УДК 623.4.017

Б.Н. Ланецкий, В.В. Лукьянчук

Харьковский университет Воздушных Сил им. И. Кожедуба, Харьков

НАДЕЖНОСТЬ СЛОЖНЫХ ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ С МНОГОУРОВНЕВОЙ РАБОТОСПОСОБНОСТЬЮ. МЕТОД РАСЧЕТА ПОКАЗАТЕЛЕЙ НАДЕЖНОСТИ

Обосновывается метод расчета показателей надежности сложных технических систем с многоуровневой работоспособностью, основанный на возможности декомпозиции множества состояний системы на подмножества состояний систем с бинарной работоспособностью. Рассматриваются особенности его применения к различным вариантам неопределенности в задании области работоспособности системы: четкий (детерминированный), стохастический и нечеткий.

***Ключевые слова**: сложная техническая система, многоуровневая работоспособность, показатели надежности.*

Введение

Постановка проблемы. Для повышения эффективности эксплуатации сложных технических систем (СТС) целесообразно переходить на ресурсосберегающие концепции эксплуатации и ремонта, в частности, на техническую эксплуатацию по состоянию.

Техническая эксплуатация по состоянию предполагает управление техническим состоянием (ТС) и надежностью (Н) СТС, и позволяет найти компромисс между затратами на поддержание работоспособности и Н СТС и рисками последствий из-за их отказов, в том числе ресурсных.

Эффективность управления ТС и Н СТС определяется полнотой и достоверностью контроля технического состояния (КТС) и надежности СТС. Для этих видов контроля необходимо рассматривать СТС как систему с многоуровневой работоспособностью (МУРС), т.е. систему имеющую, кроме работоспособного (РС) и неработоспособного (НРС) состояний некоторое заданное число частично РС (ЧРС) состояний (система вида II) [1,2].

Теория КТС систем вида I [1] предполагает четкое разделение множества состояний на два подмножества: РС и НРС. Соответственно КТС СТС с МУРС может быть построен при четком разделении всех возможных уровней работоспособности: полностью РС (ПРС), некоторое подмножество частично РС (ЧРС) состояний и полностью НРС (ПНРС).

Опыт эксплуатации СТС показывает, что представление о ЧРС состояниях системы или о переходной области между ПРС и ПНРС состояниями определяется знаниями лица, разрабатывающего модель РС такой системы, ожидаемой эффективности функционирования системы в ЧРС состояниях. Оно может быть четким, вероятностным, нечетким или смешанным.

При расчетах надежности СТС с МУРС должно одновременно учитываться два вида неопределенности: стохастическая неопределенность в поведении параметров, определяющих РС системы, и стохастическая либо лингвистическая неопределенность в определении области РС системы, что приводит, в свою очередь, к необходимости разработки моделей КТС и Н СТС с МУРС и различными вариантами в задании области РС.

В связи с этим актуальна задача разработки методов расчета показателей надежности СТС с МУРС при различных вариантах задания области РС.

Анализ литературы. Широко известные математические методы теории надежности эффективны в условиях, когда понятие РС системы четкое, и оценка состояния системы принимает только два значения: РС и НРС. В научно-технической литературе имеется незначительное количество работ, посвященных разработке математических моделей надежности систем с МУРС [2 – 5]. Все они ориентированы на случай, когда имеется четкая информация об ожидаемой эффективности функционирования системы в состояниях полной и частичной РС, т.е. на четкое задание области работоспособности.

В основе этих методов лежит марковская модель с доходами [4], ориентированная на непрерывное функционирование системы и накопление дохода за заданный интервал эксплуатации, включающий интервалы функционирования и восстановления системы.

Следует отметить значительную сложность и трудоемкость процедур нахождения показателей надежности таких систем, что обусловлено необходимостью рассмотрения большого числа состояний модели, сложностью построения графа переходов и составлением большого количества дифференциальных уравнений. Возможности применения данного подхода при стохастическом и нечетком задании области РС существенно ограничены.

Цель статьи. Разработка метода расчета ПН СТС с МУРС при четком, стохастическом и нечетком задании области работоспособности.

Основная часть

Предлагаемый метод основан на возможности декомпозиции множества состояний (МС) системы вида II на подмножества состояний (ПМС) систем вида I с последующем применением известных методов расчета ПН систем вида I, а также на возможности синтеза МС системы вида II (и ее ПН) посредством объединения МС (и ПН) систем вида I.

