

УДК 621.395

Ю.И. Лосев<sup>1</sup>, С.И. Шматков<sup>1</sup>, К.М. Руккас<sup>1</sup>, В.С. Щебенюк<sup>2</sup><sup>1</sup>Харьковский национальный университет им. В.Н. Кармазина, Харьков<sup>2</sup>Харьковский национальный автомобильно-дорожный университет, Харьков**МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ И МЕТОДЫ МЕЖМАРШРУТНОЙ СИНХРОНИЗАЦИИ В СИСТЕМАХ С ОБРАТНОЙ СВЯЗЬЮ**

В статье разрабатывается математическая модель межмаршрутной синхронизации в системах обратной связи. Предложенные математические модели позволяют определить среднее время решения задачи синхронизации и вероятность ложной межпутевой синхронизации в различных условиях функционирования сети. Предложенная модель обеспечивает разработку требований к пороговым значениям, определяющим переход от одного этапа синхронизации к другому.

**Ключевые слова:** межмаршрутная синхронизация, компьютерные сети, системы передачи данных с обратной связью.

**Введение**

**Постановка задачи.** Требования по помехоустойчивости, живучести и скорости передачи в компьютерных сетях обеспечиваются путем использования мультимаршрутного тракта. При этом сообщение делится на пакеты (фрагменты). Каждый пакет передается по отдельному каналу. Целью межмаршрутной синхронизации является обеспечение синхронного приема этих пакетов. Поскольку обычно используются дуплексные каналы, возможны два варианта решения этой задачи. При одном варианте межпутевая синхронизация (МПС) последовательно выполняется в прямом и обратном канале (одноосный метод). Второй вариант предполагает МПС в прямом и обратном канале проводить независимо (двухосный метод).

**Цель статьи.** Математическую модель будем разрабатывать на основе вероятностно-временного графа и производящих функций. С целью уменьшения времени нерационального расхода ресурсов сети согласование порядка номеров сообщений и фрагментов, а также выравнивание времени доставки должно осуществляться одновременно. Сначала рассмотрим модель при использовании одноосного метода синхронизации.

**Анализ последних исследований и публикаций.** В настоящее время описаны математические модели многопутевой маршрутизации, основанные на теории графов и теории массового обслуживания [1 – 6]. Проведенный анализ указанных работ показывает, что описанные модели обеспечивают возможность оценки основных вероятностно-временных характеристик при ограничениях на входящий поток заявок. При использовании этих моделей невозможен учет особенностей применяемого протокола; отсутствие возможности учета влияния на основные вероятностно-временные характеристики (ВВХ) таких режимов работы систем, как цикловая и межпутевая синхронизация; трудность в

получении общих выражений для определения основных ВВХ для многоканальных систем с различными интенсивностями обслуживания и т.п.

Известны математические модели, основанные на использовании линейного программирования [7]. Однако все эти модели посвящены решению задачи маршрутизации и не устраняют указанные выше недостатки. Управление потоком предполагает, что выбор маршрута уже проведен. Необходимо обеспечить качественную параллельную доставку фрагментов сообщения таким же образом, как и в случае последовательной передачи этих фрагментов.

**Изложение основного материала**

Процесс межпутевой синхронизации начинается на одном оконечном пункте (ОП-1) выдачей служебной кодовой комбинации ( $\Phi_1$ ) и номеров фрагментов ( $N$ ) по всем маршрутам. На графе (рис. 1) это обозначено вершиной (1). Дуга, учитывающая процесс передачи комбинации  $\Phi_1$  обозначена  $f_2(z)$ . На втором оконечном пункте (ОП-2) осуществляется идентификация этих комбинаций, принятых по различным маршрутам.

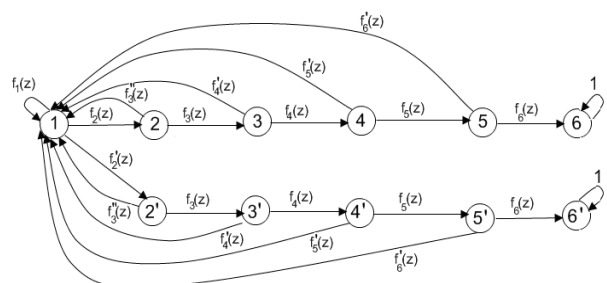


Рис. 1. Вероятностно-временной граф процесса МПС

Вследствие воздействия помех комбинации  $\Phi_1$  и номера  $N$  могут быть искажены. Поэтому задача идентификации не всегда решается успешно. Для

этого, чтобы уменьшить вероятность ошибки при решении этой задачи результат определяется при выполнении определенного критерия. Таким критерием могут быть правильный прием  $\mu_1$  комбинаций  $\Phi_1$  из всех  $M$  каналов. Если это условие не выполняется этап повторяется.

