_0 = 0,43$, $h_2 / \delta_0 = 0,49$, $L = 1,2$ м)

Рис. 3 демонструє співставлення розрахунків (лінія) з експериментальними даними [18] (точки) за локальним коефіцієнтом тертя $C_f = \frac{2\tau_w}{\rho u_H^2}$.

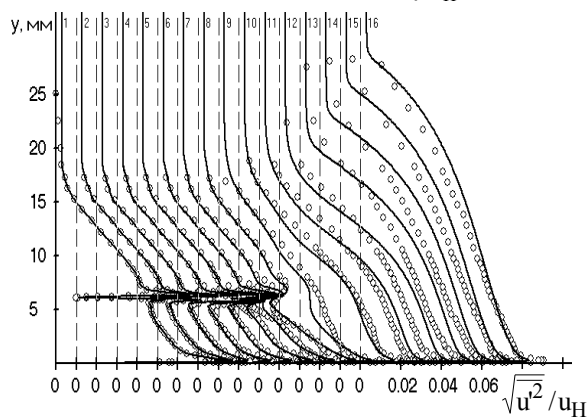


Рис. 2. Профілі поздовжньої пульсаційної швидкості $\sqrt{u'^2} / u_H$ в примежовому шарі за LEBU (позначення ідентичні до рис. 1)

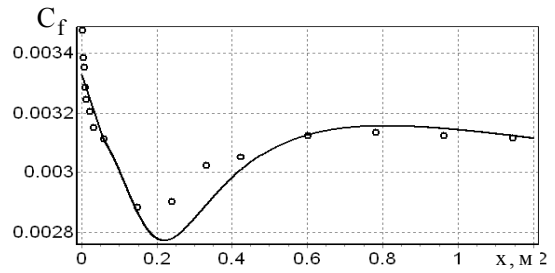


Рис. 3. Розподіл локального коефіцієнта тертя в примежовому шарі за LEBU [18]

З наведених співставлень випливає, що процес виродження обумовлених наявністю LEBU локальних дефекту профілю швидкості $u(y)$ та характерного збурення профілю кінетичної енергії турбулентності $k(y)$, тобто процес формування сліду за пристроєм LEBU відтворюється у повній відповідності до експерименту (рис. 1, 2). Характерна немонотонність розподілу C_f також відтворюється розрахунком, хоча і з деякими розбіжностями відносно експериментальних даних. Тут варто зауважити, що точність визначення експериментальних значень C_f є, як правило, невисокою, оскільки є результатом непрямих вимірювань, а застосування штучних методів чи перерахунків. Для результатів даних експериментів випадкова похибка по відношенню до максимальних значень вимірюваної в конкретному експерименті величини була оцінена їх авторами в 3 – 7% [18]. Відхилення розрахункових залежностей $u(y)$ та $k(y)$ від експериментальних даних поблизу зовнішньої межі для кількох останніх перерізів примежового шару є досить типовим недоліком, притаманним $k-\epsilon$ моделі. Схожу тенденцію можна спостерігати, наприклад, в розрахунках Ф. Ментера, що відтворюють на основі модифікованої ним $k-\epsilon$ моделі експериментальні дані Самуеля-Джуберта [16]. Наведені коментарі дозволяють зробити остаточний висновок про те, що отриману збіжність розрахунку і відповідних експериментальних даних у цілому можна вважати задовільною.

На рис. 4 – 6 наведено співставлення розрахункових (лінії) та експериментальних (кола) [13] профілів швидкості $u(y)$, кінетичної енергії турбулентності $k(y)$ та напруження турбулентного тертя $\tau_t(y)$ для пристінного струменя на плоскій пластині зі встановленим LEBU. Наведені профілі у напрямку розвитку течії, тобто зліва направо, відповідають наступним відстаням від задньої крайки LEBU вздовж поздовжньої координати x : $\Delta x = 0,01; 0,06; 0,2; 0,4; 0,6; 0,8; 1,0$ м.

Рис. 7 ілюструє співставлення розрахунків (лінія) з експериментальними даними [13] (точки) за розподілом напруження тертя на стінці вздовж напрямку розвитку течії $\tau_w(x)$.

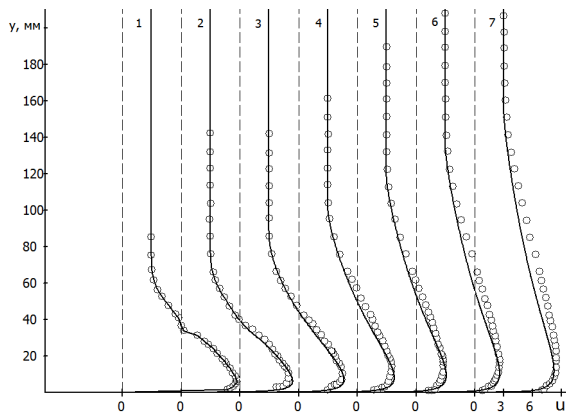


Рис. 4. Профілі поздовжньої осередненої швидкості u в пристінному струмені за LEBU ([13]: повітря, $u_H = 3$ м/с, $h = 35$ мм, $L = 1$ м)