Пусть качество функционирования (КФ) системы с МУРС в момент времени t характеризуется показателем y (например, производительностью). Степень РС такой системы будем характеризовать величиной коэффициента качества функционирования (ККФ) $K_{кф}(y)$ [1]. Введем параметр $\alpha \in [0,1]$ и сформулируем определение α-уровневого ПМС системы. Под α - уровневым ПМС системы будем понимать ПМС:

$$B_{\alpha} = \left\{ e(y) \middle| K_{кф}(y) \geq \alpha \right\}. \qquad (1)$$

При этом, α-уровневое ПМС включает в себя все состояния с ККФ не менее α, т.е. если $\alpha_2 > \alpha_1$, то $B_{\alpha 2} \subset B_{\alpha 1}$.

Всякое МС системы вида II можно разложить на α_i уровневые ПМС систем вида I (правило декомпозиции МС):

$$B = \max_{\alpha_i} \left\{ \alpha_1 B_{\alpha_1}, ..., \alpha_n B_{\alpha_n} \right\}, 0 < \alpha_i \leq 1, i = \overline{1,n}. \qquad (2)$$

Правило о декомпозиции можно применить и для синтеза состояний систем вида I в состояния системы вида II. В самом деле, если рассмотреть последовательность ПМС систем вида I $B_1 \subset B_2 \subset ... \subset B_n$ и присвоить значения α_1 для B_1, α_2 для B_2, α_n для B_n, причем такие, что $\alpha_1 > \alpha_2 > ... > \alpha_n$, то с помощью формулы (2) получаем МС системы вида II.

Пусть математической моделью, описывающей процесс функционирования системы вида II, является полумарковский процесс.

В соответствии со значениями ККФ $K_{кфi}$ системы вида II в состояниях e_i, $i = \overline{0,n}$, обозначим уровни ее РС в следующем порядке

$$0 = K_{кф0} < K_{кф1} < K_{кф2} < ... < K_{кфn} = 1. \qquad °(3)$$

Введем параметр $\eta_i = K_{кфi} - K_{кфi-1}$, $i = \overline{1,n}$, характеризующий повышение КФ системы при переходе ее с (i-1)-го уровня РС на i-й. Тогда вероятность пребывания системы в момент времени t в РС состоянии (коэффициент готовности) можно рассчитать по формуле

$$K_{г}(t) = \sum_{i=1}^{n} \eta_i K_{г\alpha_i}(t), \qquad (4)$$

либо представить в виде совокупности α-уровневых коэффициентов готовности (КГ), т.е.

$$\vec{K}_{г\alpha}(t) = \left\{ K_{г\alpha_1}(t), K_{г\alpha_2}(t), K_{г\alpha_3}(t), ..., K_{г\alpha_n}(t) \right\}. \qquad (5)$$

Используя правило о декомпозиции, разложим МС системы вида II на следующие ПМС систем вида I: $B_{\alpha 1}$, $B_{\alpha 2}, \ldots, B_{\alpha n}$. Каждое из выделенных α-уровневых ПМС системы $B_{\alpha i}$ объединим в укрупненное состояние E_i^+ и соответствующие им подмножества НРС состояний E_i^-:

$$E_1^+ = \{e_1, e_2, \ldots, e_n\}, E_2^+ = \{e_2, e_3, ..., e_n\}, .., E_n^+ = \{e_n\}, (6)$$

$$E_1^- = \{e_0\}, E_2^- = \{e_0, e_1\}, \ldots, E_n^- = \{e_0, e_1, \ldots, e_{n-1}\}. (7)$$

Используя известную процедуру расчета вероятностей пребывания системы вида I в различных состояниях получим вероятности $P_{\alpha_i}(t)$ пребывания системы в укрупненных состояниях E_i^+. Если укрупнение выполнено без погрешностей, то справедливы равенства:

$$P_{\alpha_i}(t) = \sum_{s=i}^{n} P_s(t), i = \overline{1,n}, \qquad (8)$$

где $P_s(t)$ – вероятность пребывания системы вида II в состоянии e_s, т.е. справедлива формула (5)

$$\begin{aligned} \vec{K}_{г\alpha}(t) &= \left\{ P_{\alpha_1}(t), P_{\alpha_2}(t), \ldots, P_{\alpha_n}(t) \right\} = \\ &= \left\{ K_{г\alpha_1}(t), K_{г\alpha_2}(t), \ldots, K_{г\alpha_n}(t) \right\}. \end{aligned} \qquad (9)$$

Аналогичным образом, используя известные методики расчета ПН для систем вида I [5], можно рассчитать α-уровневые показатели безотказности и ремонтопригодности: вероятность α – уровневого функционирования в течение заданного времени $\vec{P}_{\alpha}(t_0, t_0 + \tau)$, средняя наработка $\vec{T}_{\alpha}$ на α-уровневый отказ, средняя наработка $\vec{T}_{\alpha}^1$ до α-уровневого отказа, среднее время $\vec{T}_{в}$ α-уровневого восстановления.