При получении без искажения этих кодовых комбинаций на другом оконечном пункте (ОП-2) устанавливаются номера ожидаемых фрагментов и сообщений, а также осуществляется определение разности времени их доставки относительно координатора  $\Delta T_1$  (вершина 2 рис. 1). Далее процесс синхронизации переходит к выполнению следующего этапа. Функцию дуги, характеризующую этот переход, обозначим

$$f_2(z) = P_{\text{пр}\Phi_1}^{\mu_1} z^{T_{\text{п}}\mu_1},$$

здесь  $P_{\text{пр}\Phi_1}$  – вероятность правильного приема комбинации  $\Phi_1$  канале и определяется

$$P_{\text{пр}\Phi_1} = 1 - \sum_{i=1}^M C_M^i \cdot P_{\Phi_1}^i \cdot (1 - P_{\Phi_1})^{M-i},$$

где  $P_{\Phi_1}$  – вероятность искажения комбинации  $\Phi_1$  в одном канале;  $T_{\text{п}}$  – длительность комбинации  $\Phi_1$ .

Если указанная задача успешно не решена (принятые комбинации  $\Phi_1$  по всем каналам не совпадают), через тайм-аут осуществляется повторная передача  $\Phi_1$  и  $N$  с ОП-1 на ОП-2. На ВВГ (рис. 1) это учитывается дугой с функцией  $f_1(z)$ .

Если задача идентификации решена успешно (функция  $f_2(z)$ ), то на ОП-2 фиксируются номера  $N$  и определяется величина разности времени доставки (отсчетного значения (ОЗ)).

Идентификация может быть осуществлена неправильно. На ВВГ (рис. 1) это учитывается дугой с функцией  $f_2'(z)$  и вершиной 2'. Эта функция определяется по выражению  $f_2'(z) = P_{\text{л}\Phi_1}^{\mu_1} z^{T_{\text{п}}}$ , где  $P_{\text{л}\Phi_1}$  – вероятность ложного приема пакета со структурой, одинаковой с  $\Phi_1$  в одном канале. В результате, учитывая значение функций  $f_2(z)$  и  $f_2'(z)$  и условие нормировки, функция дуги  $f_1(z)$  будет иметь вид

$$f_1(z) = \left( 1 - P_{\text{пр}\Phi_1}^{\mu_1} - P_{\text{л}\Phi_1}^{\mu_1} \right) \cdot z^{T_{\text{ТА}}},$$

где  $T_{\text{ТА}}$  – время тайм аута.

По окончании этого этапа известна величина РВД  $\Delta T_1$  (отсчетное значение (ОЗ)) в числе фрагментов ( $k$ ) и числе разрядов ( $n_i$ )

$$\Delta T_1 = k_i \cdot T_{\text{фр}} + n_i \cdot T_{\text{с}},$$

где  $T_{\text{фр}}$  – длительность фрагмента;  $T_{\text{с}}$  – длительность одного символа (разряда).

Вычисленные «ОЗ» вводят в короткие каналы (этим обеспечивается синхронизация каналов от ОП-2 к ОП-1 – обратных каналов) и передаются с ОП-2 на ОП-1 в виде пакета  $\Phi_2$ . Эти пакеты являются также квитанцией принятых номеров фрагментов и сообщений. На ОП-2 осуществляется идентификация этих комбинаций, принятых по различным маршрутам. Чтобы уменьшить вероятность ошибки при решении этой задачи результат определяется правильным приемом всех  $M \cdot \mu_2$  комбинаций  $\Phi_2$  по всем каналам.

На ОП-1 производится проверка совпадения по времени поступления комбинации  $\Phi_2$ , передаваемых с ОП-2 по разным маршрутам, а также проверка выполнения критерия обнаружения ОЗ и квитанруемых номеров фрагмента и сообщения. При совпадении комбинаций  $\Phi_2$  и выполнения критерия обнаружения принятые отсчетные значения вводятся в короткие каналы. Этим обеспечивается синхронизация каналов от ОП-1 на ОП-2 (прямых каналов).