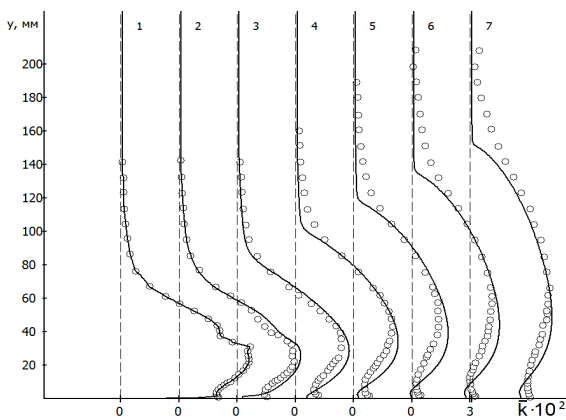


Рис. 5. Профілі поздовжньої поздовжньої пульсаційної швидкості $\sqrt{u'^2}/u_H$ в пристінному струмені за LEBU (позначення ідентичні до рис. 4)

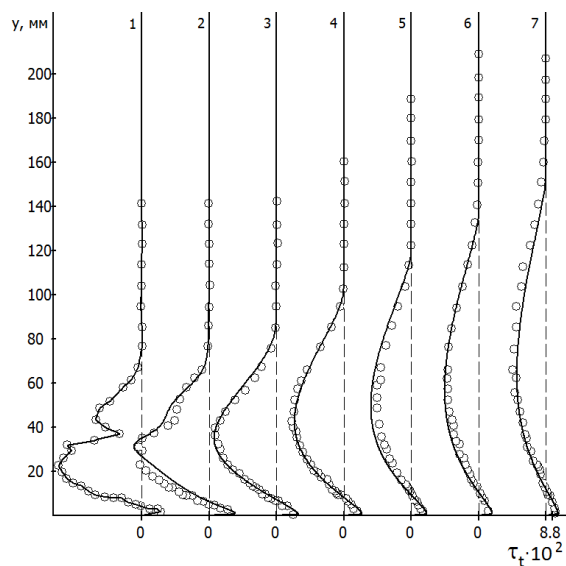


Рис. 6. Профілі поздовжньої пульсаційної швидкості $\sqrt{u'^2}/u_H$ в пристінному струмені за LEBU (позначення ідентичні до рис. 4)

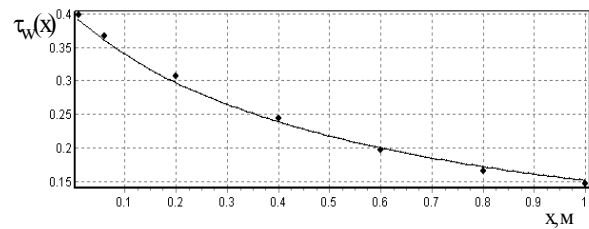


Рис. 7. Розподіл напруження тертя на обтічній поверхні для пристінного струменя за LEBU [13]

Наведені на рис. 3 – 7 результати демонструють практично повністю адекватне відповідним експериментальним даним відтворення у розрахунках характеристик модифікованого LEBU турбулентного пристінного струменя, таких як профілі $u(y)$, $k(y)$, $\tau_t(y)$, а також розподіл $\tau_w(x)$. Незначні розбіжності спостерігаються в профілях $k(y)$ поблизу обтічної поверхні, що обумовлено використаною процедурою обчислень по комбінованій моделі, але, як це слідує з профілів напружень турбулентного тертя $\tau_t(y)$, ці розбіжності нівелюються локальним застосуванням алгебраїчної моделі турбулентності і не впливають на остаточне визначення напруження тертя на стінці $\tau_w(x)$.

Висновки і перспективи подальших досліджень

1. Запропонована модифікація моделі турбулентності ефективно поєднує алгебраїчний і диференціальний підходи до опису турбулентної в'язкості і дозволяє відтворювати основні фізичні особливості формування турбулентних прилежових шарів та пристінних струменів за наявності маніпуляторів великомасштабною турбулентністю (LEBU).

2. Структура побудованих моделей дозволила ефективно використовувати переваги і мінімізувати вплив слабких сторін кожної з її складових завдяки їх використанню локально у відповідних областях зсувної течії.

3. Розроблений комбінований підхід до моделювання турбулентної в'язкості передбачається удосконалювати у подальшому з метою побудови розрахункового методу, який дозволить комбінувати моделювання одночасної дії більшої кількості управляючих впливів.

Список літератури

1. Постанова Кабінету міністрів України від 9 жовтня 2000 р. N 1500 "Про заходи стабілізації ринку енергоносіїв" [Електрон. ресурс]. – Режим доступу до джерела: http://www.uazakon.com/documents/date_23/pg_iscysb.htm.
2. Енергетична стратегія України на період до 2030 року. [Електрон. ресурс]. – Режим доступу до джерела: <http://zakon.nau.ua/doc/?code=145%E0-2006-%F0>.
3. Постанова Президії НАН України від 25.02.2009р. № 55 "Про основні наукові напрями та найважливіші

проблеми фундаментальних досліджень у галузі природничих, технічних і гуманітарних наук на 2009–2013 pp.” [Електрон. ресурс]. – Режим доступу до джерела: <http://www.nau.edu.ua/uk/Science/Napryamy/>.