Вероятность пребывания системы вида II в РС состоянии можно найти как математическое ожидание ККФ. Тогда

$$K_{г}(t) = \sum_{i=1}^{n} K_{кфi} P_i(t). \qquad (10)$$

Покажем теперь, что расчет ПН по формулам (4) и (10) приведет к одинаковым результатам. Для этого подставим в формулу (4) выражение (8) и соотношения для η_i. Имеем

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^{n} \left(K_{кфi} - K_{кфi-1} \right) \sum_{s=i}^{n} P_s(t) &= K_{кф1} P_1(t) + \\ + ... + K_{кфn} P_n(t) &= \sum_{i=1}^{n} K_{кфi} P_i(t). \end{aligned} \qquad (11)$$

Предлагаемый метод позволяет проводить расчет ПН восстанавливаемых систем вида II путем декомпозиции МС на α-уровневые ПМС, их укрупнения и многократного использования разработанного математического аппарата расчета ПН систем вида I.

Погрешности оценки ПН этим методом определяется погрешностями укрупнения фазового пространства состояний. Операцию укрупнения целесообразно применять, когда выполняются необходимые и достаточные условия для точного укрупнения [6], либо приближенного укрупнения [7]. Она эффективна при расчетах надежности систем с большим числом состояний. При этом с увеличением числа состояний уменьшается погрешность вычислений ПН по предлагаемому методу. Так, погрешность расчета КГ можно рассчитать по формуле

$$\left| K_{\Gamma}^{*}(t) - K_{\Gamma}(t) \right| = \sum_{i=1}^{n} \eta_i \Delta P_{\alpha i}, \qquad (12)$$

где $\Delta P_{\alpha i}$ – абсолютная погрешность оценки вероятности $P_{\alpha i}$, возникающая в результате укрупнения состояний системы.

С ростом числа уровней ЧРС состояний системы уменьшается величина η_i и, следовательно, уменьшается погрешность оценки ПН $K_{\Gamma}(t)$ из-за ошибок в оценке вероятностей $\Delta P_{\alpha i}$.

Изложенный метод расчета ПН систем вида II рассмотрен для случая, когда область РС системы задана четко.

Рассмотрим теперь, каким образом производить расчет ПН систем вида II для случая, когда имеется стохастическая неопределенность в задании требований к РС системы, т.е. когда $\hat{y}_{\text{тр}}$ - случайная величина.

Пусть математической моделью, описывающей процесс функционирования системы, является дискретный полумарковский процесс, а требования к КФ системы описываются дискретной случайной величиной $\hat{y}_{\text{тр}_j}$ с известным рядом распределения P_j. Для каждого состояния системы e_i известны показатель КФ y_i или соответствующий ему $K_{\text{кф}i}$.

Пусть условие РС системы определяется выполнением неравенства $\hat{y}(t) \geq \hat{y}^{\text{тр}}$. Каждой реализации требований $y_{\text{тр}_j}$ будет соответствовать определенное подмножество РС (E_j^{+}) и НРС (E_j^{-}) состояний и полумарковский граф, описывающий процесс их изменения. Тогда расчет основных ПН восстанавливаемой системы для каждой конкретной реализации требований можно провести по предложенной выше методике.

При расчете ПН системы вида II для каждой реализации внешних условий $y_{\text{тр}_j}$ и вероятности ее появления p_j производится расчет условных α-уровневых ПН $P_{\alpha j}(t_0, t_0 + \tau)$, $T_{\alpha j}$, $T_{\alpha j}^{1}$, $T_{\text{в}j}$ и др. Безусловные ПН легко рассчитать по формуле полной вероятности и математического ожидания дискретной случайной величины, т.е.

$$P_{\alpha}(t_0, t) = \sum_j p_j P_{\alpha j}(t_0, t); \qquad (13)$$

$$T_{\alpha} = \sum_j p_j T_{\alpha j}; \; T_{\alpha}^{1} = \sum_j p_j T_{\alpha j}^{1}; \; T_{\text{в}\alpha} = \sum_j p_j T_{\text{в}\alpha j}. \qquad (14)$$

Рассмотрим третий вариант задания области РС системы вида II, когда в задании требований к РС имеется неопределенность нестохастического характера, т.е. когда $\tilde{y}^{\text{тр}}$ - нечеткая величина.