Критерием обнаружения может быть правильный прием  $\mu_2$  комбинаций по всем  $M$  каналам. Это факт на рис. 1 учитывается дугой  $f_3(z)$ , функция которой равна  $f_3(z) = (P_{\text{пр}\Phi_2})^{\mu_2} \cdot z^{\mu_2 T_{\text{п}}}$ , и вершиной

$$3, \text{ где } P_{\text{пр}\Phi_2} = 1 - \sum_{i=1}^M C_M^i \cdot P_{\Phi_2}^i \cdot (1 - P_{\Phi_2})^{M-i} - P_{\text{л}\Phi_2}^{\mu_2}.$$

Если комбинации  $\Phi_2$  не совпадают, что может свидетельствовать об искажении  $\Phi_2$  или неправильности синхронизации на ОП-2, процесс возвращается к решению задачи идентификации сообщений, принимаемых по разным маршрутам. На рис. 1 это учитывается дугой  $f_3''(z)$

$$f_3''(z) = \sum_{i=1}^M C_M^i \cdot P_{\Phi_2}^i \cdot (1 - P_{\Phi_2})^{M-i} \cdot z^{T_{\text{ТА}}},$$

где  $P_{\Phi_2}$  – вероятность искажения комбинации  $\Phi_2$ .

Если комбинации  $\Phi_2$  и ОЗ приняты правильно, то прямые и обратные каналы между ОП-1 и ОП-2 успешно синхронизирован.

При правильном приеме на ОП-1 отсчетного значения и комбинации  $\Phi_2$  с этого пункта на ОП-2 выдается квитанция (комбинация  $\Phi_1$ ). Для проверки правильности синхронизации каналов на ОП-2 осуществляется проверка временного совпадения  $\Phi_1$ , принятых по разным маршрутам. При неправильном приеме этих комбинаций и их времени совпадения процесс межпутевой синхронизации переходит к выполнению последнего этапа – этапа подтверждения факта синхронизации и выхода из этого режима работы. На рис. 1 это учитывается дугой  $f_4(z) = (P_{\text{пр}\Phi_1})^{\mu_3} \cdot z^{T_{\text{п}}}$  (вершина 4), а при неправильной синхронизации вершиной 4'. Здесь

$$P_{\text{пр}\Phi_1} = 1 - \sum_{i=1}^M C_M^i \cdot P_{\Phi_2}^i \cdot (1 - P_{\Phi_2})^{M-i}.$$

Если комбинации  $\Phi_1$  не совпадают, то процесс синхронизации возвращается в исходное состояние (вершина 1). На рис. 1 это учитывается дугой

$$f_4'(z) = \sum_{i=1}^M \left( C_M^i \cdot P_{\Phi_1}^i \cdot (1 - P_{\Phi_1})^{M-i} \right) \cdot z^{T_{TA}}$$

где  $P_{\Phi_1}$  – вероятность искажения комбинации  $\Phi_1$ .

Для подтверждения окончания этапа синхронизации по обратному каналу от ОП-2 на ОП-1 передаются служебные комбинации  $\Phi_3$  и, в случае их временного совпадения, квитируется передачей такой же комбинации от ОП-1 на ОП-2. Если комбинации  $\Phi_3$ , принятые по разным маршрутам совпадают (функция  $f_5(z)$  – для канала от ОП-2 к ОП-1 и функция  $f_6(z)$  – для канала от ОП-1 к ОП-2), то процесс синхронизации закончился. Функции дуги  $f_5(z)$  и  $f_6(z)$  имеют вид

$$f_5(z) = f_6(z) = (P_{\Gamma\Phi_3})^{\mu_4} \cdot z^{\mu_4 T_{\Gamma}}$$

где  $P_{\Gamma\Phi_3} = 1 - \sum_{i=1}^M C_M^i \cdot P_{\Phi_3}^i \cdot (1 - P_{\Phi_3})^{M-i}$ .

Функции дуг  $f_5'(z)$  и  $f_6'(z)$  имеют вид

$$f_5'(z) = f_6'(z) = (1 - (P_{\Gamma\Phi_3})^{\mu_4}) \cdot z^{T_{TA}}$$

Вероятностно-временной граф (рис. 1) путем эквивалентных преобразований приведем к виду, представленному на рис. 2.