4. Shmitt V. Réduction de la traînée de l'avion de transport subsonique. Tendances et perspectives actuelles. // *L'Aéronautique et l'Astronautique*, 1988, II. – № 129. – P. 4-18.

5. Truong V.T. Drag Reduction Technologies // DSTO Aeronautical and Maritime Research Laboratory 506 Lorimer St Fishermans Bend Vic 3207 Australia AR-011-925 June 2001, 121 p.

6. Корнилов В.И. Проблемы снижения турбулентного трения активными и пассивными методами (обзор) / В.И. Корнилов // *Теплофизика и аэромеханика*. – 2005. – № 2. – С. 183-208.

7. 2nd International Symposium on Seawater Drag Reduction. Busan, Korea, 23-26 May 2005 //CD-Disc.

8. International Conference on superfast marine vehicles moving above, under and in water surface. 2-4 July, 2008, St. Peterburg, Russia //CD-Disc.

9. Хефнер Дж.Н. Проблема снижения сопротивления. Борьба за снижение стоимости горючего / Дж.Н. Хефнер // *Аэрокосмическая техника*. – 1988. – №7. – С. 143-146.

10. Горшков В.Г. Влияние устройств разрушения крупных вихрей на характеристики турбулентного пограничного слоя на теле вращения. Препринт № 4-2003 / В.Г. Горшков, В.И. Корнилов. – Новосибирск: ИТПМ, 2003. – 42 с.

11. Себиси Т. Конвективный теплообмен. Физические основы и вычислительные методы: пер. с англ. / Т. Себиси, П. Брэдишоу. – М.: Мир, 1987. – 590 с.

12. Movchan V.T., Shkvar E.A. Modeling of Turbulent Near-Wall Shear Flows Properties // AGARD Report 827 “High Speed Body Motion in Water”, 1997. – P. 10-1 – 10-7.

13. Mochizuki S., Yamada S., Osaka H. Management of a Plane Wall Jet by Large-Eddy Break-up Device // *JSME International Journal Ser. B*, Vol. 49, No. 4, 2006. – Pp. 921-927.

14. Мовчан В.Т. Математические модели турбулентной вязкости в расчетах пристенных течений / В.Т. Мовчан // Сб. науч. трудов “Аэрогидродинамика: Проблемы и перспективы”. – Х.: Национальный аэрокосмический университет “ХАИ”, 2006. – С. 272-286.

15. Белов И.А. Моделирование гидромеханических процессов в технологии изготовления полупроводниковых приборов и микросхем / И.А. Белов, В.А. Шеленикевич, Л.И. Шуб. – Ленинград: “Политехника”, 1991. – 287 с.

16. Menter F.R. Eddy Viscosity Transport Equations and their Relation to the $k-\epsilon$ Model // *NASA Technical Memorandum 108854*. – November, 1994. – 19 p.

17. Шквар Є.О. Математичне моделювання турбулентних пристінних струменів / Є.О. Шквар, В.І. Мамчук // *Актуальні проблеми водного господарства*. – Рівне: УДАВГ, 1997. – Т. 1. – С. 124-127.

18. Kornilov V.I., Skin-friction reduction on body of revolution using boundary-layer alteration devices // *AIAA Journal*. – 2005. – Vol. 43, No. 10. – P. 2125-2132.

Надійшла до редколегії 9.02.2010

Рецензент: д-р техн. наук, проф. С.А. Калкаманов, Харківський університет Повітряних Сил ім. І. Кожедуба, Харків.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТУРБУЛЕНТНЫХ ПРИСТЕННЫХ ТЕЧЕНИЙ, МОДИФИЦИРОВАННЫХ УСТРОЙСТВАМИ РАЗРУШЕНИЯ КРУПНЫХ ВИХРЕЙ

Е.А. Шквар

Предложены математическая модель и соответствующая модификация метода расчета турбулентных пограничных слоев и пристенных струй с установленными вблизи обтекаемой поверхности устройствами разрушения крупных вихрей. Продемонстрирована возможность воспроизведения расчетным путем характерных особенностей деформации распределений ряда определяющих локальных характеристик течения. Определены приоритетные направления применения разработанного численного метода.

Ключевые слова: модель турбулентности, пристенное течение, комбинированное управление, устройства разрушения крупных вихрей.

MATHEMATICAL MODELING OF TURBULENT SHEAR FLOWS USING LARGE EDDY BREAKUP DEVICES

Ye.O. Shkvar

The mathematical model and corresponding modification of calculation method of turbulent boundary layers and wall jets with installed in the neighborhood of streamlined surface Large Eddies Breakup devices is proposed. The ability of predicting the distribution deformation of principal local flow characteristics is demonstrated.

Keywords: model of turbulence, wall flow, combined control, large eddies breakup devices.