Пусть математической моделью, описывающей процесс функционирования системы, является дискретный полумарковский процесс. Кроме характеристик обычного задания полумарковского процесса каждому состоянию e_i системы поставлено в соответствие число $\mu_{E^{+}}(e_i)$, характеризующее степень принадлежности состояния e_i подмножеству E^{+} РС состояний, или число $\mu_{E^{-}}(e_i)$, характеризующее степень принадлежности состояния e_i подмножеству E^{-} НРС состояний. Иначе, параметр $\mu_{E^{+}}(e_i)$ будем рассматривать как число, характеризующее уровень КФ системы в состоянии e_i.

Рассмотрим порядок расчета ПН такой системы. Подмножества E^{+} РС и E^{-} НРС состояний этой системы являются нечеткими. В соответствии с [8] их можно записать в виде

$$\tilde{E}^{+} = \left\{ e_i, i = \overline{1,n} \,\middle|\, \mu_{\tilde{E}^{+}}(e_i) > 0 \right\},$$

$$\tilde{E}^{-} = \left\{ e_i, i = \overline{1,n} \,\middle|\, \mu_{\tilde{E}^{-}}(e_i) > 0 \right\}, \qquad (15)$$

причем $\mu_{\tilde{E}^{+}}(e_i) + \mu_{\tilde{E}^{-}}(e_i) = 1$.

Обозначим состояния системы таким образом, чтобы выполнялось неравенство

$$0 = \mu_{\tilde{E}^{+}}(e_0) < \mu_{\tilde{E}^{+}}(e_1) < \ldots < \mu_{\tilde{E}^{+}}(e_n) = 1. \qquad (16)$$

Неравенство (16) является строгим. При этом если в задании процесса имеются состояния с одинаковыми значениями функции принадлежности, то эти состояния следует рассматривать как одно с тем же значением функции принадлежности.

Согласно правилу о декомпозиции [8] всякое нечеткое множество можно разложить на обычные ПМС α-уровня A_{α}^{+} и $A_{\bar{\alpha}}^{-}$, а именно:

$A^{+}_{\alpha n} = \{e_n\}$; $A^{-}_{\bar{\alpha}_{n-1}} = \{e_0, e_1, ..., e_{n-1}\}$;

…………………………………………

$A^{+}_{\alpha i} = \{e_i, e_{i+1}, ..., e_n\}$; $A^{-}_{\bar{\alpha}_{i-1}} = \{e_0, e_1, ..., e_{i-1}\}$;

…………………………………………………

$A^{+}_{\alpha 1} = \{e_1, e_2, ..., e_n\}$; $A^{-}_{\bar{\alpha}_0} = \{e_0\}$.

Здесь $\bar{\alpha}_i = 1 - \alpha_i$, $\alpha_n = 1,0$; $\alpha_0 = 0$.

Теперь для каждого разбиения нечеткого МС системы вида II на четкие подмножества РС и НРС можно применить известную методику расчета ПН для полумарковских процессов [5].

Пусть в результате применения такой методики к каждому из n графов с выделенными подмножествами РС и НРС состояний рассчитаны ПН. Тогда i-му варианту разбиения графа $A^{+}_{\alpha i}$, $A^{-}_{\bar{\alpha} i-1}$ и рассчитанным по нему значениям ПН следует поставить в соответствие следующие значения функции принадлежности:

$$\mu\left(P_{\alpha_i}(t)\right) = \mu\left(K_{г\alpha_i}(t)\right) = \\ = \mu\left(T_{0\alpha_i}\right) = \mu\left(T_{ср\alpha_i}\right) = \alpha_i ; \qquad (17)$$

$$\mu\left(T_в\right) = \bar{\alpha}_{i-1} , \; i = \overline{1, n} . \qquad (18)$$

Соотношения (17), (18) представляют собой результаты расчетов ПН системы вида II в нечетком виде. Заметим, что ПН $P_{\alpha_i}(t_0, t)$, $K_{г\alpha}(t)$, $T_{0\alpha}(t)$, $T_{ср\alpha}(t)$ можно интерпретировать в обычном для систем вида II смысле, т.е. $P_{\alpha}(t_0, t)$ - вероятность α-уровневого функционирования в течение заданного времени и т.д.