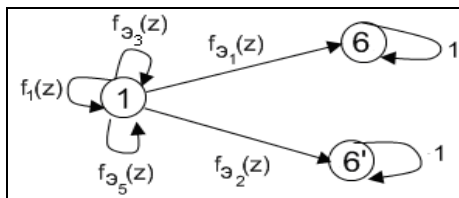


Рис. 2. Промежуточный граф МПС

На этом рисунке обозначено:

$$\begin{aligned} f_{\Phi_1}(z) &= f_2(z) \cdot f_3(z) \cdot f_4(z) \cdot f_5(z) \cdot f_6(z); \\ f_{\Phi_2}(z) &= f_2'(z) \cdot f_3'(z) \cdot f_4(z) \cdot f_5(z) \cdot f_6(z) + \\ &+ f_2(z) \cdot f_3'(z) \cdot f_4(z) \cdot f_5(z) \cdot f_6(z); \\ f_{\Phi_3}(z) &= f_2(z) \cdot f_3''(z) + f_2(z) \cdot f_3(z) \cdot f_4'(z) + \\ &+ f_2(z) \cdot f_3(z) \cdot f_4(z) \cdot f_5'(z) + \\ &+ f_2(z) \cdot f_3(z) \cdot f_4(z) \cdot f_5(z) \cdot f_6'(z); \\ f_{\Phi_5}(z) &= f_2'(z)[f_3''(z) + f_3(z) \cdot f_4'(z) + \\ &+ f_3(z) \cdot f_4(z) \cdot f_5'(z) + f_3(z) \cdot f_4(z) \cdot f_5(z) \cdot f_6'(z)] + \\ &+ f_2(z)[f_3'(z) \cdot f_4'(z) + f_3'(z) \cdot f_4(z) \cdot f_5'(z) + \\ &+ f_3'(z) \cdot f_4(z) \cdot f_5(z) \cdot f_6'(z)]. \end{aligned}$$

Граф, изображенный на рис. 2, приведем к виду, представленному на рис. 3.

На рис. 3 введены следующие обозначения:

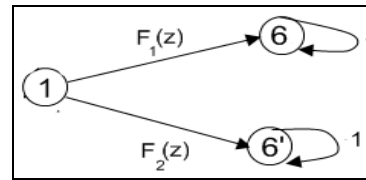


Рис. 3. Преобразованный граф МПС

$$F_1(z) = \frac{f_{\Phi_1}(z)}{1 - f_1(z) - f_{\Phi_3}(z) - f_{\Phi_5}(z)};$$

$$F_2(z) = \frac{f_{\Phi_2}(z)}{1 - f_1(z) - f_{\Phi_3}(z) - f_{\Phi_5}(z)}.$$

Производящая функции равна

$$F(z) = F_1(z) + F_2(z).$$

Вероятность правильной синхронизации определяется выражением  $F_1(z)|_{z=1}$ .

Среднее время синхронизации  $T_{CP, MPC}$  вычисляется по формуле  $T_{cp} = \frac{dF(z)}{dz} \Big|_{z=1}$ .

На рис. 4 приведены зависимости среднего времени межпутевой синхронизации при  $\Delta t_{PC} = 1$  от вероятности искажения одного бита в канале и от числа каналов, построенные по полученным выше формулам. Из графиков видно, при любом числе каналов среднее время синхронизации значительно увеличивается при  $p \geq 10^{-4}$ . С увеличением числа каналов и пороговых значений перехода от этапа к этапу ( $\mu$ ) время синхронизации возрастает. Поэтому, с точки зрения времени синхронизации, величины пороговых значений желательно выбрать минимальными. Однако это может привести к возрастанию вероятности ложной синхронизации.

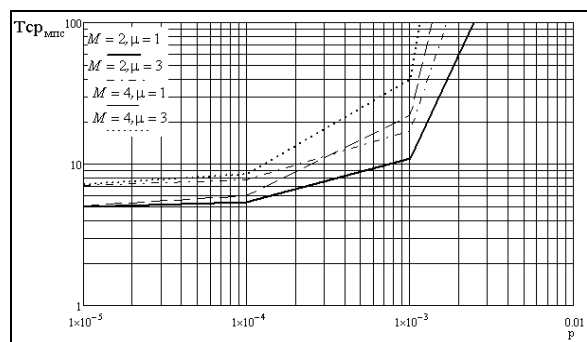


Рис. 4. Зависимость  $T_{CP, MPC} = f(p)$

Модель позволяет определить среднее время решения задачи синхронизации и вероятность ложной межпутевой синхронизации в различных условиях функционирования сети. Она может быть использована при разработке требований к пороговым значениям  $\mu_1, \mu_2, \mu_3, \mu_4$ , определяющих переход от одного этапа к другому при различных условиях функционирования сети, а также при синтезе устройств

синхронизации, обеспечивающего минимальное время простоя сети, при заданной вероятности ложного определения факта синхронной работы.

В результате проведенного анализа можно сделать вывод, что время синхронизации при использовании двухосного метода меньше, чем для одноосного. Однако время необходимое для синхронизации при двухосном методе по сравнению с одноосным может оказаться больше, если прямые и обратные каналы будут синхронизироваться поочередно.