Если для разложения ($A^{+}_{\alpha i}, A^{-}_{\bar{\alpha} i-1}$) рассчитанной величине среднего времени восстановления поставить в соответствие значение функции принадлежности α_i , то ее можно рассматривать как среднее время восстановления системы до уровня РС не ниже α_i .

Выводы

Рассмотрен метод расчета показателей надежности систем вида II, основанный на возможности декомпозиции множества состояний системы вида II на подмножества состояний систем вида I и последующем применении известных методов расчета показателей надежности систем вида I.

Рассмотрены особенности применения предлагаемого метода расчета применительно к трем вариантам задания требований к работоспособности системы: четкий (детерминированный), стохастический и нечеткий.

Показано, что для каждого из рассматриваемых вариантов задания требований к РС систем вида II, расчет по предлагаемому методу сводится к известным методам расчета определенной совокупности систем вида I.

Список литературы

1. Ланецкий Б.Н. Надежность сложных технических систем с многоуровневой работоспособностью. Основные понятия и положения / Б.Н. Ланецкий, В.В. Лукьянчук // Збірник наукових праць Харківського університету Повітряних Сил. – Вип. 2 (24). – Х.: ХУПС. – 2010. – С. 72-75.

2. ГОСТ 27.003-90. Надежность в технике. Состав и общие правила задания требований по надежности.

3. Ушаков И.А. Эффективность функционирования сложных систем / В сб.: О надежности сложных технических систем. – М.: Сов. радио, 1966.

4. Лубков Н.В. Анализ надежности сложных технических систем с использованием многоуровневых моделей работоспособности / Н.В. Лубков. – М.: Знание, 1988, - 63 с.

5. Надежность технических систем: Справочник / Ю.К. Беляев, В.А. Богатырев, В.В. Болотин и др.; Под ред. И.А. Ушакова. – М.: Радио и связь, 1985. – 608 с.

6. Кемени Д. Конечные цепи Маркова / Д. Кемени, А. Снелл. – М.: Наука, 1970.

7. Королюк В.С. Фазовое укрупнение сложных систем / В.С. Королюк, А.Ф. Турбин. – К.: Вища школа, 1978. – 110 с.

8. Кофман А. Введение в теорию нечетких множеств: Пер с фр. / А. Кофман. – М.: Радио и связь, 1982. – 432 с.

Поступила в редколлегию 1.10.2011

Рецензент: д-р техн. наук, проф. Б.А. Демидов, Харьковский университет Воздушных Сил им. И. Кожедуба, Харьков.

НАДІЙНІСТЬ СКЛАДНИХ ТЕХНІЧНИХ СИСТЕМ С БАГАТОРІВНЕВОЮ ПРАЦЕЗДАТНІСТЮ. МЕТОД РОЗРАХУНКУ ПОКАЗНИКІВ НАДІЙНОСТІ

Б.М. Ланецький, В.В. Лук'янчук

Обґрунтовується метод розрахунку показників надійності складних технічних систем с багаторівневою працездатністю, який ґрунтується на можливості декомпозиції множини станів системи на підмножини станів систем с бінарною працездатністю. Розглядаються особливості його використання до різних варіантам невизначеності в задаванні області працездатності системи: чіткий (детермінований), стохастичний та нечіткий.

Ключеві слова: *складна технічна система, багаторівнева працездатність, показники надійності.*

RELIABILITY OF COMPLEX TECHNICAL SYSTEMS WITH MULTILEVEL CAPACITY. METHOD OF THE CALCULATION OF THE FACTORS TO RELIABILITY

B.N. Lanetskij, V.V. Lukjanchuk

It is motivated method of the calculation of the factors to reliability of the complex technical systems with layered capacity to work, founded on possibility of the decompositions ensemble conditions of the system on subset of the conditions of the systems with binary capacity to work. Particularities of its using are considered to different variant of the uncertainties in task of the area to capacity to work of the system: clear (deterministic), stochastic and ill-defined.

Keywords: *complex technical system, multilevel capacity, factors to reliability.*