Поэтому выбор метода межпутевой синхронизации из двух рассмотренных вариантов должен производиться с учетом конкретных условий функционирования сети.

### Выводы

Разработаны математические модели для одноосного и двухосного методов синхронизации. Модель позволяет определить среднее значение и дисперсию времени решения задачи синхронизации в различных условиях функционирования сети. Она обеспечивает разработку требований к пороговым значениям, определяющим переход от одного этапа синхронизации к другому, синтез устройств синхронизации по критерию минимального времени простоя сети при заданной вероятности ложного определения факта синхронной работы.

Проведенный анализ показал, что обеспечение допустимой вероятности ложной межпутевой синхронизации ( $P_{\text{лмгс}} < 10^{-9}$ ) достигается при пороговом значении перехода от первого этапа ко второму, в зависимости от числа используемых каналов, равном  $\mu_1 = 2 - 4$ . При этом остальные пороговые значения перехода от этапа к этапу могут быть приняты равными  $\mu_2 = \mu_3 = \mu_4 = 1$ .

Сравнительная оценка одноосного и двухосного методов синхронизации показывает, что при использовании двухосного метода время решения задачи меньше, чем для одноосного. Однако, если прямые и обратные каналы будут синхронизироваться поочередно, то время решения поставленной задачи при двухосном методе будет больше, чем при одноосном.

### Список литературы

1. Раскин Л.Г. Анализ сложных систем и элементы теории оптимального управления / Л.Г. Раскин. – М.: Сов. радио, 1976. – 344 с.
2. Лосев Ю.И. Адаптивная компенсация помех в каналах связи / Ю.И. Лосев, А.Г. Бердников, Э.Ш. Гойцман. – М.: Радио и связь, 1988. – 209 с.
3. Bolch G., Greiner S., De Meer H., Trivedi K. – *Queueing networks and Markov chains: modeling and performance evaluation with computer science approach 2<sup>nd</sup> ed.* Wiley-Interscience, 2006. – 869 p.
4. Филлипс Д. Методы анализа сетей: пер. с англ. / Д. Филлипс, А. Гарсиа-Диас. – М.: Мир, 1984. – 496 с/
5. Шварц М. Сети связи: протоколы, моделирование и анализ. В 2 ч.: пер. с англ. / М. Шварц. – М.: Наука, Гл. ред. физмат. лит., 1992. – Ч. 1. – 336 с.
6. Крылов В.В. Теория телетрафика и ее приложения / В.В. Крылов, С.С. Самохвалова. – Петербург: БХВ-Санкт-Петербург, 2005. – 288 с.
7. Берсекас Д. Сети передачи данных / Д. Берсекас, Р. Галлагер. – М., Мир, 1989. – 544 с., ил.
8. Лосев Ю.И. Математическая модель процесса информационного обмена при многопутевой передаче / Ю.И. Лосев, К.М. Руккас, С.И. Шматков // Системи управління, навігації та зв'язку. – К.: ЦНДІ, 2010. – Вип. 1.(13). – С. 205-209.

Поступила в редколлегию 16.11.2011

Рецензент: д-р техн. наук, проф. Л.С. Сорока, Харьковский национальный университет им. В.Н. Каразина, Харьков.

### МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ ТА МЕТОДИ МІЖМАРШРУТНОЇ СИНХРОНІЗАЦІЇ В СИСТЕМАХ ІЗ ЗВОРОТНИМ ЗВ'ЯЗКОМ

Ю.І. Лосев, С.І. Шматков, К.М. Руккас, В.С. Щебенюк

У статті розробляється математична модель міжмаршрутної синхронізації в системах зі зворотним зв'язком. Запропоновані математичні моделі дозволяють визначити середній час рішення задачі синхронізації і ймовірність помилкової міжшляхової синхронізації в різних умовах функціонування мережі. Запропонована модель забезпечує розробку вимог до порогових значень, що визначають перехід від одного етапу синхронізації до іншого.

**Ключові слова:** міжмаршрутна синхронізація, комп'ютерні мережі, системи передачі даних із зворотним зв'язком.

### MATHEMATICAL MODELS AND METHODS MULTYPATH SYNCHRONIZATION IN A SYSTEM OF FEEDBACK

U.I. Losev, S.I. Shmatkov, K.M. Rukkas, V.S. Scshebeniuk

The paper developed a mathematical model of synchronization multipath in systems with feedback. The proposed mathematical models make it possible to determine the average time to solve the problem of synchronization and the probability of false synchronization path under various conditions of the network. Proposed model provides design requirements for the threshold values, defining the transition from one phase to another phase of synchronization.

**Keywords:** multicast transmission, computer networks, system of feedback.